Auswertealgorithmus auf der Basis einer Modifikation des Goniometrischen Modells zur stetigen Beschreibung der Wöhlerkurve vom Low-Cycle-Fatigue- bis in den Ultra-High-Cycle-Fatigue-Bereich

Von der Fakultät für Maschinenwesen der Rheinisch-Westfälischen Technischen Hochschule Aachen zur Erlangung des akademischen Grades eines Doktors der Ingenieurwissenschaften genehmigte Dissertation

vorgelegt von

Hans Joachim Schäfer

aus

Buffalo/USA

Berichter:
Univ.-Prof. Dr.-Ing. P. Beiss
Univ.-Prof. Dr.-Ing. P.W. Gold

Tag der mündlichen Prüfung: 03.06.2008

Diese Dissertation ist auf den Internetseiten der Hochschulbibliothek online verfügbar.

Hans Joachim Schäfer
Auswertealgorithmus auf der Basis einer Modifikation des Goniometrischen Modells zur stetigen Beschreibung der Wöhlerkurve vom Low-Cycle-Fatigue- bis in den Ultra-High-Cycle-Fatigue-Bereich

ISBN: 3-86130-607-7
1. Auflage 2008

Bibliografische Information der Deutschen Bibliothek
Die Deutsche Bibliothek verzeichnet diese Publikation in der Deutschen Nationalbibliografie; detaillierte bibliografische Daten sind im Internet über http://dnb.ddb.de abrufbar.

Das Werk einschließlich seiner Teile ist urheberrechtlich geschützt. Jede Verwendung ist ohne die Zustimmung des Herausgebers außerhalb der engen Grenzen des Urhebergesetzes unzulässig und strafbar. Das gilt insbesondere für Vervielfältigungen, Übersetzungen, Mikroverfilmungen und die Einspeicherung und Verarbeitung in elektronischen Systemen.

Vertrieb:

1. Auflage 2008
© Verlagshaus Mainz GmbH Aachen
Süsterfeldstr. 83, 52072 Aachen
Tel. 0241/87 34 34
Fax 0241/87 55 77
www.Verlag-Mainz.de

Herstellung:

Druck und Verlagshaus Mainz GmbH Aachen
Süsterfeldstraße 83
52072 Aachen
Tel. 0241/87 34 34
Fax 0241/87 55 77
www.DruckereiMainz.de
www.Druckservice-Aachen.de

Satz: nach Druckvorlage des Autors
Umschlaggestaltung: Hans Joachim Schäfer

printed in Germany

Dank

Diese Dissertation entstand während meiner Tätigkeit als wissenschaftlicher Mitarbeiter am Institut für Werkstoffanwendungen im Maschinenbau (IWM) der Rheinisch-Westfälischen Technischen Hochschule Aachen.

Zunächst bedanke ich mich beim Institutsleiter, Herrn Univ.-Prof. Dr.-Ing. P. Beiss, für die Betreuung dieser Arbeit. Er war stets gesprächsbereit, und ich habe von seinen Denkanstößen sehr profitiert.

Mein Dank gilt auch Herrn Univ.-Prof. Dr.-Ing. P.W. Gold, der freundlicherweise die Aufgabe des zweiten Berichters übernahm, sowie dem Vorsitzenden der Prüfungskommission, Herrn Univ.-Prof. Dr.-Ing. F. Klocke.

Außerdem möchte ich mich bei den Mitarbeitern des IWM bedanken. Die überaus kollegiale und freundliche Atmosphäre sowie die große Hilfsbereitschaft haben bei mir bleibenden Eindruck hinterlassen. Insbesondere danke ich Herrn F. Klubberg für wertvolle Anregungen und Diskussionen sowie das gewissenhafte Korrekturlesen meiner Dissertation.

Die Studienarbeiter, die mich bei der Durchführung der Schwingversuche unterstützten, dürfen nicht vergessen werden. Ich weiß ihr Engagement sehr zu schätzen.

Auch außerhalb des Instituts wurde ich ausgesprochen freundlich unterstützt. Herrn P. Kraemer sei herzlich gedankt für zahlreiche Gespräche, Hinweise und das Korrekturlesen meines Manuskripts.

Nicht zuletzt bin ich dankbar für meine Eltern und meinen Bruder. Ihr liebevoller Rückhalt gibt mir Kraft.

Hans Joachim Schäfer

Aachen, Juni 2008

Was man nicht selber weiß, das muss man sich erklären.

(Jürgen von Manger)

Inhaltsverzeichnis

1 Motivation und Einleitung 1

2 Grundlagen und Wissensstand 3

2.1 Definition der Bereiche des Wöhlerfelds 3

2.2 Gängige Prüfverfahren zur Durchführung von Schwingversuchen 4

2.3 Statistische Auswertung von Schwingversuchen, Wahrscheinlichkeitsnetze 6

2.4 Wöhlerlinien 9

2.5 Normierte Auswertung von Versuchsdaten im HCF-(High-Cycle-Fatigue-)Bereich 10

2.6 Kopplung von Zeitfestigkeits- und Übergangsgebiet 12

2.7 Fortsetzung der Wöhlerlinie jenseits der Knickschwingspielzahl 13

2.8 Nichtlineare Modelle zur Beschreibung des Wöhlerfelds 15

3 UHCF-(Ultra-High-Cycle-Fatigue-)Schwingversuche an Schrauben zweier Festigkeitsklassen 17

3.1 Versuchsaufbau 17

3.2 Hochfrequenzpulsator 10 HFP 422 19

3.3 Servohydraulische Prüfmaschine Schenck POZ 0985 24

3.4 Versuchsergebnisse an Schrauben Festigkeitsklasse 8.8 27

3.5 Versuchsergebnisse an Schrauben Festigkeitsklasse 12.9 31

3.6 Werkstoffkundliche Untersuchungen an den Schrauben 34

3.6.1 Chemische Zusammensetzung 34

3.6.2 Schliffbilder 36

3.6.3 Härteprüfung 40

3.6.4 Auftragung der ermittelten Schwingfestigkeiten im Smith-Diagramm 40

3.6.5 Fraktografische Rasterelektronenmikroskopie an Frühausfällen 43

3.6.6 Bruchausgang bei Versagen im UHCF-Bereich 43

4 Korrelationsoptimierende Ansätze für die Beschreibung der Streuung von Schwingversuchen 46

4.1 Variation der Transformation der Wahrscheinlichkeit über alternative Verteilungen 46

4.1.1 Müller-Verteilung 46

4.1.2 tan-Verteilung 48

4.1.3 Vergleich der Müller- und der tan-Verteilung mit herkömmlichen Verteilungen bezüglich des Korrelationskoeffizienten 61

4.2 Variation der Schätzfunktion 64

4.3 Tan-Transformation des Merkmals 78

4.4 Extrapolationsfähigkeit der tan-Transformation für p = 0,01 und p = 0,99 in Abhängigkeit vom Stichprobenumfang am Beispiel zweier umfangreich belegter HCF-Lastniveaus 93

4.4.1 1. Beispiel: Schrauben Festigkeitsklasse 8.8, n = 500 (Lastniveau Nr. 57 nach Tabelle 4.6) 93

4.4.2 2. Beispiel: Schrauben Festigkeitsklasse 12.9, n = 316 (Lastniveau Nr. 61 nach Tabelle 4.6) 101

4.4.3 Bemerkungen 109

5 Nichtlineare Modelle im Vergleich 112

6 Modifiziertes Goniometrisches Modell (MGM) 120

6.1 Vergleich des MGM mit herkömmlichen nichtlinearen Modellen 120

6.2 Ermittlung der Wöhlerkurve und ihrer Streuung nach dem MGM 122

6.3 Auswertung der UHCF-Schraubenversuche nach dem MGM 128

6.3.1 Auswertung der UHCF-Schwingversuchsergebnisse an Schrauben, Festigkeitsklasse 8.8, nach dem MGM 128

6.3.2 Auswertung der UHCF- Schwingversuchsergebnisse an Schrauben, Festigkeitsklasse 12.9, nach dem MGM 153

6.4 Extrapolationsfähigkeit des MGM 177

7 Zusammenfassung 204

8 Literatur 206

A Anhang A1

A.1 Nichtlineare Regression mit dem Gauß-Newton-Verfahren A1

A.1.1 Prinzipielle Vorgehensweise A1

A.1.2 Anwendung auf das MGM A2

A.1.2.1 Fehlerquadratminimierung in Lastrichtung A2

A.1.2.2 Fehlerquadratminimierung in Richtung der Lebensdauer A5

A.2 Fertigungszeichnungen für die Hauptvorrichtung A6

A.3 Formelzeichen und Abkürzungen A10

1 Motivation und Einleitung

Für die betriebsfeste Auslegung von Bauteilen werden in der Praxis überwiegend zwei Konzepte verwendet. Mit dem Örtlichen Konzept oder Kerbgrundkonzept wird die Lebensdauer eines Bauteils approximiert über den Verlauf der zyklischen Spannungs-Dehnungs-Kurve an der kritischen Stelle des Bauteils in Kombination mit der Dehnungswöhlerlinie am ungekerbten Probestab unter einachsiger Schwingbeanspruchung. Mit dem Nennspannungskonzept dagegen wird das Lastkollektiv, das ein Bauteil im Betrieb erfährt, mit einer Bezugswöhlerlinie, die im Idealfall mit Hilfe von Einstufenversuchen am Bauteil ermittelt wird, verglichen und daraus die Bauteillebensdauer abgeschätzt. Aufgrund der Komplexität des Örtlichen Konzepts ist das Nennspannungskonzept nach wie vor weit verbreitet. Eine Schwäche des Nennspannungskonzepts ist jedoch die mangelhafte Beschreibung des Low-Cycle-Fatigue-Bereichs durch die Wöhlerlinie, daher ist dort die Anwendung des Örtlichen Konzepts unumgänglich.

Ein generelles Problem für die Betriebsfestigkeitsrechnung ist die mangelnde Klarheit über die mathematische Beschreibung des Ultra-High-Cycle-Fatigue-Bereichs im Wöhlerdiagramm. Bei der Auslegung dynamisch beanspruchter Bauteile nach dem Nennspannungskonzept über eine Bezugswöhlerlinie mit der Annahme einer so genannten „Dauerfestigkeit“ beispielsweise wird vernachlässigt, dass die Schwingfestigkeit jenseits der Grenzschwingspielzahl N_G weiterhin abnimmt. Selbst wenn dies berücksichtigt wird, z.B. gemäß Haibach mit flacherem Abfall der Bezugswöhlerlinie jenseits der Knickschwingspielzahl, führen lineare Auswertemodelle im einfach- oder doppellogarithmischen Maßstab zu Unstetigkeiten, die im physikalischen Sinn nicht existieren. Außerdem ist die rechnerische Kopplung von Zeitfestigkeits- und Übergangsgebiet, die zuvor getrennt ausgewertet werden, von Fall zu Fall suboptimal. Die am IWM generierte und kontinuierlich weiterentwickelte Software SAFD (Statistical Analysis of Fatigue Data) [Klu95, Klu97, Klu98, Klu99, Klu00, Hem02, Klu03, Klu04a, Klu04b, SAFD5-5] ist in der Lage, gängige Prüfverfahren zu erkennen und geeignet auszuwerten. Bei ungünstiger Konstellation von Brüchen und Durchläufern auf sog. Mischhorizonten ist jedoch die Auswertung des Übergangsgebiets zur Bestimmung der „Dauerfestigkeit“ und der Knickschwingspielzahl nicht möglich. Im Extremfall werden ab einer gewissen Lebensdauer der Wöhlerlinienverlauf und das Streuband nicht erfasst. Ein solches Beispiel ist in **Bild 1.1** dargestellt.

Ziel dieser Arbeit ist die Entwicklung und Programmierung eines praxistauglichen flexiblen Auswertemodells zur ganzheitlichen Beschreibung des Wöhlerfelds.

Für die Verifikation theoretischer Überlegungen sollen nicht nur Ergebnisse aus der Literatur, sondern auch eigene Versuchsreihen herangezogen werden. Daher wird zunächst ein sehr großer Datenpool mit Zugversuchen und Ultra-High-Cycle-Fatigue-Schwingversuchen an Schrauben zweier Festigkeitsklassen realisiert.

Zur optimalen Beschreibung der Streuung von Schwingversuchen wird eine umfangreiche Studie durchgeführt, denn ohne brauchbare Erfassung des Wöhlerlinienstreubands kann ein Auswertemodell keine Akzeptanz finden. Drei Ansätze werden hinsichtlich der Korrelation betrachtet: Zum einen werden die Verteilung nach Müller sowie die im Rahmen dieser Arbeit formulierte tan-Verteilung mit herkömmlichen Verteilungen verglichen, zum anderen wird überprüft, inwieweit eine variable Schätzfunktion den Korrelationskoeffizienten verbessert. Weiteres Optimierungspotential liegt in der variablen Transformation des Merkmals, denn im allgemeinen wird das

untersuchte Merkmal bei der statistischen Auswertung lediglich logarithmisch oder linear aufgetragen.

Durch die Formulierung eines geeigneten Modells soll der kontinuierliche Abfall der Wöhlerkurve bis in den Ultra-High-Cycle-Fatigue-Bereich stetig erfasst und ein rechnerischer Übergang vom Gebiet des High-Cycle-Fatigue zum Low-Cycle-Fatigue hergestellt werden. Somit können niedrige und gegebenenfalls auch im elastisch-plastischen Bereich liegende Lastkollektivanteile für das Nennspannungskonzept berücksichtigt werden. Zur Flexibilisierung des Modells wird eine Reihe von Hilfsmitteln erarbeitet.

Das Modell, die Verteilungsfunktionen, die variable Schätzfunktion sowie die Transformation des Merkmals werden an Ergebnissen aus der Literatur und den umfangreichen eigenen Versuchsreihen erprobt.

Letztlich soll verifiziert werden, inwieweit das formulierte Modell Schwingfestigkeiten bis in den Ultra-High-Cycle-Fatigue-Bereich extrapolieren kann, insbesondere ausgehend von Grenzschwingspielzahlen nach [DIN50100].

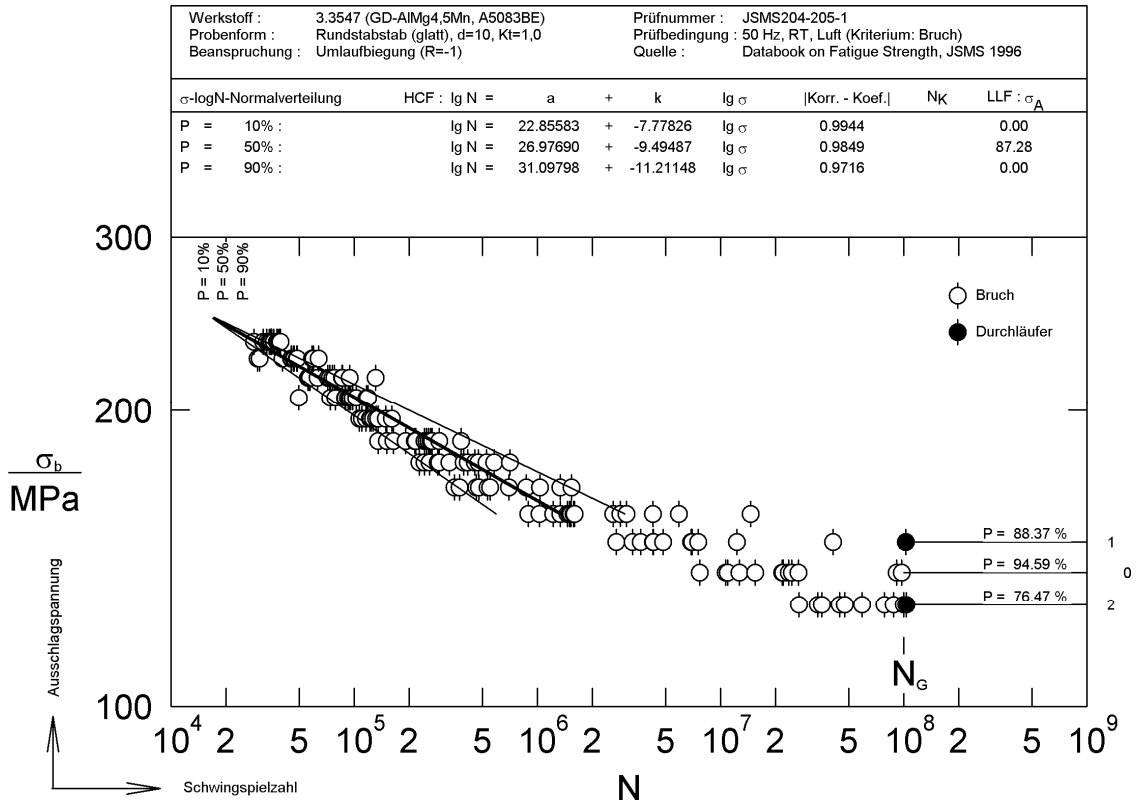


Bild 1.1: Versuch der herkömmlichen linearen Auswertung einer Wöhlerkurve bei ungünstiger Konstellation von Brüchen und Durchläufern im Übergangsgebiet (Umlaufbiegeversuche aus [JSMS96]) Zahlenangaben am rechten Bildrand: Anzahl Durchläufer

2 Grundlagen und Wissensstand

2.1 Definition der Bereiche des Wöhlerfelds

Das Wöhlerdiagramm wird im Allgemeinen über die Lebensdauer N eingeteilt. Diese Einteilung wird in **Bild 2.1** verdeutlicht anhand von eigenen Versuchsergebnissen aus Zug- und Schwingversuchen an M6-Stahlschrauben der Festigkeitsklasse 12.9 (siehe Kap. 3). Eine quasistatische zügige Beanspruchung kann formal einer Viertelschwingung, also einer Lebensdauer N = 0,25 zugeordnet werden. Der *LCF*-(Low-Cycle-Fatigue-)Bereich reicht bis $N = 10^5$ Schwingspielen, als *HCF*-(High-Cycle-Fatigue-)Bereich wird die Lebensdauerspanne von 10^5 bis 10^7 bezeichnet, und der *UHCF*-(Ultra-High-Cycle-Fatigue-)Bereich beginnt ab $N = 10^7$. Er wird auch *VHCF*-(Very-High-Cycle-Fatigue-)Bereich oder *GCF*-(Giga-Cycle-Fatigue-)Bereich genannt. Im Rahmen dieser Arbeit wird der Bereich ab 10^4 bereits dem HCF zugeordnet, da die entsprechende Regressionsgerade aus herkömmlichen statistischen Auswertungen meistens zufrieden stellend bis dahin extrapoliert werden kann. LCF- und HCF-Bereich heißen auch *Kurz*- und *Langzeitfestigkeitsgebiet*.

In Bild 2.1 sind Mischhorizonte markiert, die einen Bereich charakterisieren, der ursprünglich als „Übergangsgebiet zur Dauerfestigkeit“ bezeichnet wurde. Eine „Dauerfestigkeit“ existiert zwar nicht, ein Übergang findet in diesem Bereich dennoch statt, und zwar vom HCF zum UHCF mit einer Krümmung der Wöhlerkurve, daher werden im Folgenden die Mischhorizonte verkürzt *Übergangsgebiet* genannt.

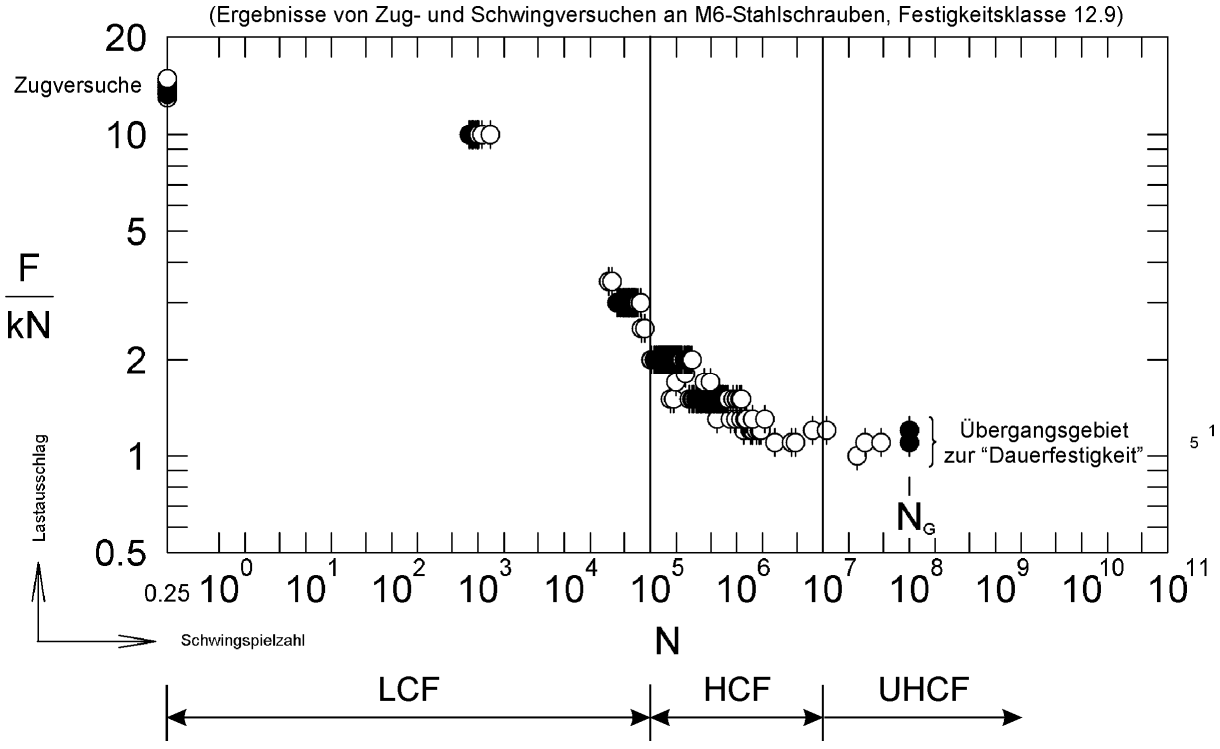


Bild 2.1: Bereiche des Wöhlerfelds (Ergebnisse von Zug- und Schwingversuchen an M6-Stahlschrauben, Festigkeitsklasse 12.9, vgl. Kap. 3)

2.2 Gängige Prüfverfahren zur Durchführung von Schwingversuchen

Die Bezugswöhlerlinie ist das Herzstück der Betriebsfestigkeitsrechnung nach dem Nennspannungskonzept, insofern kommt der planmäßigen Durchführung von Schwingversuchen unter konstanter Lastamplitude, so genannten Einstufenversuchen, und deren statistischer Auswertung besondere Bedeutung zu.

Leider sind keine eindeutigen Empfehlungen zur Durchführung und Auswertung von Schwingversuchen vorhanden. Dies wird deutlich bei Sichtung bestehender Richtlinien, wie beispielsweise [VDI2227, DIN50100, TGL19336, ENV1993, ISO3800, DIN969, ISO12107]: Viele sind unvollendet, veraltet oder wurden zurückgezogen, alle sind unvollständig. Je nach Anwender werden demzufolge unterschiedliche Prüfverfahren eingesetzt, die wiederum nach Gutdünken mit Verteilungs- und Schätzfunktionen ausgewertet werden. Immerhin haben sich im Laufe der Zeit bestimmte Prüfverfahren durchgesetzt, die eine Einordnung und Bewertung von Versuchsergebnissen ermöglichen.

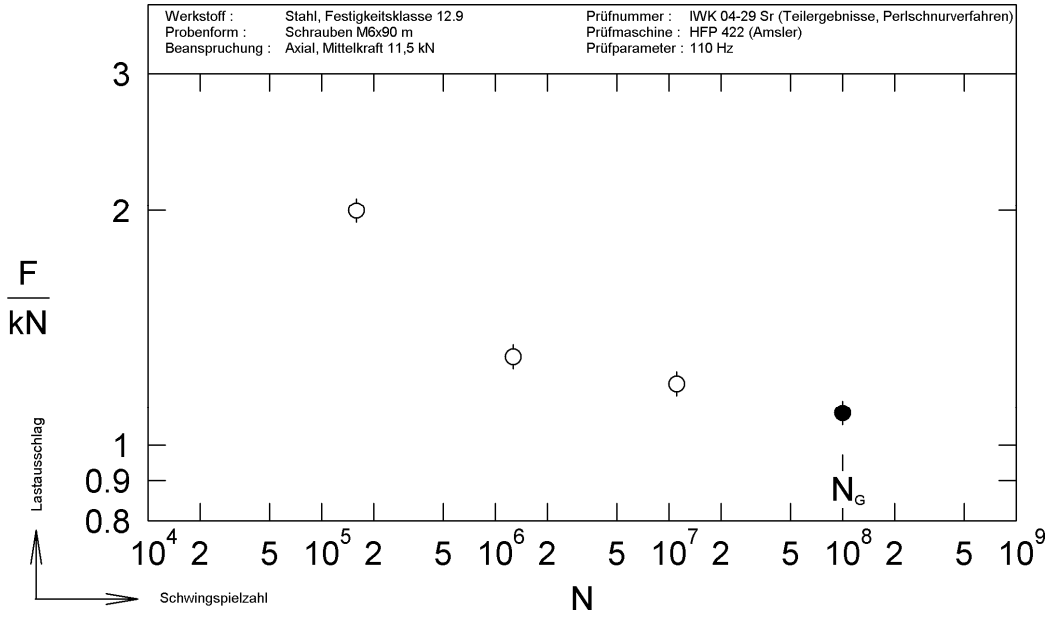


Bild 2.2: Schwingversuche nach dem Perlschnurverfahren (repräsentative Teilergebnisse aus Bild 2.1)

Die Vorgehensweise nach dem *Perlschnurverfahren* ist unumgänglich, wenn aus Zeit- und Kostengründen wenige Prüflinge zur Verfügung stehen, was in der Praxis häufig der Fall ist, oder wenn das Übergangsgebiet angesteuert werden soll. **Bild 2.2** zeigt eine typische Konstellation im Wöhlerdiagramm. Allgemein wird die Last nach jedem Versuch gezielt reduziert, bis ein erster Durchläufer auftritt. Pro Lastniveau liegen weniger als drei Versuchswerte vor.

Aufgrund der geringen Probenzahl ist die statistische Absicherung der Wöhlerkurve gering. Daher sollte das Perlschnurverfahren möglichst mit anderen Verfahren fortgesetzt werden. Empfehlenswert ist das Auffüllen von Lastniveaus, die im Perlschnurverfahren angesteuert wurden, auf mindestens 3 Versuchswerte. **Bild 2.3** zeigt ein Beispiel für das *Horizontverfahren*: Die Lastniveaus aus Bild 2.2 wurden auf 5 Proben erweitert.

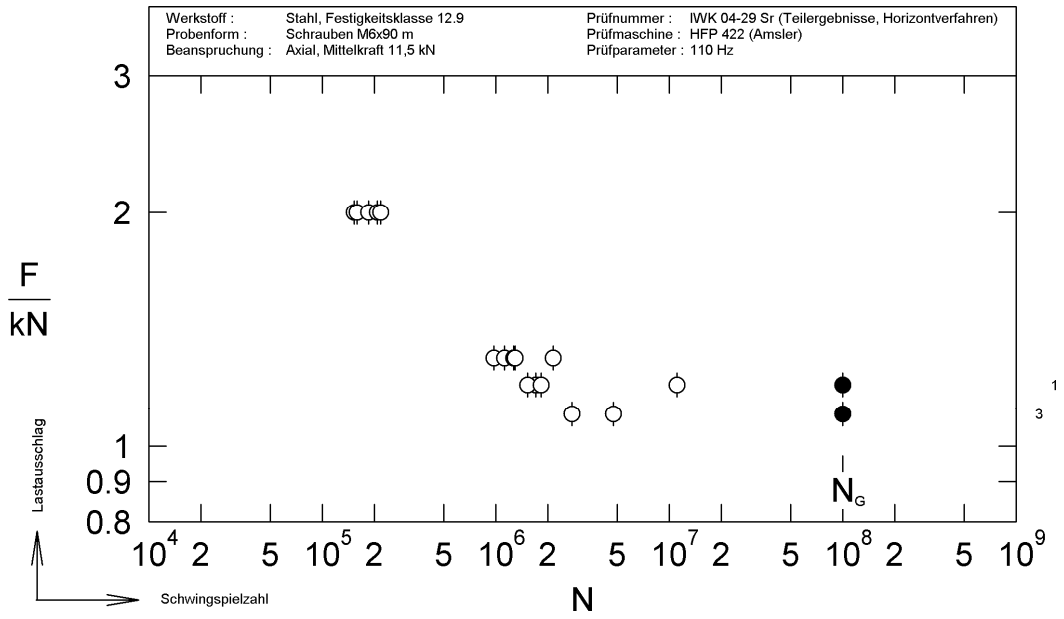


Bild 2.3: Schwingversuche nach dem Horizontverfahren
(repräsentative Teilergebnisse aus Bild 2.1)

Zur Reduzierung des Prüfaufwands wird vielfach im Übergangsgebiet anstelle des Horizontverfahrens das *Treppenstufenverfahren* [Dix48] angewendet.

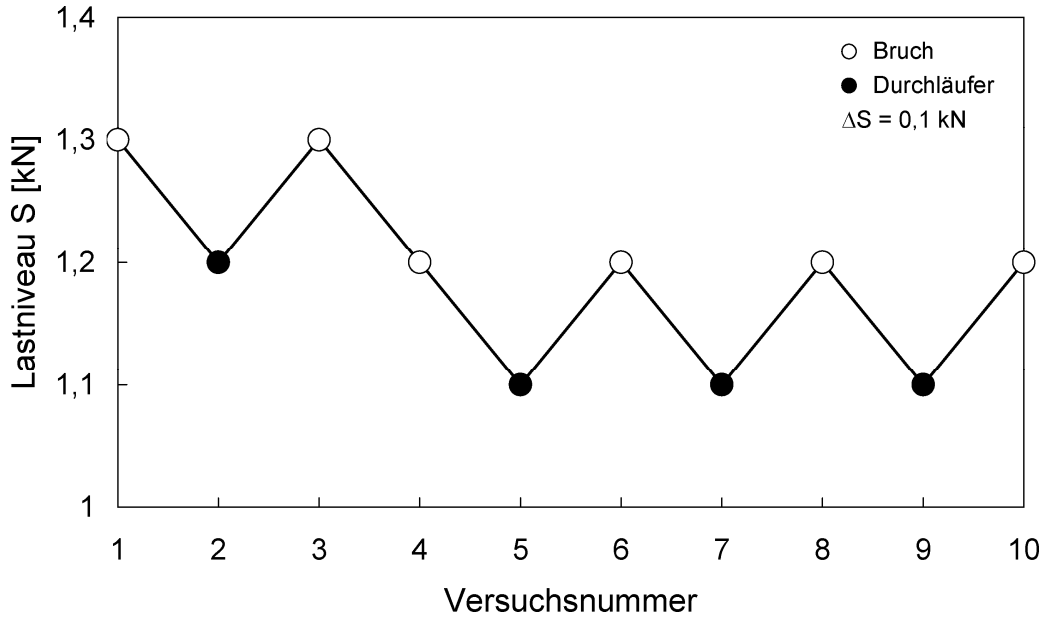


Bild 2.4: Versuchsdurchführung nach dem Treppenstufenverfahren

Nach Festlegung eines Stufensprungs ΔS und Ermittlung eines geeigneten Startwerts werden Mischhorizonte, die zum Erfassen des Übergangsgebiets erforderlich sind, angesteuert: Bei Auftreten eines Durchläufers auf einem Lastniveau S wird der nächste Versuch auf $S_{neu} = S + \Delta S$ durchgeführt, und falls ein Bruch auftritt, muss entsprechend das neue Lastniveau auf $S_{neu} = S - \Delta S$ verringert werden, **Bild 2.4**. Auf diese Weise kann mit minimalem Aufwand die mittlere Dauerfestigkeit S_{A50} abgeschätzt werden, die abweichend zur vergleichsweise aufwendigen Auswertung nach Hück [Hüc83] auch als arithmetischer Mittelwert über die Laststufen und deren Anzahl von Versuchsereignissen berechnet werden kann. Dabei besteht die Möglich-

keit, eine so genannte fiktive Probe [Hüc83] zu berücksichtigen: Weil die Laststufe des neuen Versuchs vom Ereignis des Vorgängers bestimmt wird, kann am Ende des Treppenstufenversuchs eine Probe virtuell ergänzt werden. In Bild 2.4 läge die fiktive Probe als Nr. 11 auf S = 1,1 kN. Für die Auswertung des Übergangsgebiets erhält der Wert S_{A50} die Bruchwahrscheinlichkeit P = 50%. Zur Ermittlung der Streuung wird ein weiterer Stützwert für die Verteilungsfunktion benötigt. Besonders gut dafür geeignet ist das oberste Lastniveau des Treppenstufenversuchs, das dafür vom Probenumfang her auf ein statistisch abgesichertes Maß aufgestockt werden muss. Die Kopplung von Auswerteprinzipien des Treppenstufen- und Horizontverfahrens wird *Kombinationsverfahren* genannt [Klu95, SAFD5-5].

2.3 Statistische Auswertung von Schwingversuchen, Wahrscheinlichkeitsnetze

Anhand der Ergebnisse aus Einstufenversuchen, die nach einem gewissen Schema durchgeführt wurden, müssen Verlauf und Streuung der Bezugswöhlerlinie über eine statistische Auswertung ermittelt werden. Im Folgenden wird das betrachtete Merkmal, entweder logN für Bruchhorizonte im HCF-Bereich oder (log)S für das Übergangsgebiet, als x bezeichnet. Gängige Verteilungsfunktionen für die Auswertung von Schwingversuchen sind die *Normalverteilung* nach Gauß, die zweiparametrige *Weibull-Verteilung* [Wei51] und die *sin-Verteilung* [Den67].

Am häufigsten verwendet und vielfach sehr zuverlässig ist die Normalverteilung. Sie ist symmetrisch und kann in der linearisierten Form mit

$$x = a + b\,u(p) \tag{2.1}$$

beschrieben werden, wobei die Funktion u(p) definiert ist über

$$p \equiv F(u) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{u} \exp\left(-\frac{\tilde{u}^2}{2}\right) d\tilde{u}\,. \tag{2.2}$$

Das Integral in (2.2) ist nicht elementar lösbar, kann aber iterativ bestimmt werden. Lösungen für diskrete u liegen in Tabellen vor. Die Werte von u und der Wahrscheinlichkeit p können daraufhin über Interpolation ineinander umgerechnet werden. In Statistikprogrammen ist die Umrechnung auch direkt möglich. Für die Beschreibung spröder Materialien ist die zweiparametrige Weibull-Verteilung

$$\ln x = a + b\,\ln(\ln(1/(1-p))) \tag{2.3}$$

gebräuchlich, die aufgrund ihrer Asymmetrie geeignet ist, Frühausfälle in Stichproben zu beschreiben. In Deutschland hat darüber hinaus die sin-Verteilung

$$x = a + b\,\arcsin\sqrt{p} \tag{2.4}$$

eine gewisse Verbreitung gefunden.

Die Funktionsparameter a und b in (2.1), (2.3) und (2.4) können nach Auftragung der Versuchswerte im jeweils geeigneten Wahrscheinlichkeitsnetz über Regressionsrechnung ermittelt werden. Zuvor werden den Merkmalswerten über eine *Schätzfunktion* diskrete Wahrscheinlichkeiten zugeordnet. Für die Beschreibung eines HCF-Lastniveaus werden beispielsweise die Merkmalswerte der Lebensdauer aufsteigend sortiert und nach der so genannten Ordnungszahl i nummeriert. Der kleinste Wert erhält die Zahl 1, der größte die Zahl n, also den Probenumfang des Lastniveaus. Da in Stichproben keine Absolutaussagen wie p = 0 oder p = 1 getroffen werden sollten, weil die Grundgesamtheit niemals erfasst werden kann, ist $0 < p < 1$ durch die Schätzfunktion zu gewährleisten. Mit dem scheinbar plausiblen Ansatz p = i/n wird für

i = n die Wahrscheinlichkeit p = 1, daher werden in diese Funktion korrigierende Konstanten implementiert. Auf der Suche nach der „besten“ Schätzfunktion ist in der Literatur ein vielfältiges Angebot entstanden, z.B. nach Weibull [Wei54] und Gumbel [Gum56]

$$p = \frac{i}{n+1}, \tag{2.5}$$

nach Rossow [Ross64]

$$p = \frac{3i - 1}{3n + 1} \tag{2.6}$$

oder nach Stepnov [Ste65]

$$p = \frac{i - 0{,}5}{n}. \tag{2.7}$$

Die genannten Schätzfunktionen können allgemeiner in der Form

$$p = \frac{i - v}{n + w} \tag{2.8}$$

dargestellt werden mit den Konstanten v und w. [Klu00] und [Schä01] zeigen über eine variable Schätzfunktion (siehe auch Kap. 4.2), dass keine fixe Schätzfunktion alle Versuchsergebnisse optimal beschreibt: Die Parameter v und w können variiert werden, bis zusammen mit der gewählten Verteilung die Korrelation im Wahrscheinlichkeitsnetz maximal wird. Die ermittelten Parameter v und w sind dann von Fall zu Fall verschieden.

Etwas exotisch, aber universell ist der Ansatz nach Freeman und Tukey [Fre50]

$$p = \sin^2\left(\frac{1}{2}\left[\arcsin\sqrt{\frac{i}{n+1}} + \arcsin\sqrt{\frac{i+1}{n+1}}\right]\right), \tag{2.9}$$

der geeignet ist zur Beschreibung von reinen Bruchhorizonten bis hin zu reinen Durchläuferhorizonten. Schätzfunktionen werden nicht nur zur Auswertung von HCF-Lastniveaus, sondern auch zur Beschreibung des Übergangsgebiets nach dem Horizontverfahren verwendet. Während auf einem HCF-Lastniveau die Last konstant bleibt und die Lebensdauer N streut, gilt für die Auswertung im Übergangsgebiet $N = N_G$, bei der die Last, d.h. die Schwingfestigkeit streut. Demzufolge wird anstelle der Ordnungszahl i die Anzahl an Brüchen r in die Schätzfunktion eingesetzt. Der Wert für n bleibt nach wie vor die Stichprobengröße des entsprechenden Lastniveaus, dem über das Verhältnis zwischen r und n ein Wahrscheinlichkeitswert zugeordnet werden kann. Die **Bilder 2.5** und **2.6** zeigen exemplarisch Wahrscheinlichkeitsnetze des HCF-Bereichs und des Übergangsgebiets. Für die Ermittlung des HCF-Streubands wird jedes Lastniveau einzeln ausgewertet, Bild 2.5. Anschließend werden im Wöhlerdiagramm Regressionsgeraden für die Quantile der einzelnen Lastniveaus bestimmt, um das Streuband aufzuspannen. Bei der Auswertung des Übergangsgebiets (Bild 2.6) werden zunächst die Bruchwahrscheinlichkeiten der Mischhorizonte (hier bei 1,1 und 1,2 kN) ermittelt und anschließend eine Regressionsgerade durch die Versuchspunkte im Wahrscheinlichkeitsnetz gelegt. Obwohl ein reiner Bruchhorizont, kann im vorliegenden Fall das Lastniveau auf 1,3 kN noch dem Übergangsgebiet zugeordnet werden, weil es deutlich innerhalb des Streubands liegt, das von den Mischhorizonten aufgespannt wird.

Das Beispiel in Bild 2.6 deutet an, dass die Auswertung des Übergangsgebiets insgesamt sehr komplex ist, da bedingt durch das Verhältnis von Brüchen und Durchläufern Spezialfälle zu berücksichtigen sind.

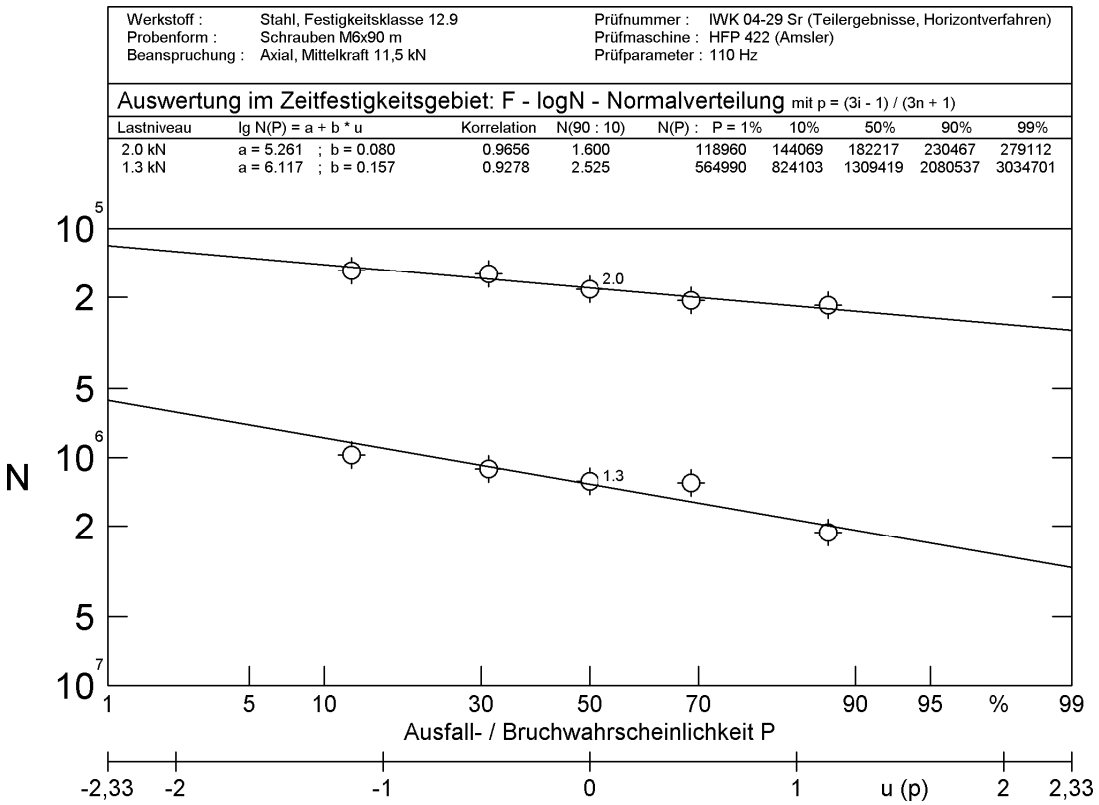


Bild 2.5: Beispiel eines Wahrscheinlichkeitsnetzes für den HCF-Bereich (HCF-Lastniveaus aus Bild 2.3)

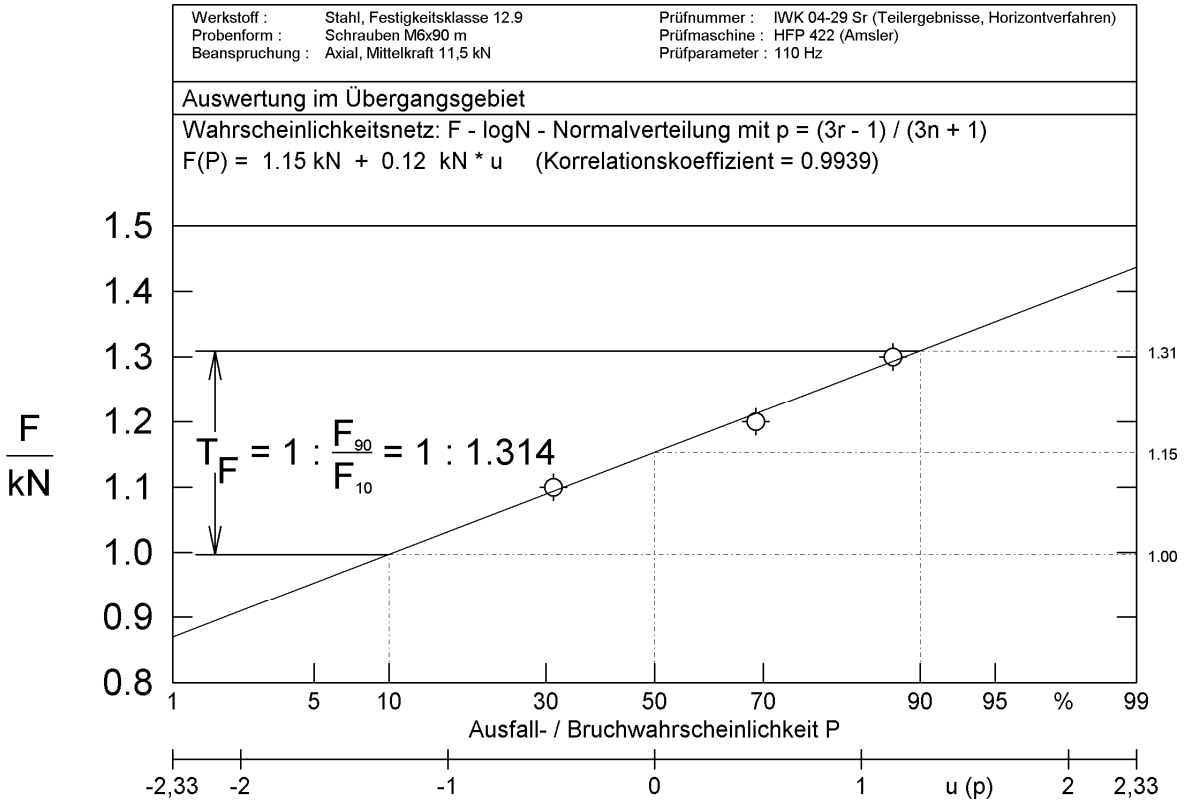


Bild 2.6: Beispiel eines Wahrscheinlichkeitsnetzes für das Übergangsgebiet (Versuchsergebnisse aus Bild 2.3)

2.4 Wöhlerlinien

Auf der Grundlage der Wahrscheinlichkeitsnetze für das Zeitfestigkeits- und Übergangsgebiet können die Wöhlerlinien ermittelt werden.

Der erste Ansatz für die Zeitfestigkeitsgerade ist auf *Wöhler* (1870) zurückzuführen: Der Logarithmus der Lebensdauer wird abgeschätzt über eine Geradengleichung mit Achsenabschnitt a und Steigung b, in der die Last linear eingesetzt wird:

$$\log N = a + b\,S\,. \tag{2.10}$$

Mittlerweile gebräuchlicher für die Beschreibung des HCF-Bereichs ist die doppellogarithmische Variante nach *Basquin* (1910):

$$\log N = a + k \log S\,, \tag{2.11}$$

wobei die Steigung nun mit dem allgemein üblichen Buchstaben k bezeichnet ist.
Die Versuche im Zeitfestigkeitsgebiet aus Bild 2.3 sind ausgewertet nach Basquin in **Bild 2.7** wiedergegeben.

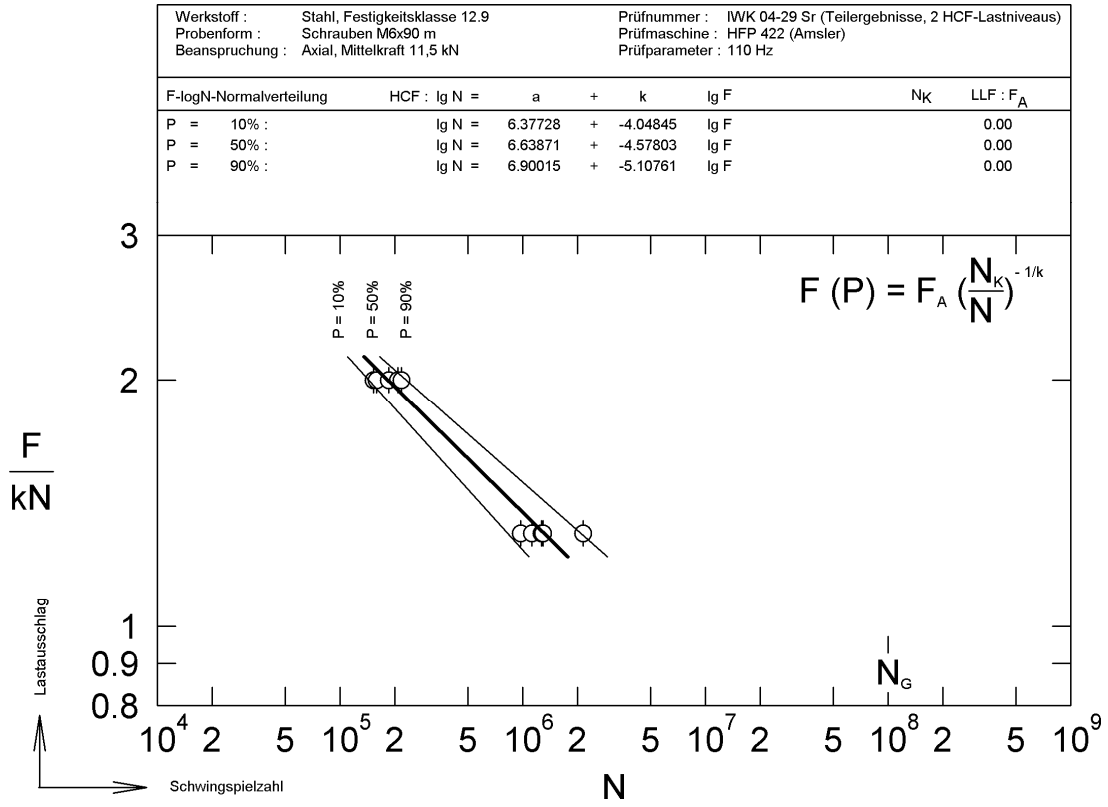


Bild 2.7: Beschreibung des HCF-Bereichs nach Basquin
(HCF-Lastniveaus aus Bild 2.3)

Die 50%-Wöhlerlinie wird als Regressionsgerade durch die 50%-Quantile der einzelnen Bruchhorizonte gezogen, die wie in Bild 2.5 errechnet wurden. Analog werden die Linien anderer Bruchwahrscheinlichkeiten bestimmt (üblicherweise 1, 10, 90 und 99%). Bei Perlschnurversuchen ist diese Vorgehensweise mangels Proben nicht möglich. Stattdessen kann der HCF-Bereich *normiert* bzw. *global* ausgewertet werden.

2.5 Normierte Auswertung von Versuchsdaten im HCF-(High-Cycle-Fatigue-)Bereich

Die normierte Auswertung des Zeitfestigkeitsgebiets basiert auf der Idee, Abstände von Versuchspunkten zur Mittellinie gemeinsam auszuwerten und daraus ein globales Streuband zu bestimmen. Die Abstände können sowohl in Richtung der Lebensdauer [Hai75] als auch in Richtung der Last [Hai81] betrachtet werden. In SAFD beispielsweise wird $\log N - \log N_{50}$ global ausgewertet, d.h. der Logarithmus der Lebensdauer bezogen auf den jeweiligen Lebensdauermittelwert. Die daraus resultierende Streuung wird anschließend dem gesamten Zeitfestigkeitsgebiet als paralleles Streuband aufgezwungen. Diese Vorgehensweise liefert dasselbe Wahrscheinlichkeitsnetz wie die Verschiebung der Versuchspunkte nach [Erk58] parallel zur 50%-Zeitfestigkeitsgeraden auf ein gemeinsames virtuelles Lastniveau mit $\log N^* = 0$, d.h. $\log S^* = -a/k$ (Basquin, siehe **Bild 2.8**) bzw. $S^* = -a/b$ (Wöhler). Die Höhe des Lastniveaus ist für das Ergebnis jedoch unerheblich.

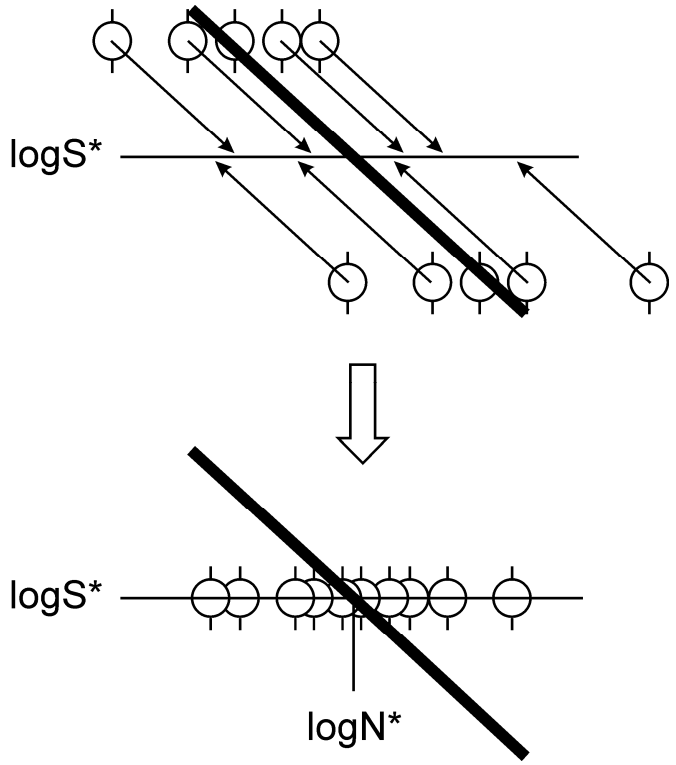


Bild 2.8: Verschiebung der Versuchspunkte parallel zur 50%-Wöhlerlinie auf ein gemeinsames virtuelles Lastniveau (schematisch)

Bild 2.9 zeigt alternativ zu Bild 2.5 das Wahrscheinlichkeitsnetz des HCF-Bereichs mit normierter Auswertung. Das daraus resultierende parallele Streuband ist in **Bild 2.10** wiedergegeben.

Die 50%-Wöhlerlinie lässt sich generell bestimmen über eine Regressionsgerade durch alle Versuchspunkte im HCF-Gebiet, also auch Ergebnisse aus dem Perlschnurverfahren. Falls im Horizontverfahren geprüft wurde, wird üblicherweise stattdessen die 50%-Wöhlerlinie regressionstechnisch durch die 50%-Quantile der einzelnen Lastniveaus gelegt, wie oben beschrieben.

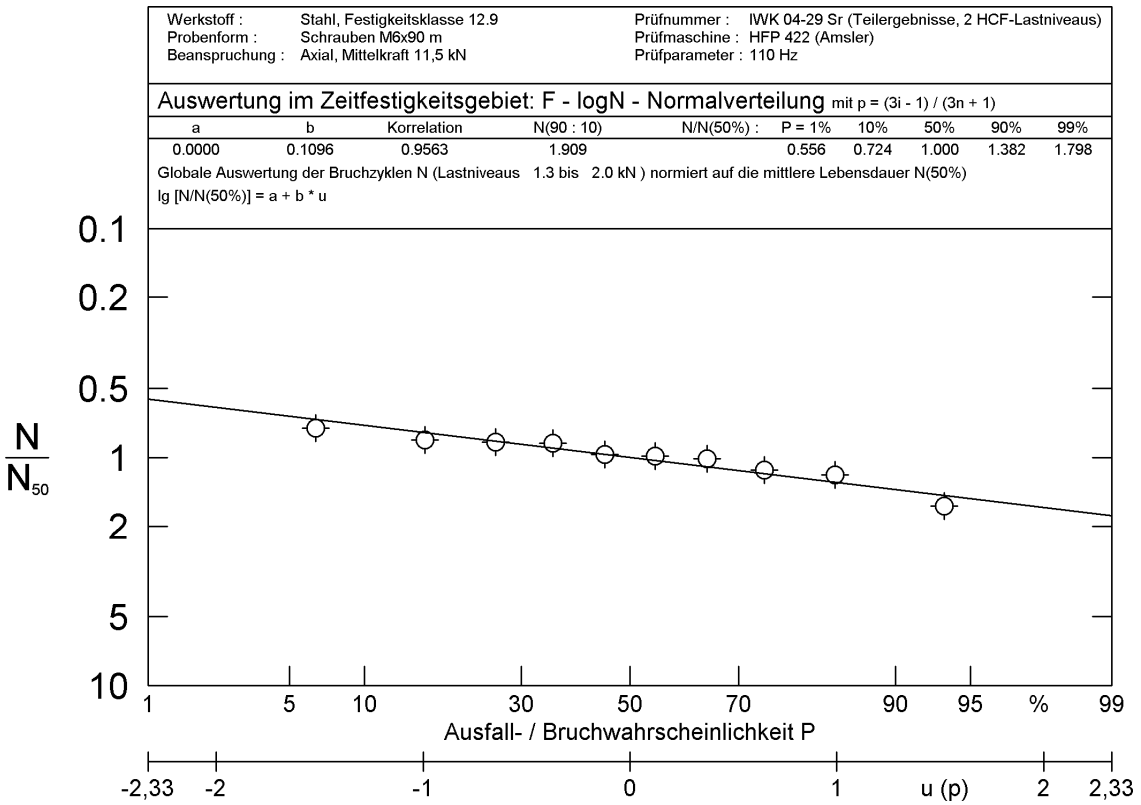


Bild 2.9: Beispiel für normierte Auswertung des HCF-Bereichs (HCF-Lastniveaus aus Bild 2.3)

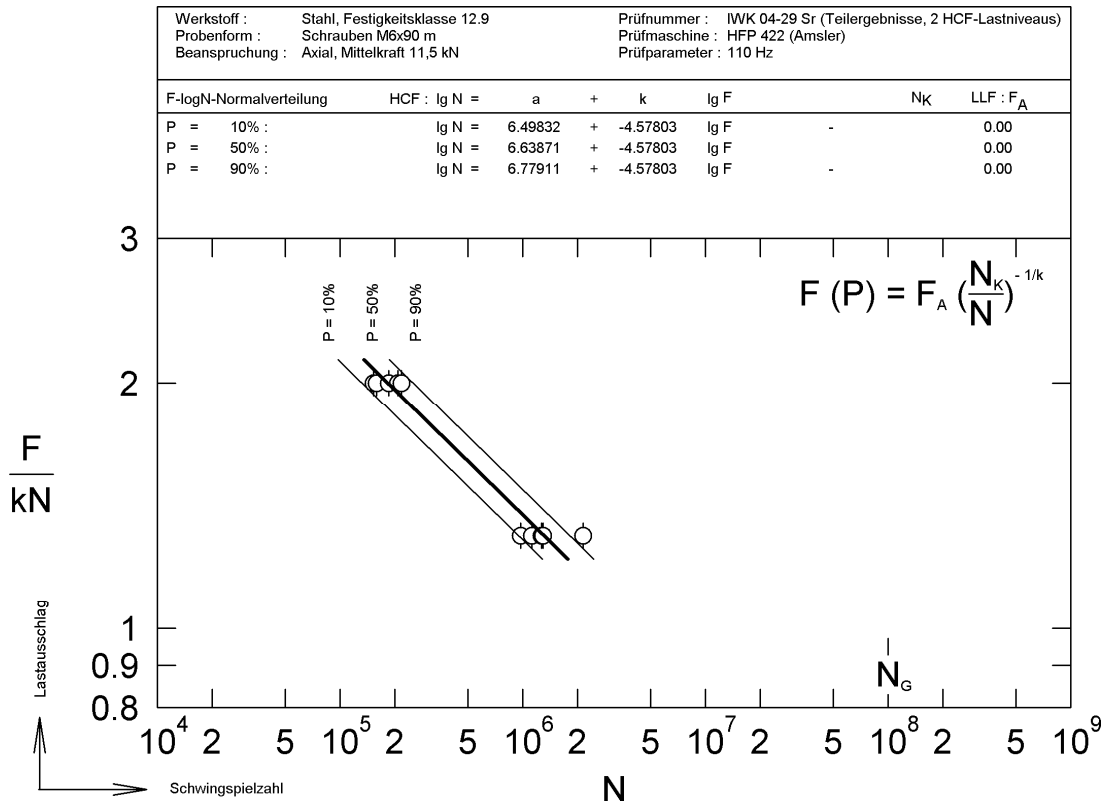


Bild 2.10: Beschreibung der Streuung des HCF-Bereichs mit parallelem Streuband (HCF-Lastniveaus aus Bild 2.3)

Brüche aus Mischhorizonten können in die Ermittlung der Streuung einbezogen werden. Für lineare Auswertemodelle muss aufgrund der begrenzten Gültigkeit der HCF-Gerade überprüft werden, inwieweit Brüche mit sehr hohen Lebensdauern berücksichtigt werden, damit Neigung und Streuband plausibel bleiben. Bei Anwendung von nichtlinearen Wöhlerkurven, die für das ganze Wöhlerfeld gelten sollen, werden Brüche aus Mischhorizonten im Rahmen dieser Arbeit generell zur normierten Auswertung herangezogen.

Die Normierung ist auch dann sinnvoll, wenn aufgrund von unzureichender Probenbelegung bei herkömmlicher Auswertung im Horizontverfahren das ermittelte Streuband mit niedrigerer Belastung schmaler würde, was sämtlicher Erfahrung widerspräche und demzufolge wenig Vertrauen erweckend wäre [Klu00].

2.6 Kopplung von Zeitfestigkeits- und Übergangsgebiet

Die Quantile der Auswertung des Übergangsgebiets werden als waagerechte Linien aufgetragen, z.B. mit S_{A50} als 50%-Quantil, basierend auf der Annahme, dass Durchläufer unendlich lange halten und das Streuband bei $N = N_G$ in den Bereich jenseits von N_G extrapoliert werden kann (**Bild 2.11**). Weil dies erfahrungsgemäß nicht zutrifft, gibt SAFD die Wöhlerlinie ab $N = N_G$ nur gestrichelt wieder. Die so genannte *Knickschwingspielzahl* N_K, also die Lebensdauer an der Schnittstelle der Zeitfestigkeitsgeraden mit der Waagerechten $S = S_{A50}$, wird bestimmt über

$$\log N_K = a + k \log S_{A50} \,. \qquad (2.12)$$

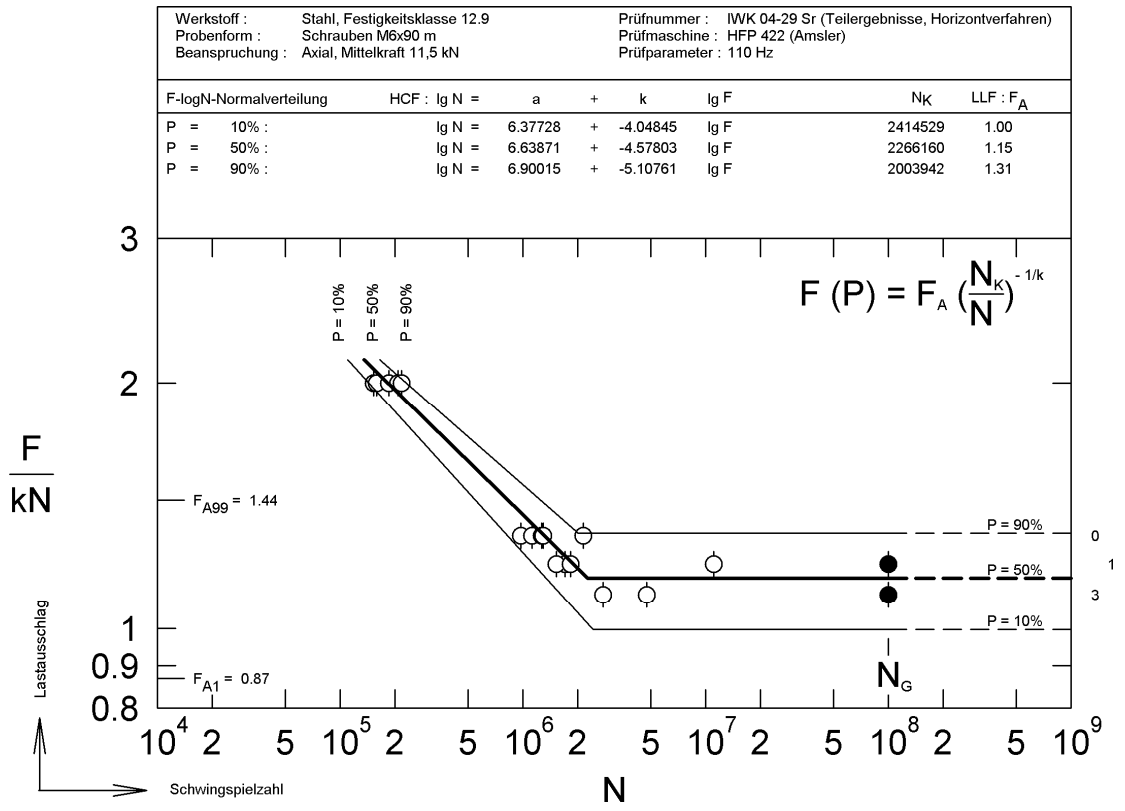


Bild 2.11: Kopplung der HCF-Geraden mit Quantilen der „Dauerfestigkeit“ (Versuchsergebnisse aus Bild 2.3)

2.7 Fortsetzung der Wöhlerlinie jenseits der Knickschwingspielzahl

Drei gängige Fortsetzungen der Wöhlerlinie jenseits der Knickschwingspielzahl sind in **Bild 2.12** dargestellt. Die oben erwähnte Auswertung mit Annahme einer „Dauerfestigkeit“ genügt der Berechnung der Schadenssumme nach Miner original [Pal24, Min45]. Lastkollektivanteile unterhalb dieses Wertes werden dadurch nicht erfasst. Die Schadenssumme

$$D = \sum_{i=1}^{j} \frac{n_i}{N_i} \tag{2.13}$$

für ein j-fach getrepptes Beanspruchungskollektiv mit n_i Schwingspielen je Stufe i (N_i: zur i-ten Stufe gehörige ertragbare Lebensdauer aus der Bezugswöhlerlinie) fällt auf diese Weise zu niedrig aus.

Einige Modifikationen versuchen zu berücksichtigen, dass die Schwingfestigkeit kontinuierlich abfällt. Die Extrapolation der HCF-Gerade gemäß Miner elementar führt zu einer sehr konservativen Abschätzung der Schädigung und widerspricht auch jeglicher Erfahrung. Eine Fortsetzungsmöglichkeit ist die Form nach Haibach [Hai73]

$$|k^*| = 2|k| - 1, \tag{2.14}$$

die auf der Zeitfestigkeitsgeraden nach Basquin basiert.

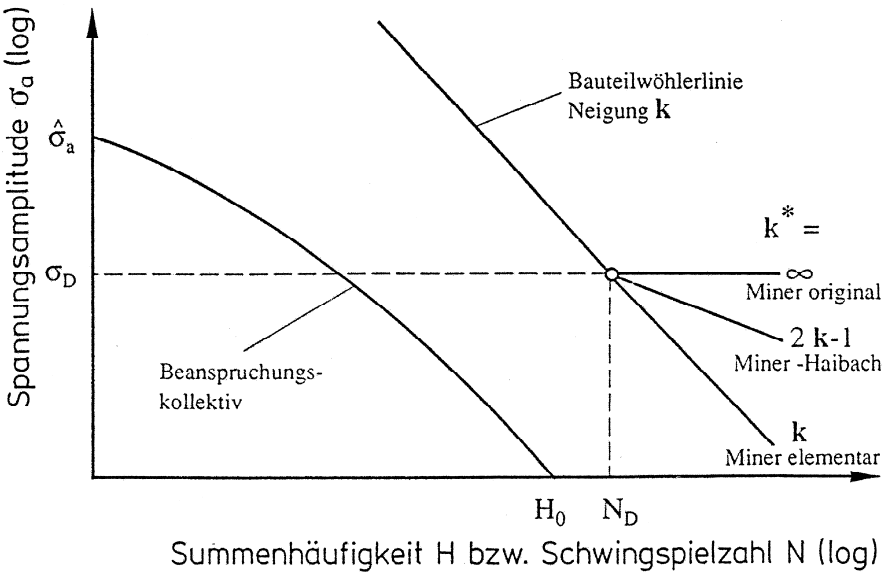


Bild 2.12: Modifikation der Wöhlerlinie zur Berücksichtigung von Lastspielen mit Amplituden unterhalb der Dauerfestigkeit (Quelle: [Zen92])

Ein anderes Prinzip zur Erfassung niedriger Lastkollektivanteile stammt von Liu und Zenner [Zen92]: Das Prinzip der „Dauerfestigkeit“ wird beibehalten, jedoch ihr Wert auf die Hälfte reduziert und die Zeitfestigkeitsgerade über die Steigung m der so genannten Rissfortschrittswöhlerlinie angepasst gemäß

$$|k^*| = \frac{|k| + |m|}{2}, \tag{2.15}$$

wobei für Stähle beispielsweise ein mittlerer Wert |m| = 3,6 angenommen wird. Lastkoordinate des Schnittpunkts von ursprünglicher und modifizierter Zeitfestigkeitsgerade ist der Maximalwert des Kollektivs (**Bild 2.13**).

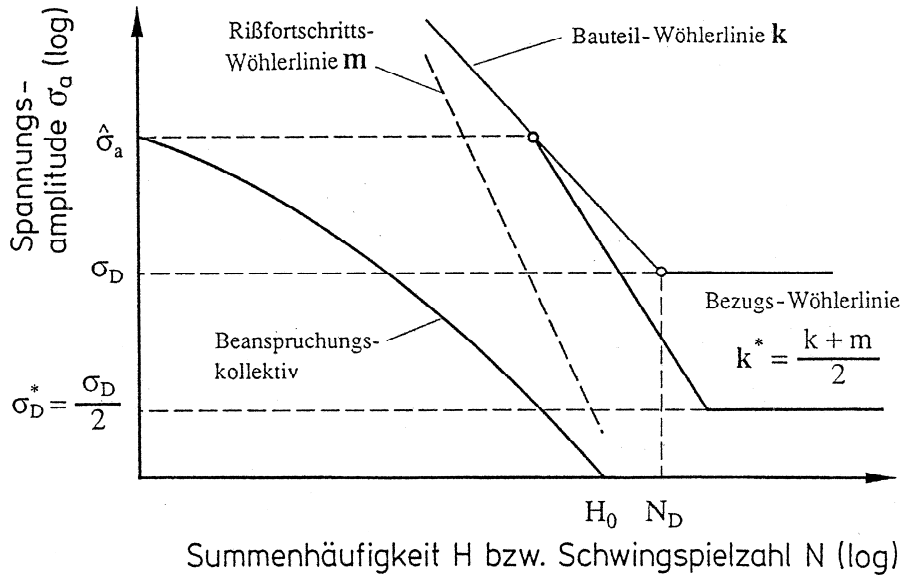


Bild 2.13: Modifikation der Wöhlerlinie nach Liu und Zenner (Quelle: [Zen92])

Dass eine solch drastische Änderung der Bezugswöhlerlinie als notwendig erachtet wird, zeigt, dass ein systematischer Fehler bei der Schadenssummenrechnung nach Miner vorliegen muss. Bevor das Prinzip jedoch generell angezweifelt wird, sollte zunächst die Wöhlerkurve ganzheitlich erfasst werden, und zwar vom LCF- bis in den UHCF-Bereich.

Der UHCF-Bereich wird vermehrt Gegenstand von Veröffentlichungen. In einem viel beachteten Aufsatz von Sonsino [Son05] beispielsweise, der die herkömmliche „Dauerfestigkeit“ widerlegt, sind pauschale werkstoffspezifische Werte sowohl für k* als auch für N_K angegeben. Ob Pauschalwerte den Versuchsdaten durchgängig gerecht werden können, ist fraglich. Bislang noch qualitativ werden mehrstufige Modelle diskutiert auf der Basis vorherrschender Versagensmechanismen: Während für niedrige Lebensdauern Oberflächenrisse dominieren, tritt in Richtung UHCF-Bereich verstärkt innere Rissbildung auf. In diesem Zusammenhang wird in der Literatur unterschieden zwischen Werkstoffen, die keine inneren Defekte aufweisen (Typ I) und solchen, bei denen Einschlüsse oder Poren zu beobachten sind (Typ II) [Mug02]. Werkstoffe des Typs I wurden bislang wenig untersucht [Chr05], für Typ II wiederum herrscht Uneinigkeit darüber, ob bei sehr niedriger Belastung eine so genannte „wahre Dauerfestigkeit“ existiert [Nis99], **Bild 2.14**, oder ob die Wöhlerlinie weiterhin abfällt [Mur99], **Bild 2.15**. Ob derartige Stufen im Wöhlerdiagramm wirklich existieren, konnte bislang nicht eindeutig nachgewiesen werden, weil insgesamt noch zu wenige Versuchsdaten mit Lebensdauern $N > 10^9$ vorliegen. Wie auch bei den vorherigen Modellen fehlt ein nachvollziehbarer Übergang vom HCF- zum LCF-Bereich, insofern ist eine ganzheitliche Auswertung der Wöhlerkurve nicht möglich.

Lineare Ansätze zur Beschreibung der Wöhlerlinie weisen zwangsläufig Unstetigkeiten auf, die im physikalischen Sinn nicht existieren und umständlich in der Handhabung sind. Zur ganzheitlichen und gleichzeitig stetigen Erfassung des Wöhlerfelds muss letztendlich eine nichtlineare Kurve Basis des zu entwickelnden Auswertemodells sein. Im Folgenden werden einige Modelle aus der Literatur chronologisch vorgestellt.

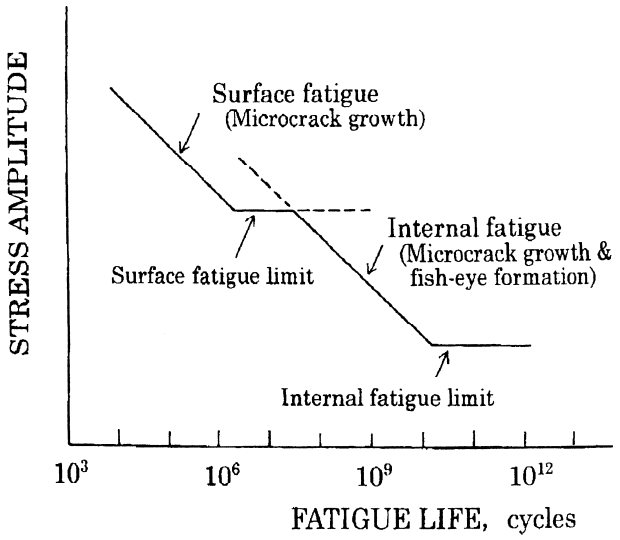


Bild 2.14: „Twofold S-N curve“ [Nis99] mit Annahme einer „wahren Dauerfestigkeit“

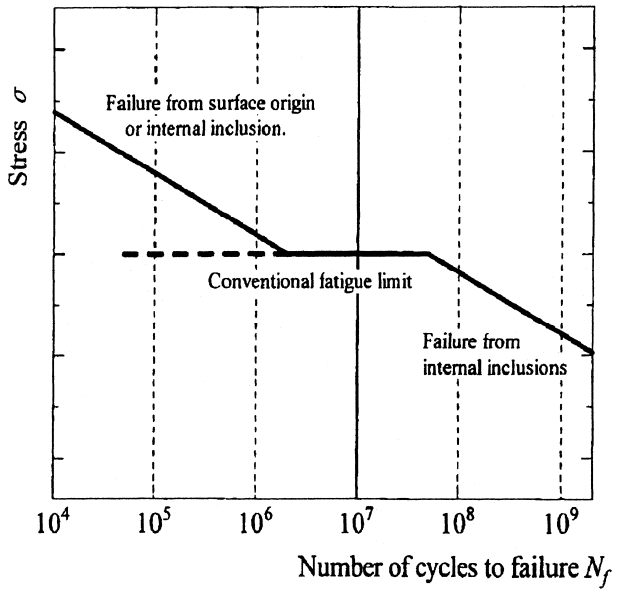


Bild 2.15: Mehrstufige Wöhlerlinie [Mur99] ohne untere Schwingfestigkeitsgrenze

2.8 Nichtlineare Modelle zur Beschreibung des Wöhlerfelds

Bereits 1914 hatte Stromeyer [Stro14] die Idee, den Ansatz nach Basquin um einen weiteren Parameter so zu erweitern, dass er auch im doppellogarithmischen Maßstab nichtlinear wird und somit geeignet erscheint zur Beschreibung der Wöhlerkurve in Richtung UHCF-Bereich:

$$\log N = a + b\log(S - S_D). \tag{2.16}$$

Die entsprechende Kurve zeigt jedoch eine konstante Krümmung. Die S-Form, die in der Praxis meistens zwischen LCF- und UHCF-Bereich zu beobachten ist, kann somit nicht beschrieben werden.

Im Jahr 1924 stellte Palmgren [Pal24] das Modell

$$\log(N+B) = a + b\log(S - S_D) \tag{2.17}$$

vor, das mit seiner S-Form in der Lage ist, das Wöhlerfeld vollständig zu beschreiben. 1952 griff Weibull dieses Modell auf [Wei52].
Von Stüssi [Stü56] wurde eine Variante präsentiert,

$$\log N = a + b\log\left(\frac{S - S_D}{R_m - S}\right), \tag{2.18}$$

die ebenfalls Richtung UHCF und LLF extrapolierfähig ist.

Basierend auf [Bas61], [Bar63] und [Bas71] wird in [Hai79] eine Gleichung angegeben, die in der Form

$$\log N = a - \log(S - S_D) + b(S - S_D)^c \tag{2.19}$$

dargestellt werden kann. Auch sie ermöglicht die Beschreibung einer S-Kurve, jedoch ist eine Umkehrfunktion nicht ohne weiteres zu ermitteln.

1965 führte Müller [Mül65] einen dreiparametrigen Vorläufer des Goniometrischen Modells ein mit

$$N = \frac{a}{\tan^2(b\log S + c)}, \tag{2.20}$$

der in [Mül74a] erweitert wurde.

Ein zweiparametriger Ansatz wird von Matolcsy [Mat67] vorgeschlagen,

$$\log N = \operatorname{arccosh}\frac{a}{S - S_D}, \tag{2.21}$$

der jedoch in Richtung LCF nicht extrapolationsfähig ist.

Müller beschreibt in [Mül74a] das Neutrale Modell

$$\log N = a + b\log\left(\frac{c - \log S}{\log S - d}\right), \tag{2.22}$$

das der Form nach Stüssi entspricht, allerdings mit logarithmisch gerechneter Last, und das Goniometrische Modell

$$\log N = a + b\log[\tan(c\log S + d)]. \tag{2.23}$$

Die Beschreibung der Wöhlerkurve über Polynome ist kaum übersichtlich zu realisieren. Solche Ansätze werden daher hier nicht betrachtet.

In Kap. 5 werden einige der aufgeführten Varianten anhand eines Beispiels visualisiert und miteinander verglichen.

3 UHCF-(Ultra-High-Cycle-Fatigue-)Schwingversuche an Schrauben zweier Festigkeitsklassen

Damit theoretische Analysen in dieser Arbeit nicht ausschließlich auf Literaturdaten beruhen, wurde ein umfangreicher eigener Datenpool generiert mit Schwingversuchen an Stahlschrauben zweier Festigkeitsklassen bei Raumtemperatur bis zum Bruch oder einer Grenzschwingspielzahl $N_G = 10^8$. Schrauben werden häufig in der Praxis eingesetzt und sind in großer Menge zu kleinen Preisen bei vergleichbarer Qualität verfügbar. Geprüft wurden zum einen Schrauben M8x100, DIN 931 (Qualität m: mittel) der Festigkeitsklasse 8.8 mit Muttern DIN 934 der Klasse 8, zum anderen Schrauben M6x90, DIN 912 (gleiche Qualität) der Festigkeitsklasse 12.9 mit Muttern DIN 934 der Klasse 12, allerdings nicht im klassischen Schraubenversuch mit definiertem Anzugsdrehmoment: Nach dem handfesten Verspannen der Schrauben wurde pro Schraubentyp eine definierte axiale Mittelkraft aufgebracht, die über alle Versuche konstant gehalten wurde, und anschließend eine Kraftamplitude auferlegt. Für die Schrauben der Festigkeitsklasse 8.8 betrug die Mittelkraft $F_m = 12{,}5$ kN, für die der Klasse 12.9 $F_m = 11{,}5$ kN. Ergänzend zu den Schwingversuchen wurden Versuche unter quasistatischer zügiger Belastung durchgeführt.

3.1 Versuchsaufbau

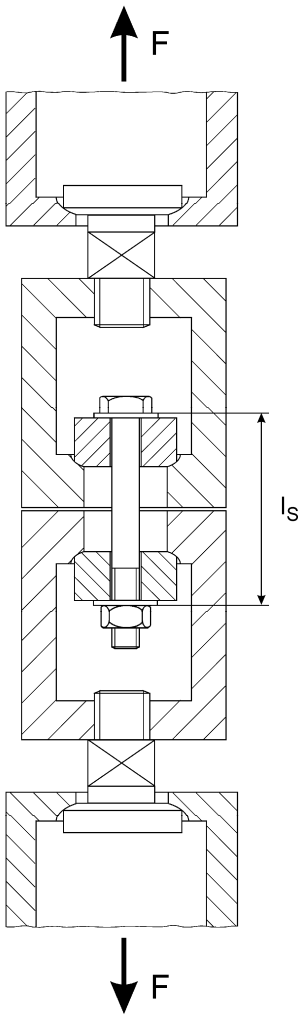


Bild 3.1: Aufbringung der Schraubenkraft, Prinzipskizze

Die Einleitung der Schraubenkraft ist schematisch in **Bild 3.1** dargestellt. Als Schraubenverbindungslängen ergaben sich für die M8-Schrauben $l_S \approx 85$ mm und für die M6-Schrauben $l_S \approx 82$ mm. Durch vier geschmierte Gelenke ist die Vorrichtung unempfindlich gegen unerwünschte überlagerte Biegung. **Bild 3.2** zeigt die Vorrichtung, mit der fast alle Versuche durchgeführt wurden, bis auf die HCF-Versuche an den Schrauben der Festigkeitsklasse 8.8 bei $F_a = 4$ kN (Vorrichtung: **Bild 3.3**) und die Versuche am gleichen Material auf dem LCF-Lastniveau bei $F_a = 16$ kN (Vorrichtung: **Bild 3.9**). Die im Rahmen dieser Arbeit erstellten Teilezeichnungen der Vorrichtung aus Bild 3.2 sind dem Anhang zu entnehmen.

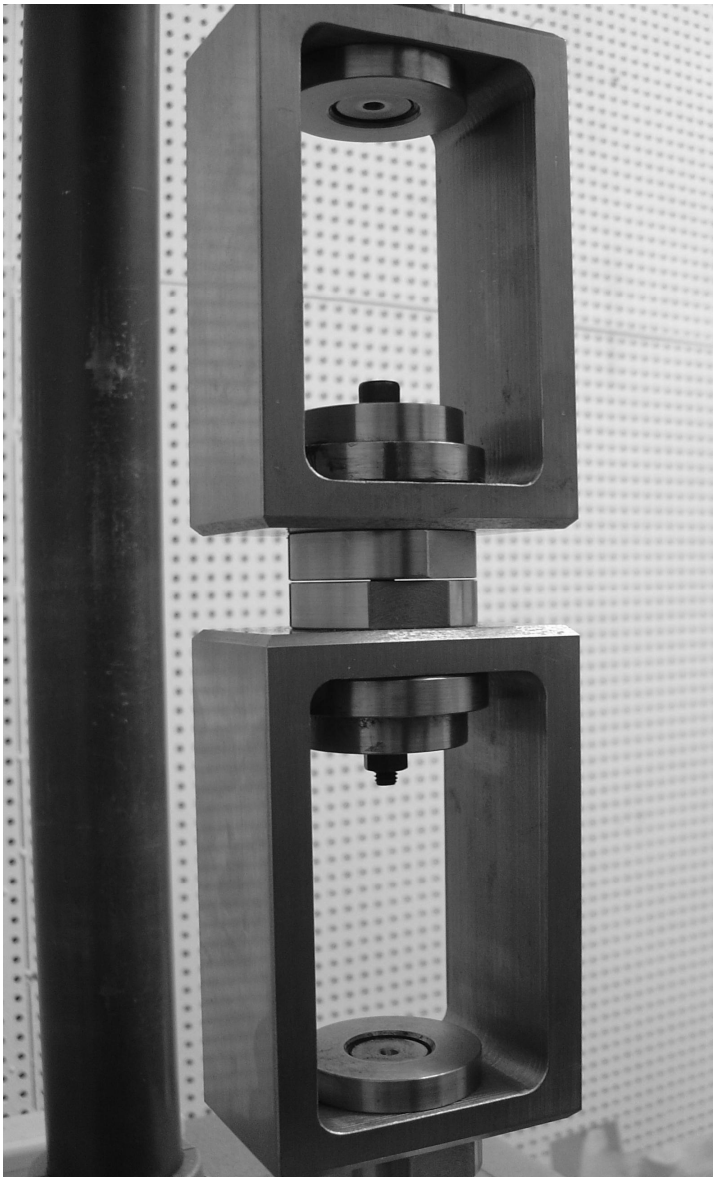


Bild 3.2: Überwiegend verwendete Prüfvorrichtung mit eingebauter M6-Schraube unter Vorlast (siehe Spalt)

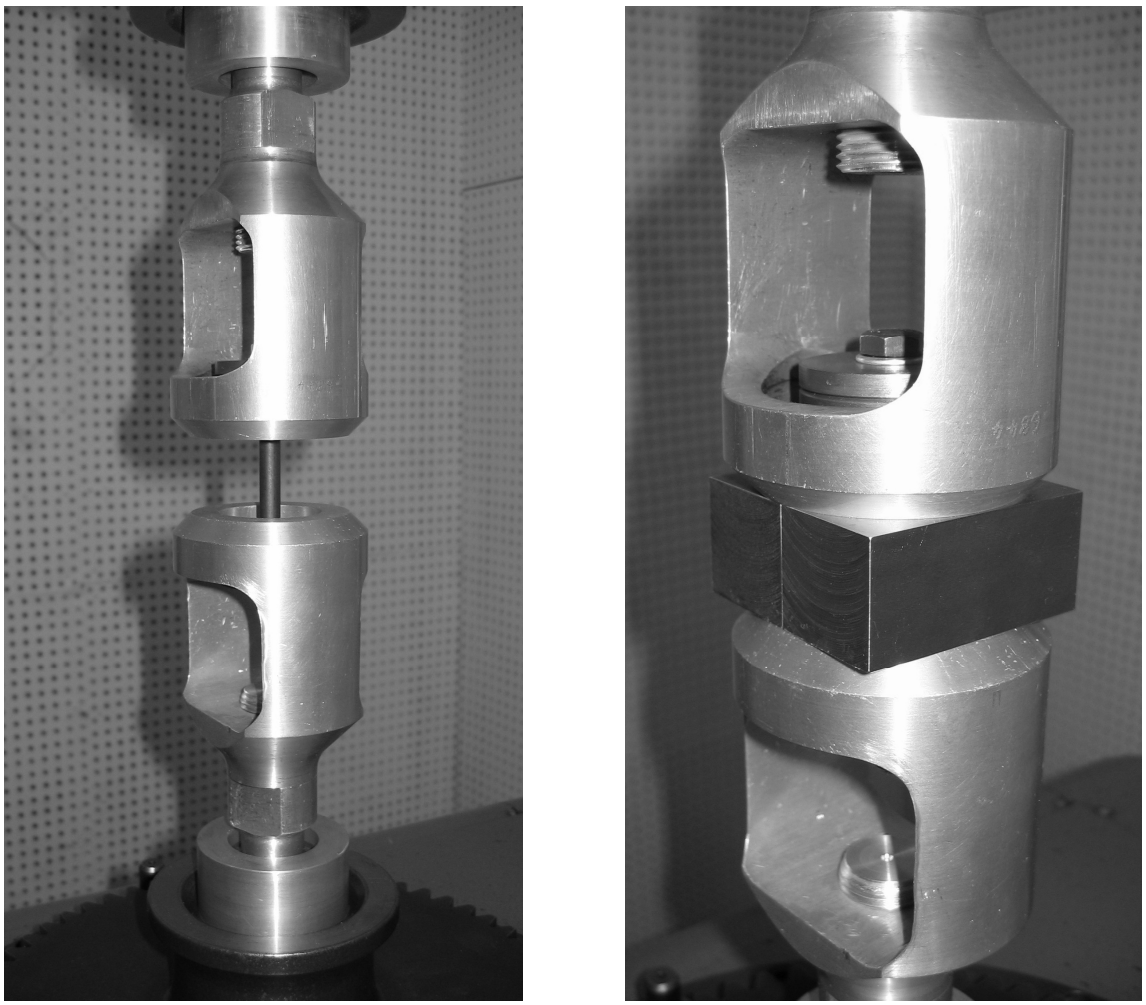


Bild 3.3: Prüfvorrichtung zur Realisierung des HCF-Lastniveaus bei F_a = 4 kN an M8-Schrauben; rechts: mit Einspannhilfe für die Ausrichtung

3.2 Hochfrequenzpulsator 10 HFP 422

Aufgrund der hohen erreichbaren Prüffrequenzen (im Versuch f = 110 - 120 Hz) wurden die Schwingprüfungen im HCF- und UHCF-Bereich auf einem Hochfrequenzpulsator 10 HFP 422, Bauart Amsler (**Bild 3.4**) durchgeführt. Das Prinzip von Frequenzpulsatoren beruht auf einem schwingenden Feder-Masse-System, das in seiner Eigenfrequenz zyklisch erregt wird und somit eine sinusförmige Lastfolge auf den Prüfling aufbringt [Sack98]. Das Schwingungssystem, bestehend aus einem Elektromagneten und besonders abgestimmten Federn, ist mit dem Massenpaket über eine Spindel in der Maschinentraverse höhenverstellbar. Die Schwingung wird durch einen Elektromagneten erregt, der zwischen Schwingkopf und dem mitbewegten Massenpaket auf die Weise angeordnet ist, dass sein Luftspalt je nach Mittellast justiert werden kann. Die Eigenfrequenz, die beschrieben wird durch

$$\omega_0 = \sqrt{\frac{c_{red}}{m_{red}}} \tag{3.1}$$

mit c_{red} als reduzierter Federsteifigkeit des Gesamtsystems und m_{red} als reduzierter schwingender Masse, kann durch Hinzufügen von Zusatzmassen in groben Lastbereichen voreingestellt werden.

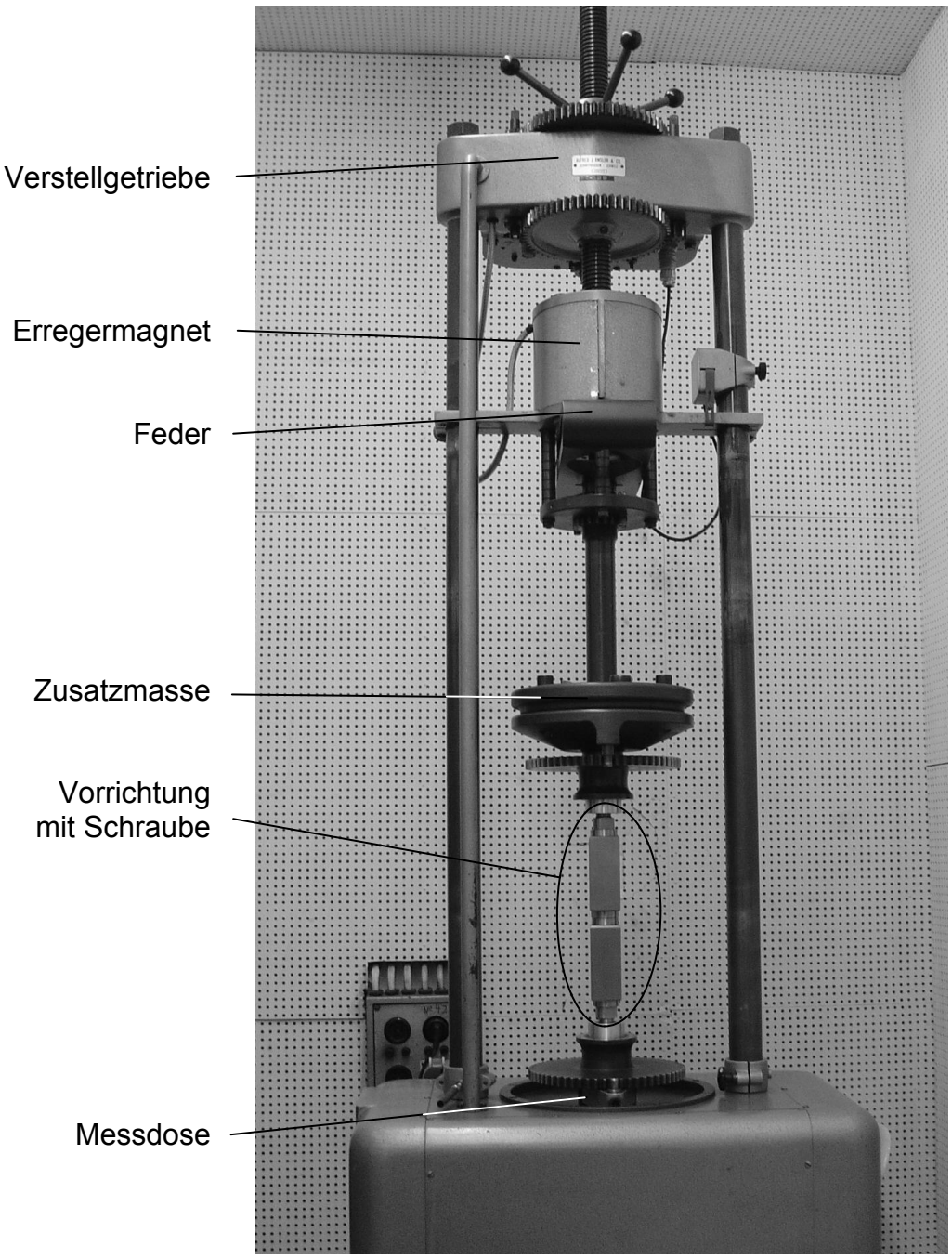


Bild 3.4: Hochfrequenzpulsator mit Vorrichtung zur Schraubenprüfung

Da die Maschine stets mit der Resonanzfrequenz betrieben wird, weist ein während des Prüfablaufs festgestellter Frequenzabfall auf den Beginn einer Schädigung des Prüflings hin. Diese Frequenzänderung wird vom Überwachungssystem erfasst und kann beim automatischen Prüfablauf als Versuchsendekriterium herangezogen werden. Das Signal der Kraftmessdose wird in Verbindung mit einer Steuerelektronik zur Regelung des Erregermagneten mit pulsierendem Strom verwendet. Die aufgebrachte Energie dient lediglich zur Kompensation der Dämpfungsverluste im Feder-Masse-System. Der Energiebedarf ist folglich im Vergleich zu servohydraulischen Prüfanlagen vernachlässigbar gering.

Die Elektronik besteht aus Mess- und Regelmodulen, einem Interface-Modul sowie Leistungseinheiten für den statischen und dynamischen Antrieb. Das Anschlussmodul stellt die Verbindungen zwischen Mess- und Regelmodulen, den Leistungseinheiten sowie dem Elektromagneten her. Das Reglermodul enthält den statischen und dynamischen Regler. Die Sollwerte werden von einem Interfaceprozessor vorgegeben, der an den PC über eine serielle Schnittstelle angeschlossen ist und die Verbindung zwischen der Betriebssoftware des Hochfrequenzpulsators und der Elektronik herstellt. Im Interfaceprozessor werden Frequenz, Mittelkraft und Kraftamplitude erfasst und die Elektronik logisch gesteuert.

Mit der Betriebssoftware des Hochfrequenzpulsators werden die Schwingversuche gesteuert und überwacht. Für die Schwingversuche im HCF- und UHCF-Bereich wurden zwei HFP eingesetzt, eine ausgestattet mit Steuerung „VibroWin“ von Roell Amsler, die andere mit der Steuerung „Topp“ von RUMUL.

Betriebssoftware VibroWin (Roell Amsler)

Die Benutzeroberfläche der Software *VibroWin* ist in Menüleiste und 4 Fenster (Anzeige, Regelung, Pegel, Überwachung) unterteilt (**Bild 3.5**). In der Anzeige können relevante Istwerte des laufenden Versuchs (z.B. Kraftamplitude, Mittelkraft und Frequenz) visualisiert werden. Das Regelungs-Fenster dient der Auswahl des Regelmodus und der Sollwertvorgabe. Im Pegel-Fenster wird der Kraftverlauf grafisch dargestellt. Die Frequenz stellt sich bei diesem Maschinentyp in Abhängigkeit von der Zusatzmasse und vom Prüfling automatisch ein. Im Menüpunkt „Überwachung“ werden Grenzwerte definiert und aktiviert. Bei einer Über- oder Unterschreitung der Grenzwerte wird der Versuch abgebrochen. In den Fenstern „Anzeige“, „Regelung“ und „Überwachung“ wurden für die Schraubenversuche die Kraftamplitude sowie die Mittelkraft in kN und die Frequenz in Hz angezeigt. Im Menüpunkt „Versuchsendekriterium“ werden die Bedingungen festgelegt, unter denen der Versuch regulär beendet werden soll. Als Endkriterien wurden die Schwingspielzahl 10^8, der Frequenzabfall 5 Hz und ein Abfall der Mittelkraft auf 0,1 kN gewählt (**Bild 3.6**).

Bedauerlicherweise zählt die Steuerungssoftware VibroWin Schwingspielzahlen auch während der Phase, in der die Eigenfrequenz gesucht wird und noch keine Last anliegt. Daher wurden die Leerlaufschwingspielzahlen, die pro Lastniveau nahezu konstant waren, erfasst und von den erreichten Lebensdauern der Prüflinge subtrahiert.

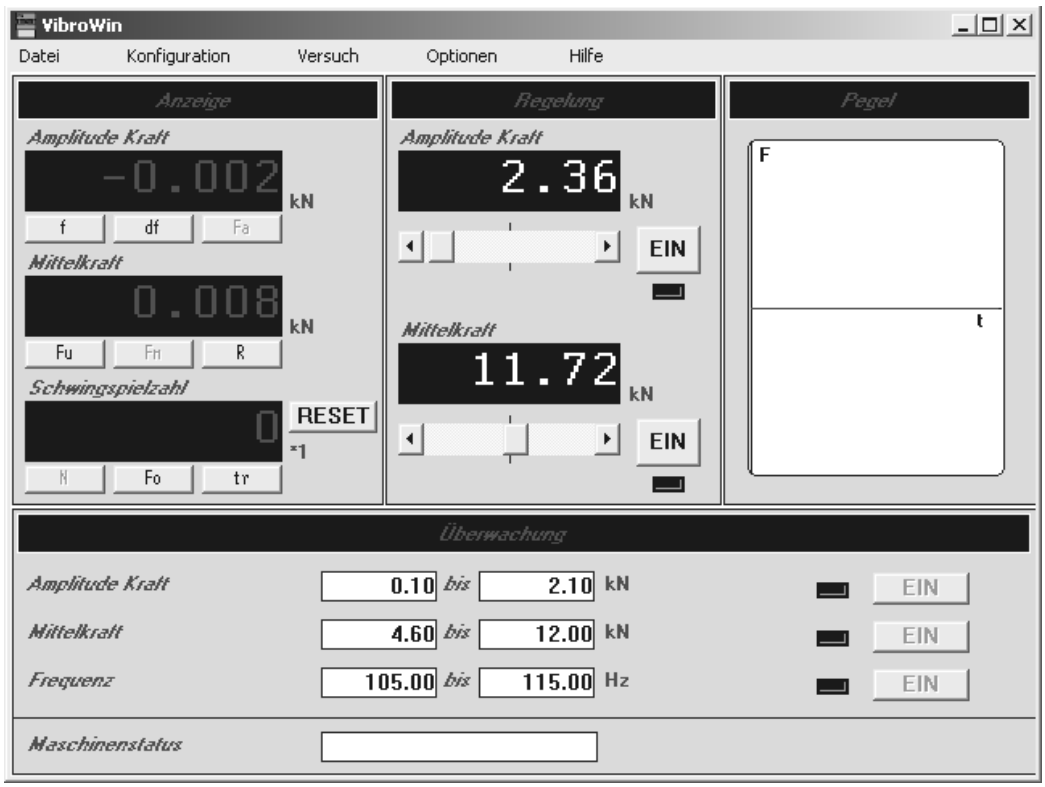


Bild 3.5: *VibroWin* Benutzeroberfläche

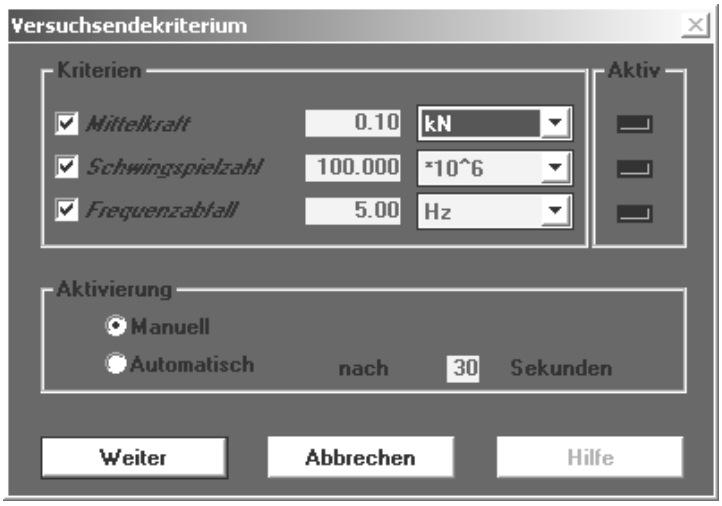


Bild 3.6: *VibroWin* Benutzeroberfläche „Versuchsendekriterium“

Betriebssoftware Topp (RUMUL)

Auch die Betriebssoftware *Topp* ist in Menüleiste und 4 Fenster (Regelung Dynamisch, Regelung Statisch, Anzeige Messwerte, Überwachung) unterteilt (**Bild 3.7**), und im Fenster „Anzeige Messwerte“ können relevante Istwerte des laufenden Versuchs (z.B. Kraftamplitude, Mittelkraft, Frequenz, Schwingspielzahl) visualisiert werden. Über den Button „Überwachung“ wird der Menüpunkt „Überwachungselemente“ (**Bild 3.8**) aufgerufen. Dort werden Grenzwerte definiert und aktiviert.

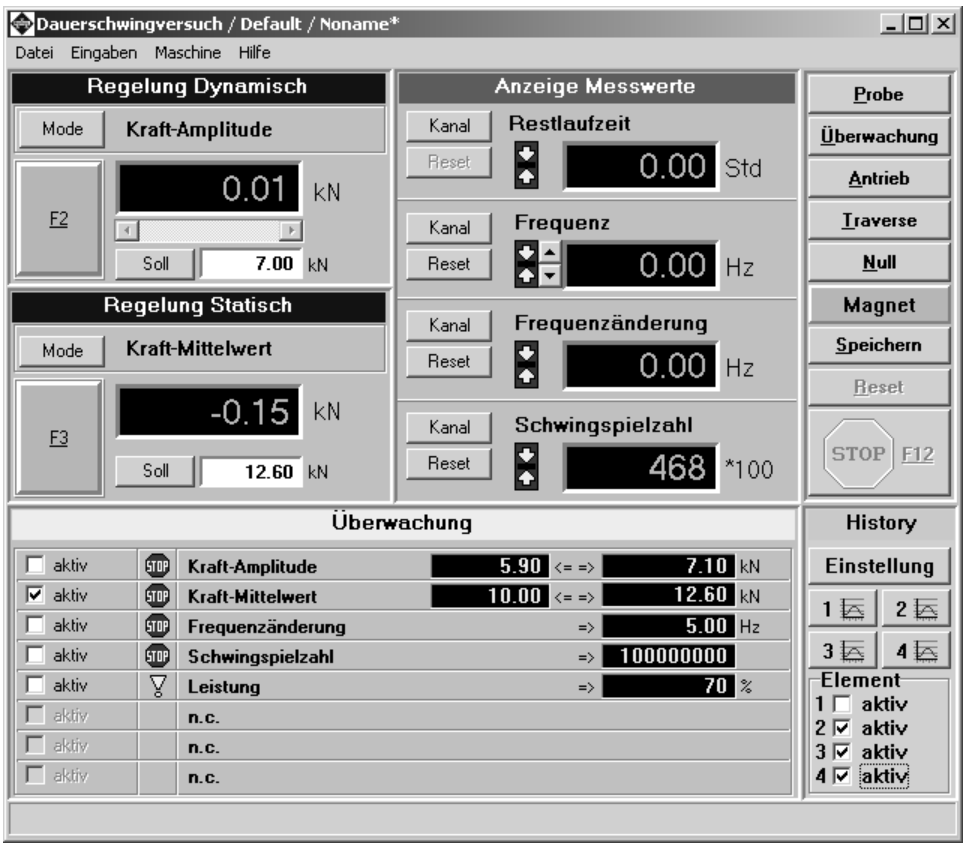


Bild 3.7: *Topp* Benutzeroberfläche

Bild 3.8: *Topp* Benutzeroberfläche „Überwachungselemente“

3.3 Servohydraulische Prüfmaschine Schenck POZ 0985

Da an Hochfrequenzpulsatoren keine Versuche mit Lebensdauern $N < 10^4$ sinnvoll ermittelt werden können, wurden LCF-Schwingversuche auf einer servohydraulischen Prüfmaschine des Typs POZ 0985 der Fa. Schenck bei f = 0,6 Hz durchgeführt. Für die Schrauben der Festigkeitsklasse 12.9 konnte die Vorrichtung nach Bild 3.2 verwendet werden. Die Realisierung des LCF-Lastniveaus mit den Schrauben der Festigkeitsklasse 8.8 dagegen erforderte eine alternative Vorrichtung, weil die aufzubringende Amplitude die Mittelkraft geringfügig überschritt und somit keine Zugschwellversuche möglich waren. In einer Vorrichtung gemäß Bild 3.9 und **3.10** wurden Schrauben samt Muttern so fixiert, dass sie auch geringe Druckkräfte unterhalb der Knickgrenze aufnehmen konnten.

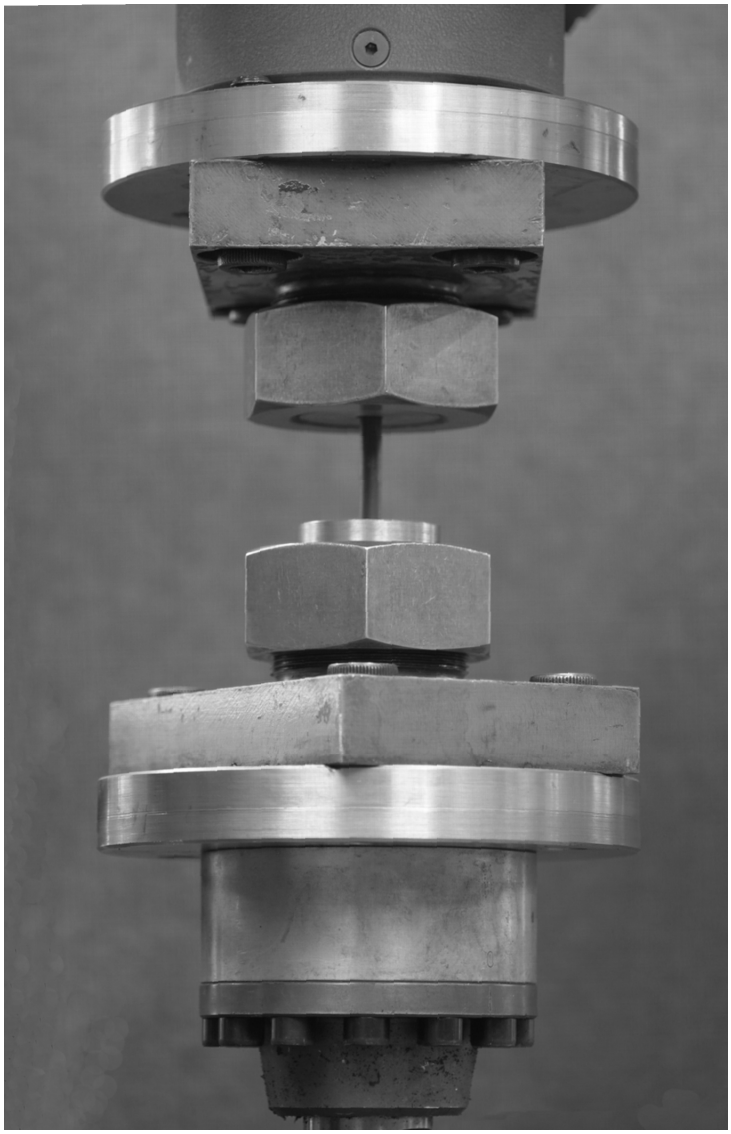


Bild 3.9: Alternative Prüfvorrichtung für die Schraubenversuche
(Übertragung geringer Druckkräfte möglich)

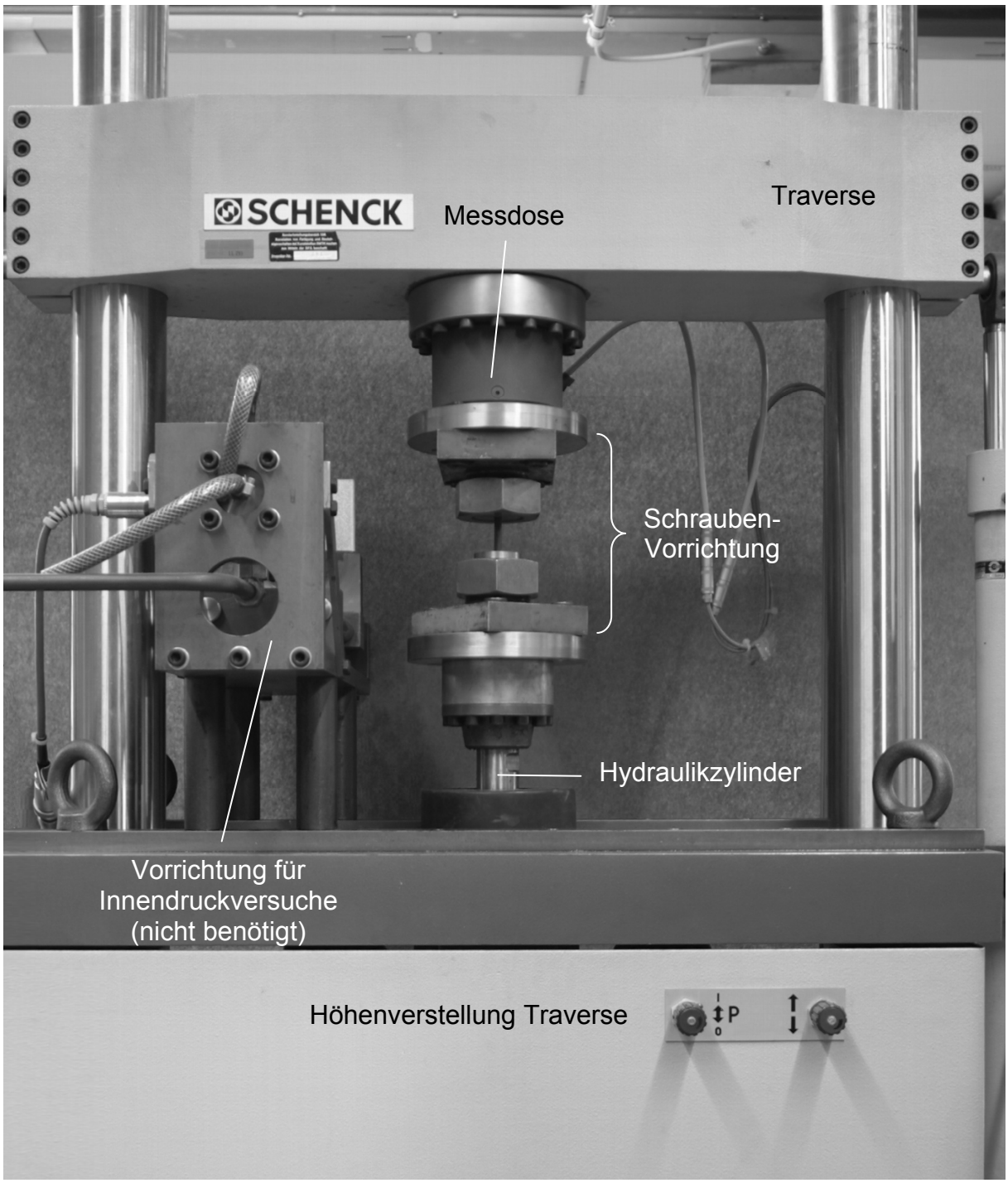


Bild 3.10: Prüfmaschine Schenck POZ 0985 mit alternativer Schrauben-Prüfvorrichtung

Bild 3.11 zeigt die Steuerkonsole der Prüfmaschine. Am Oszillografen kann der Verlauf von Soll- und Istwert dargestellt werden. Der Funktionsgenerator dient zur Einstellung der Frequenz und der Form des Lastverlaufs, im vorliegenden Fall einer Sinusschwingung. Darunter befindet sich die Schalttafel zur Steuerung der Axialkraft.

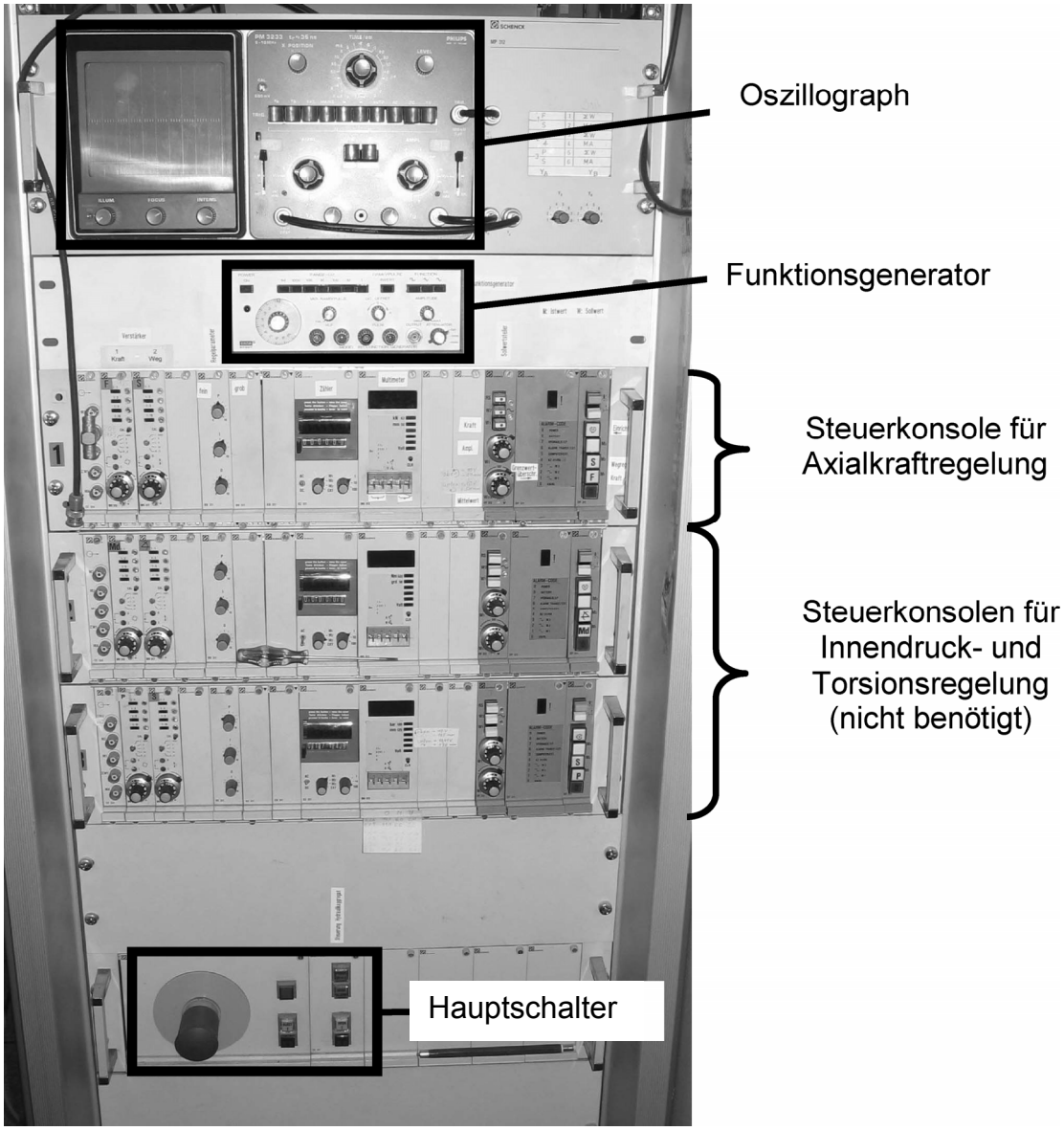


Bild 3.11: Übersicht der Steuerkonsole Schenck POZ 0985

3.4 Versuchsergebnisse an Schrauben Festigkeitsklasse 8.8

Tabelle 3.1 gibt eine Übersicht der ermittelten Lebensdauern vom LCF- bis zum UHCF-Bereich. Brüche waren stets an der Schraube direkt beim Übergang zur Mutter zu beobachten. Die Ergebnisse der Versuche unter quasistatischer zügiger Last sind in **Tabelle 3.2** wiedergegeben. Auf den Lastniveaus F_a = 2,5 kN, 4 kN und 7 kN wurden n = 101, 500 bzw. 103 Versuche durchgeführt, deren Bruchschwingspielzahlen in den **Tabellen 3.3** bis **3.5** aufgelistet sind.

Werkstoff :	Stahl, Festigkeitsklasse 8.8											
Probenform :	Schrauben M8x100 m											
Beanspruchung :	Axial, Mittelkraft 12,5 kN											
Prüfnummer :	IWK 04-28 Sr											
Prüfmaschine :	HFP 422 (Amsler / RUMUL), Schenck POZ											
Prüfparameter :	RT, f = 110 Hz / 120 Hz / 0,6 Hz											
Grenzschwingspielzahl $N_G[10^3]$:	100000											
Kraftamplitude / kN	1,7	1,8	1,9	2	2,1	2,5	3	3,5	4	5	7	16
N [10^3]			100000			n = 101 Versuchswerte	638	369	n = 500 Versuchswerte	123	n = 103 Versuchswerte	2,30
				98508						96		2,07
			11042							94		2,07
		100000										1,96
			100000									1,75
				4861								2,60
			7511									2,09
		8717										2,35
	100000											1,80
		100000										2,30
			4535									2,45
		85272										2,16
	100000											2,36
		100000										2,16
			100000									1,86
				6288								1,77
			100000									1,72
				3383								1,84
			100000									2,08
				6282								1,88
			100000									2,06
				100000								
					5590							
				6086	3774							
			6562		6911							
		100000			5558							
					8496							
					2740							
					11322							
					2466							
					3462							
					2388							
					4903							
					4142							
					2492							
					2754							
					2142							
					3316							
					3672							
					100000							
					2983							
					4231							
					100000							
					3894							
					9593							
					3960							
					5189							

Tabelle 3.1: Übersicht der Schwingversuche an Schrauben Festigkeitsklasse 8.8 (Lastniveaus auf F_a = 2,5 kN, 4 kN und 7 kN: siehe Tabellen 3.3 bis 3.5)

Die Struktur in Tabelle 3.1 zeigt das Ansteuern der Mischhorizonte nach dem Treppenstufenverfahren zwischen F_a = 1,7 kN und 2,1 kN. Das oberste Lastniveau wurde auf 25 Werte aufgestockt, so dass auf den Mischhorizonten insgesamt 50 Versuche vorlagen.

Zur Ermittlung der statischen Bruchlast $F_{stat} = F_{a\,(N = 0,25)}$ wurde am HFP die Kraft mit ca. 48 N/s bis zum Versagen der Schraube erhöht, das Maximum $F_{o\,(N = 0,25)}$ festgestellt und die Differenz zwischen $F_{o\,(N = 0,25)}$ und der konstanten Mittelkraft F_m = 12,5 kN memoriert. Auch wenn diese Versuche nicht auf einer herkömmlichen Zugprüfmaschine durchgeführt wurden, werden sie im Folgenden „Zugversuche“ genannt.

Für die Zugversuche und die Realisierung des LCF-Lastniveaus bei F_a = 16 kN mussten Muttern der Festigkeitsklasse 12 verwendet werden, weil ansonsten das Gewinde der Standardmuttern (Festigkeitsklasse 8) abgestreift worden wäre, was zu uneinheitlichen Ergebnissen geführt hätte: Das Versagen sollte ausschließlich in der Schraube stattfinden.

Werkstoff :	Stahl, Festigkeitsklasse 8.8									
Probenform :	Schrauben M8x100 m									
Beanspruchung :	Axial, Mittelkraft 12,5 kN									
Prüfnummer :	IWK 04-28 Sr									
Prüfmaschine :	HFP 422 (RUMUL)									
Prüfparameter :	F_o = 12,5 kN + F_a									
Bruchkraft $F_{a(N=0,25)}$ / kN	21,8	21,5	21,8	21,9	22,1	21,4	21,7	22,3	21,6	21,9
	21,7	21,5	21,7	21,2	22,1	21,9	22,3	22,2	21,9	22,3
	22,0	21,6	21,0	21,9	22,1	21,6	21,9	22,2	22,2	22,2
	22,0	21,3	21,4	21,9	21,7	21,7	22,0	21,7	22,2	20,7
	21,9	21,7	21,6	22,0	22,1	21,7	22,0	22,1	22,2	21,9

Tabelle 3.2: Statische Bruchkräfte $F_{stat} = F_{a\,(N = 0,25)}$ in kN (n = 50), Schrauben Festigkeitsklasse 8.8

Werkstoff :	Stahl, Festigkeitsklasse 8.8									
Probenform :	Schrauben M8x100 m									
Beanspruchung :	Axial, Mittelkraft 12,5 kN									
Prüfnummer :	IWK 04-28 Sr									
Prüfmaschine :	HFP 422 (RUMUL)									
Prüfparameter :	RT, f = 120 Hz									
Grenzschwingspielzahl $N_G[10^3]$:	100000									
Kraftamplitude / kN					2,5					
N $[10^3]$	1307	1108	1533	1315	1447	2033	948	1244	1510	2154
	1541	1097	1465	2064	2229	2099	1247	1285	2062	1416
	1896	1557	959	2292	1613	1131	1522	1411	2175	
	2139	1487	1629	3057	1655	1837	1183	1984	2049	
	1807	1684	1509	918	1492	2204	1471	1235	1005	
	1893	2541	1247	2266	2213	1190	1464	2181	1864	
	1976	1457	1950	2053	2096	1013	1181	1317	1259	
	1232	1118	1518	1627	2538	1313	1754	1163	903	
	1617	1799	2686	1655	2171	1564	2015	1534	1800	
	2130	2623	1988	2067	1907	1135	1373	1121	1396	
	2555	1507	1453	2758	1867	1541	1461	1714	1648	

Tabelle 3.3: Ermittelte Lebensdauerwerte in Tausendereinheiten bei F_a = 2,5 kN (n = 101), Schrauben Festigkeitsklasse 8.8

Werkstoff :	Stahl, Festigkeitsklasse 8.8
Probenform :	Schrauben M8x100 m
Beanspruchung :	Axial, Mittelkraft 12,5 kN
Prüfnummer :	IWK 04-28 Sr
Prüfmaschine :	HFP 422 (Amsler)
Prüfparameter :	RT, f = 110 Hz / 120 Hz
Grenzschwingspielzahl $N_G[10^3]$:	100000

Kraftamplitude / kN	4									
N [10^3]	155	215	219	342	302	189	312	180	207	180
	165	209	210	394	215	263	128	215	246	430
	162	245	254	249	300	222	167	294	252	122
	216	200	149	264	210	315	383	376	276	215
	196	191	257	280	208	275	338	180	151	145
	258	250	236	257	293	264	340	336	167	223
	180	208	275	202	269	214	349	223	131	221
	227	150	208	155	208	208	268	329	134	215
	262	154	198	223	234	326	270	134	231	253
	159	157	175	204	137	249	256	277	208	177
	206	255	178	140	175	232	238	234	206	212
	237	243	241	234	213	205	319	307	200	202
	172	182	251	232	249	312	268	261	293	330
	180	259	217	170	226	238	267	211	140	184
	226	252	194	265	295	172	209	211	221	201
	211	245	320	209	377	188	286	283	165	183
	215	240	302	198	160	279	204	338	152	186
	162	267	232	222	215	241	283	393	161	139
	323	262	332	296	272	299	280	344	278	245
	189	190	302	282	206	301	247	134	194	185
	168	232	189	239	254	217	266	321	172	201
	273	240	219	191	236	167	251	274	256	146
	233	208	232	206	194	199	256	221	210	266
	170	258	210	229	295	297	228	231	208	136
	162	249	266	237	270	313	210	203	222	197
	250	191	348	244	231	179	340	168	168	297
	184	196	208	282	207	339	184	159	142	167
	191	270	239	209	270	244	238	217	234	202
	160	226	232	266	237	222	225	294	221	225
	231	143	243	243	228	203	176	178	288	260
	209	254	252	202	165	339	223	143	258	186
	244	227	205	212	300	259	201	145	133	134
	181	258	352	141	231	294	245	201	260	216
	181	190	211	234	224	227	356	134	208	150
	125	207	251	278	201	218	256	148	217	286
	220	206	285	260	301	199	310	166	210	181
	281	382	204	189	300	221	382	271	296	258
	182	180	192	180	128	214	278	380	175	166
	241	225	239	160	276	224	328	188	292	238
	142	303	193	189	246	169	193	200	238	281
	265	177	279	127	139	220	262	238	179	194
	289	233	210	210	216	204	229	238	164	216
	165	193	251	204	128	259	234	161	257	236
	222	193	196	248	204	177	351	144	251	189
	216	279	229	217	258	290	264	125	236	150
	183	222	220	159	188	202	255	223	143	172
	208	214	286	201	223	311	264	198	173	323
	238	265	364	182	262	255	329	275	202	177
	200	211	321	147	213	393	304	233	211	191
	174	271	259	289	321	147	210	229	209	183

Tabelle 3.4: Ermittelte Lebensdauerwerte in Tausendereinheiten bei F_a = 4 kN (n = 500), Schrauben Festigkeitsklasse 8.8

Werkstoff :	Stahl, Festigkeitsklasse 8.8									
Probenform :	Schrauben M8x100 m									
Beanspruchung :	Axial, Mittelkraft 12,5 kN									
Prüfnummer :	IWK 04-28 Sr									
Prüfmaschine :	HFP 422 (RUMUL)									
Prüfparameter :	RT, f = 120 Hz									
Grenzschwingspielzahl $N_G[10^3]$:	100000									
Kraftamplitude / kN					7					
N [10^3]	51	39	41	39	56	42	64	44	45	42
	62	48	42	34	54	51	45	43	38	36
	41	39	45	47	38	38	36	45	35	41
	59	59	54	45	42	40	44	44	43	43
	46	47	52	36	52	41	57	45	43	
	36	51	48	46	43	39	44	40	46	
	38	37	45	42	48	43	46	42	37	
	57	36	39	52	35	46	34	43	35	
	39	39	44	42	52	39	37	49	34	
	39	53	43	37	44	44	42	44	36	
	49	42	42	52	39	56	40	47	27	

Tabelle 3.5: Ermittelte Lebensdauerwerte in Tausendereinheiten bei F_a = 7 kN (n = 103), Schrauben Festigkeitsklasse 8.8

In **Bild 3.12** sind die Ergebnisse der Schwingversuche linear über die Normalverteilung ausgewertet. Dabei wurde eine Gewichtung vorgenommen, d.h. Lastniveaus erhalten eine proportional höhere Wertigkeit, je mehr Proben sie aufweisen.

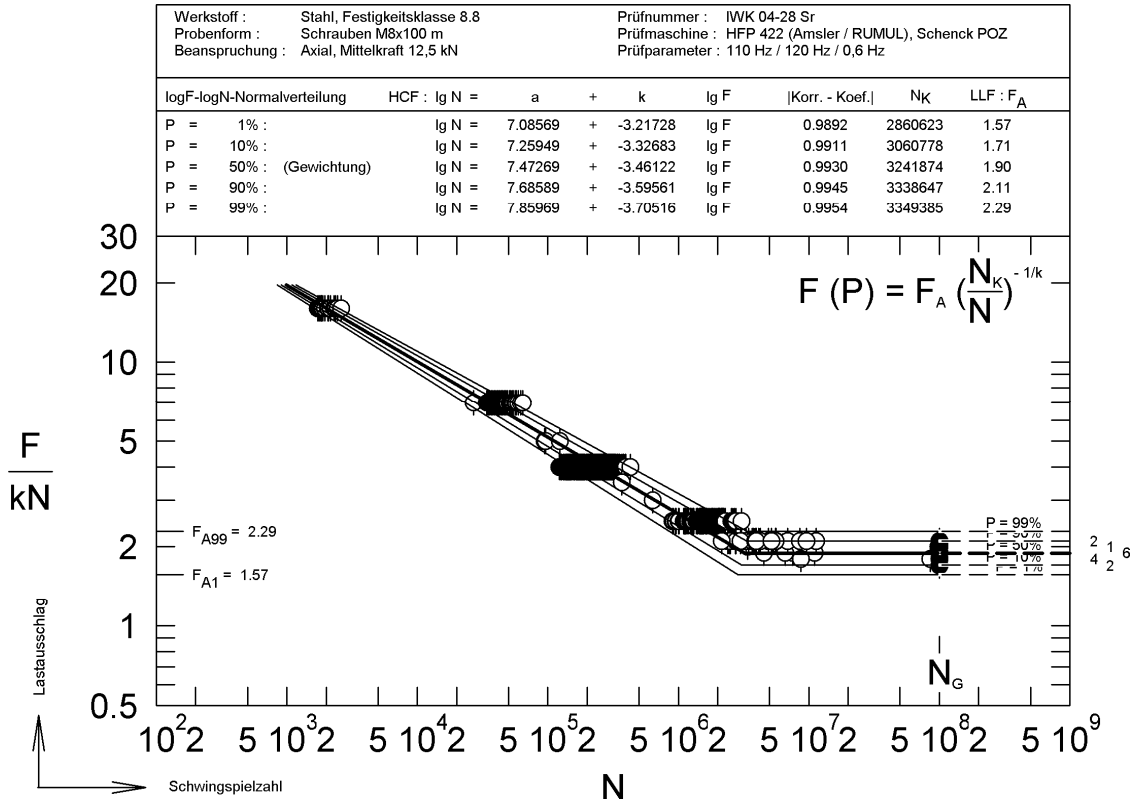


Bild 3.12: Lineare Auswertung der Versuchsergebnisse mit der Normalverteilung unter Annahme einer „Dauerfestigkeit“, Schrauben Festigkeitsklasse 8.8

3.5 Versuchsergebnisse an Schrauben Festigkeitsklasse 12.9

Die **Tabellen 3.6** bis **3.10** zeigen die Ergebnisse der Versuche an M6-Schrauben, Festigkeitsklasse 12.9. Anhand der strukturellen Anordnung der Lebensdauerwerte in Tabelle 3.6 ist zu erkennen, dass die Versuchsreihe komplett im Horizontverfahren durchgeführt wurde. Inklusive statische Versuche (n = 51, Tabelle 3.7) beträgt der Probenumfang n = 630.

Werkstoff :	Stahl, Festigkeitsklasse 12.9											
Probenform :	Schrauben M6x90 m											
Beanspruchung :	Axial, Mittelkraft 11,5 kN											
Prüfnummer :	IWK 04-29 Sr											
Prüfmaschine :	HFP 422 (Amsler / RUMUL), Schenck POZ											
Prüfparameter :	RT, f = 110 Hz / 0,6 Hz											
Grenzschwingspielzahl $N_G[10^3]$:	100000											
Kraftamplitude / kN	1	1,1	1,2	1,3	1,5	1,7	1,8	2	2,5	3	3,5	10
N [10^3]	24966	100000	1919	1271	n = 104 Versuchswerte	424	255	n = 316 Versuchswerte	86	n = 101 Versuchswerte	36	0,89
		2753	100000	2136		493			79		33	0,79
		100000	7652	1125		197						0,85
		100000	1698	1294								0,99
		4773	1529	974								0,83
		4342	1826	1247								0,93
		100000	11043	593								0,88
		46898	1205	1542								0,89
		100000	1519	840								0,79
		30727	1435	1250								0,85
												1,02
												1,01
												0,85
												1,00
												1,11
												0,97
												0,87
												1,01
												1,39

Tabelle 3.6: Übersicht der Schwingversuche an Schrauben Festigkeitsklasse 12.9 (Lastniveaus bei F_a = 1,5 kN, 2 kN und 3 kN: siehe Tabellen 3.8 bis 3.10)

Werkstoff :	Stahl, Festigkeitsklasse 12.9									
Probenform :	Schrauben M6x90 m									
Beanspruchung :	Axial, Mittelkraft 11,5 kN									
Prüfnummer :	IWK 04-29 Sr									
Prüfmaschine :	HFP 422 (RUMUL)									
Prüfparameter :	F_o = 11,5 kN + F_a									
Bruchkraft $F_{a(N=0,25)}$ / kN	13,7	14,3	13,7	14,3	14,3	14,6	13,8	13,7	14,4	14,3
	13,3	14,3	14,6	13,6	14,2	14,7	13,4	14,2	14,5	13,9
	13,0	14,4	14,1	13,8	14,5	14,2	14,1	14,4	14,0	14,7
	13,3	14,3	13,9	13,6	14,9	14,5	14,4	14,8	14,3	14,3
	14,9	14,6	14,0	14,5	13,6	13,7	13,6	13,5	13,5	14,4
										13,4

Tabelle 3.7: Statische Bruchkräfte $F_{stat} = F_{a\,(N = 0,25)}$ in kN (n = 51), Schrauben Festigkeitsklasse 12.9

Werkstoff :	Stahl, Festigkeitsklasse 12.9									
Probenform :	Schrauben M6x90 m									
Beanspruchung :	Axial, Mittelkraft 11,5 kN									
Prüfnummer :	IWK 04-29 Sr									
Prüfmaschine :	HFP 422 (Amsler)									
Prüfparameter :	RT, f = 110 Hz									
Grenzschwingspielzahl $N_G[10^3]$:	100000									
Kraftamplitude / kN	1,5									
N $[10^3]$	383	469	582	385	513	473	1010	1086	681	378
	576	591	608	554	480	350	628	645	615	302
	496	429	538	536	511	382	677	364	576	170
	352	315	378	991	537	656	375	702	686	317
	494	554	438	674	441	556	518	616	775	793
	586	557	306	390	448	476	409	600	604	
	682	615	640	558	186	625	692	912	464	
	463	536	554	280	336	448	631	614	690	
	431	348	434	1137	537	395	340	632	503	
	600	506	456	427	737	456	493	709	913	
	358	581	509	450	449	573	483	773	520	

Tabelle 3.8: Ermittelte Lebensdauerwerte in Tausendereinheiten bei F_a = 1,5 kN (n = 104), Schrauben Festigkeitsklasse 12.9

Werkstoff :	Stahl, Festigkeitsklasse 12.9									
Probenform :	Schrauben M6x90 m									
Beanspruchung :	Axial, Mittelkraft 11,5 kN									
Prüfnummer :	IWK 04-29 Sr									
Prüfmaschine :	HFP 422 (Amsler)									
Prüfparameter :	RT, f = 110 Hz									
Grenzschwingspielzahl $N_G[10^3]$:	100000									
Kraftamplitude / kN	2									
N $[10^3]$	158	173	113	178	139	145	215	170	130	156
	153	188	252	168	234	184	193	172	277	111
	217	224	208	158	133	162	185	220	205	193
	207	194	183	200	160	206	165	117	171	166
	185	195	117	167	177	195	230	190	167	142
	184	196	157	209	163	167	148	169	247	186
	200	139	209	161	195	169	179	181	212	210
	183	204	186	185	165	165	111	178	208	232
	227	215	191	208	183	139	174	155	246	174
	213	250	212	248	170	145	162	182	155	203
	160	164	152	127	170	183	178	282	185	145
	183	204	172	153	173	198	186	138	210	159
	172	155	185	180	123	182	161	182	302	193
	185	195	147	171	127	249	200	163	162	164
	176	182	202	143	187	200	190	141	211	204
	183	174	161	275	148	131	189	157	214	215
	144	134	212	156	144	154	152	162	268	199
	167	221	182	160	165	153	226	174	197	181
	257	169	193	174	147	143	266	185	164	169
	219	176	267	156	134	144	185	176	190	160
	208	196	149	144	157	163	183	229	200	119
	172	196	129	168	193	189	196	167	180	171
	146	234	154	116	156	149	205	179	293	148
	193	158	186	170	180	203	156	207	200	101
	148	163	179	139	140	155	177	197	223	152
	229	172	193	168	165	224	177	225	176	183
	258	144	134	181	161	207	185	179	186	135
	204	171	161	179	159	185	224	163	214	157
	153	188	166	136	103	133	115	197	180	
	155	174	171	191	178	162	196	222	229	
	139	154	197	165	173	124	210	187	203	
	207	187	154	227	170	196	198	194	187	

Tabelle 3.9: Ermittelte Lebensdauerwerte in Tausendereinheiten bei F_a = 2 kN (n = 316), Schrauben Festigkeitsklasse 12.9

Werkstoff :	Stahl, Festigkeitsklasse 12.9									
Probenform :	Schrauben M6x90 m									
Beanspruchung :	Axial, Mittelkraft 11,5 kN									
Prüfnummer :	IWK 04-29 Sr									
Prüfmaschine :	HFP 422 (RUMUL)									
Prüfparameter :	RT, f = 120 Hz									
Grenzschwingspielzahl $N_G[10^3]$:	100000									
Kraftamplitude / kN					3					
N [10^3]	42	60	48	72	59	62	65	69	45	54
	59	67	67	54	52	41	58	72	59	55
	58	61	63	49	61	50	62	58	63	
	59	53	58	57	66	65	53	50	48	
	56	64	51	53	47	56	59	55	60	
	50	56	45	59	56	55	47	59	49	
	66	53	53	44	57	62	54	56	63	
	51	54	51	55	58	56	56	63	54	
	59	49	55	62	54	60	54	49	52	
	56	77	48	53	54	61	61	76	49	
	56	58	49	54	52	56	56	61	59	

Tabelle 3.10: Ermittelte Lebensdauerwerte in Tausendereinheiten bei F_a = 3 kN (n = 101), Schrauben Festigkeitsklasse 12.9

Die lineare Auswertung der Schwingversuche wurde im Gegensatz zu Kap. 3.4 nun ohne Gewichtung durchgeführt (**Bild 3.13**), weil die HCF-Geraden sich ansonsten im Bereich von F_a = 10 kN schneiden würden.

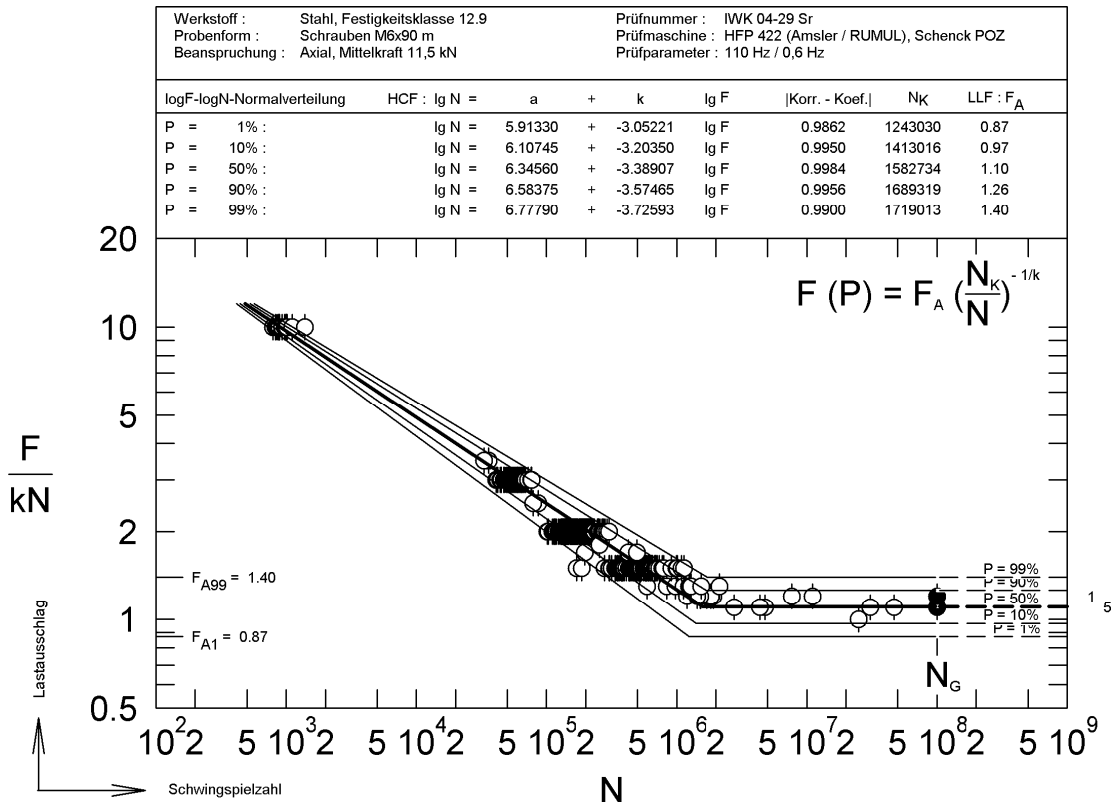


Bild 3.13: Lineare Auswertung der Versuchsergebnisse mit der Normalverteilung unter Annahme einer „Dauerfestigkeit“, Schrauben Festigkeitsklasse 12.9

3.6 Werkstoffkundliche Untersuchungen an den Schrauben

In Kap. 3.6.1 bis 3.6.3 wird untersucht, inwieweit die geprüften Schrauben bezüglich der chemischen Zusammensetzung, Oberflächenfehler und der Härte den Spezifikationen nach DIN genügen. Anschließend werden die ermittelten Schwingfestigkeiten der Schrauben mit Werten aus der Literatur verglichen, und zum Schluss wird noch kurz auf die Bruchmorphologie ausgesuchter Proben eingegangen.

3.6.1 Chemische Zusammensetzung

Pro Schraubentyp wurde an einer Probe eine Abfunkung am Querschliff des Schraubenkopfes durchgeführt, da der Schaft dafür zu schmal ausfällt. Die **Tabellen 3.11** und **3.12** zeigen die Ergebnisse der Materialanalysen, hervorgehoben sind dabei die für die Beurteilung primär maßgeblichen Elemente. In **Tabelle 3.13** sind Werkstoffvorgaben für Schrauben nach DIN EN ISO 898-1 wiedergegeben.

C	Si	Mn	**P**	**S**	Cr	Mo	Ni	Al	Co
%	%	%	%	%	%	%	%	%	%
0,245	0,112	0,809	0,0119	0,00280	0,288	< 0,005	0,0138	0,0473	< 0,005

Cu	Nb	Ti	V	W	Pb	Sn	As	Zr	Ca
%	%	%	%	%	%	%	%	%	%
0,00900	< 0,001	0,0404	0,00580	0,0135	0,00480	< 0,001	0,00370	< 0,001	0,00230

Ce	Sb	Se	Te	Ta	**B**	Zn	Bi	Fe
%	%	%	%	%	%	%	%	%
0,00890	< 0,0003	0,00360	< 0,005	0,00420	0,00360	0,00450	0,00350	98,3

Tabelle 3.11: Chemische Zusammensetzung der Schraube Festigkeitsklasse 8.8

C	Si	Mn	**P**	**S**	Cr	Mo	Ni	Al	Co
%	%	%	%	%	%	%	%	%	%
0,359	0,233	0,726	0,0264	0,007780	0,852	0,150	0,0836	0,0334	0,00760

Cu	Nb	Ti	V	W	Pb	Sn	As	Zr	Ca
%	%	%	%	%	%	%	%	%	%
0,108	0,00350	< 0,001	0,00690	0,0241	0,00620	0,0149	0,00530	0,00300	0,00240

Ce	Sb	Se	Te	Ta	**B**	Zn	Bi	Fe
%	%	%	%	%	%	%	%	%
0,0117	0,00090	0,00930	< 0,005	0,00520	< 0,0005	0,00630	0,00600	97,3

Tabelle 3.12: Chemische Zusammensetzung der Schraube Festigkeitsklasse 12.9

- M8-Schraube, Festigkeitsklasse 8.8 (F_a = 4 kN, N = 233.000)

Der Bor-Gehalt des Prüflings liegt mit 0,00360% etwas höher als die Obergrenze von 0,003%. Diese Grenze kann bis zu 0,005% angehoben werden unter der hier gültigen Voraussetzung, „dass das nicht wirksame Bor durch Zusätze von Titan und/oder Aluminium kontrolliert wird“ (Index „a“ in Tabelle 3.13). Der C-Gehalt < 0,25% entspricht in Tabelle 3.13 für die Festigkeitsklasse 8.8 einem „Kohlenstoffstahl mit Zusätzen (z.B. Bor, Mn oder Cr)“. Die dafür notwendige Bedingung „bei Kohlenstoffstählen mit Bor als Zusatz und einem Kohlenstoffgehalt unter 0,25% muss ein Mangangehalt von mindes-

tens 0,60% für Festigkeitsklasse 8.8 [...] vorhanden sein" (Index „d" in Tabelle 3.13) ist erfüllt. Insgesamt genügt die untersuchte M8-Schraube den Normvorgaben.

- M6-Schraube, Festigkeitsklasse 12.9 (F_a = 2 kN, N = 208.000)

Die Bor-, Schwefel- und Phosphor-Gehalte der untersuchten Probe liegen unterhalb der Grenzwerte, der Kohlenstoffgehalt ist im Toleranzbereich, und die Vorgabe unter Index „g" in Tabelle 3.13 ist ebenfalls erfüllt durch den Chrom-Gehalt von 0,852% (> 0,3%). Die Werkstoffvorgaben nach Norm werden also ohne Einschränkungen eingehalten.

Festigkeitsklasse	Werkstoff und Wärmebehandlung	Chemische Zusammensetzung (Masseanteil in %) Stückanalyse C min.	C max.	P max.	S max.	B [a] max.	Anlaß-Temperatur °C min.
3.6 [b]	Kohlenstoffstahl	–	0,20	0,05	0,06	0,003	–
4.6 [b]		–	0,55	0,05	0,06	0,003	–
4.8 [b]							
5.6		0,13	0,55	0,05	0,06	0,003	–
5.8 [b]		–	0,55	0,05	0,06		
6.8 [b]							
8.8 [c]	Kohlenstoffstahl mit Zusätzen (z. B. Bor, Mn oder Cr), abgeschreckt und angelassen	0,15 [d]	0,40	0,035	0,035	0,003	425
	Kohlenstoffstahl, abgeschreckt und angelassen	0,25	0,55	0,035	0,035		
9.8	Kohlenstoffstahl mit Zusätzen (z. B. Bor, Mn oder Cr), abgeschreckt und angelassen	0,15 [d]	0,35	0,035	0,035	0,003	425
	Kohlenstoffstahl, abgeschreckt und angelassen	0,25	0,55	0,035	0,035		
10.9 [e f]	Kohlenstoffstahl mit Zusätzen (z. B. Bor, Mn oder Cr), abgeschreckt und angelassen	0,15 [d]	0,35	0,035	0,035	0,003	340
10.9 [f]	Kohlenstoffstahl, abgeschreckt und angelassen	0,25	0,55	0,035	0,035	0,003	425
	Kohlenstoffstahl mit Zusätzen (z. B. Bor, Mn oder Cr), abgeschreckt und angelassen	0,20 [d]	0,55	0,035	0,035		
	legierter Stahl, abgeschreckt und angelassen [g]	0,20	0,55	0,035	0,035		
12.9 [f h i]	Legierter Stahl, abgeschreckt und angelassen [g]	0,28	0,50	0,035	0,035	0,003	380

[a] Der Bor-Gehalt darf 0,005 % erreichen vorausgesetzt, daß das nicht wirksame Bor durch Zusätze von Titan und/oder Aluminium kontrolliert wird.
[b] Für diese Festigkeitsklassen ist Automatenstahl mit folgenden maximalen Phosphor-, Schwefel- und Bleianteilen zulässig: Schwefel: 0,34 %; Phosphor: 0,11 %; Blei: 0,35 %.
[c] Für Nenndurchmesser über 20 mm kann es notwendig sein, einen für die Festigkeitsklasse 10.9 vorgesehenen Werkstoff zu verwenden, um eine ausreichende Härtbarkeit sicherzustellen.
[d] Bei Kohlenstoffstählen mit Bor als Zusatz und einem Kohlenstoffgehalt unter 0,25 % (Schmelzanalyse) muß ein Mangangehalt von mindestens 0,60 % für Festigkeitsklasse 8.8 und 0,70 % für die Festigkeitsklassen 9.8, 10.9 und 10.9 vorhanden sein.
[e] Für Produkte aus diesen Stählen muß das Kennzeichen der Festigkeitsklasse zusätzlich unterstrichen sein (siehe Abschnitt 9). 10.9 muß alle in Tabelle 3 für 10.9 festgelegten Eigenschaften erreichen. Die geringere Anlaßtemperatur bei 10.9 ergibt jedoch ein unterschiedliches Spannungsrelaxationsverhalten bei höheren Temperaturen (siehe Anhang A).
[f] Der Werkstoff für diese Festigkeitsklassen muß ausreichend härtbar sein, um sicherzustellen, daß im Gefüge des Kernes im Gewindeteil ein Martensitanteil von ungefähr 90 % im gehärteten Zustand vor dem Anlassen vorhanden ist.
[g] Legierter Stahl muß mindestens einen der folgenden Legierungsbestandteile in der angegebenen Mindestmenge enthalten: Chrom 0,30 %, Nickel 0,30 %, Molybdän 0,20 %, Vanadium 0,10 %. Wenn zwei, drei oder vier Elemente in Kombination festgelegt sind und geringere Legierungsanteile haben, als oben angegeben, dann ist der für die Klassifizierung anzuwendende Grenzwert 70 % der Summe der oben angegebenen Einzelgrenzwerte für die zwei, drei oder vier betreffenden Elemente.
[h] Für die Festigkeitsklasse 12.9 ist eine metallographisch feststellbare, mit Phosphor angereicherte weiße Schicht an Oberflächen, die auf Zug beansprucht werden, nicht zulässig.
[i] Die chemische Zusammensetzung und die Anlaßtemperatur werden zur Zeit untersucht.

Tabelle 3.13: Werkstoffspezifische Festlegungen für Stahlschrauben unterschiedlicher Festigkeitsklassen nach DIN EN ISO 898-1 : 1999 [ENISO898]

3.6.2 Schliffbilder

- M8-Schrauben, Festigkeitsklasse 8.8

Für die Erstellung von Längsschliffen wurden pro Festigkeitsklasse eine Probe aus einem statischen Versuch ($F_{a(N = 0,25)}$ = 21,8 kN, **Bilder 3.14-17** und **3.20**) und eine Probe aus einem Schwingversuch (F_a = 4 kN, N = 233.000, **Bilder 3.18** und **3.19**) eingebettet. Bild 3.14 zeigt exemplarisch den Längsschliff einer M8-Zugprobe. Die metallografische Reinheit der Probe ist befriedigend (Bild 3.15), vereinzelt sind Oxide, MnS, Ti- bzw. Nb-Karbide zu beobachten (Bild 3.16). Nach Ätzung mit 3%igem Nital ist das Vergütungsgefüge erkennbar (Bild 3.17). Die allgemein auftretenden Überwalzungen im Gewindegrund sind teilweise ausgesprochen unschön (Bilder 3.18 und 3.19), jedoch werden Oberflächenfehler am Schraubengewinde lediglich in der Norm DIN EN 26157-3 [EN26157-3] bezüglich „Schrauben für spezielle Anforderungen“ behandelt, also in erster Linie für die Festigkeitsklasse 12.9. Die Festigkeitsklassen 8.8, 9.8 und 10.9 werden von der DIN EN 26157-1 [EN26157-1] abgedeckt. DIN EN 26157-3 wird erst dann für diese Klassen angewendet, wenn dies in Produktnormen festgelegt oder zwischen dem Lieferanten und Besteller vereinbart wurde. Bis auf die Forderung, dass alle Schrauben aus einer Charge stammen sollen, wurden beim Schraubenlieferanten keine speziellen Qualitätswünsche geäußert, daher kann die Oberflächenqualität des Schraubengewindes etwas großzügiger betrachtet werden. Überwalzungen am Kopf der Gewindeflanke (Bild 3.20) sind nach DIN EN 26157-3 ohnehin zulässig, wenn sie nicht zu tief werden, siehe **Bild 3.27**.

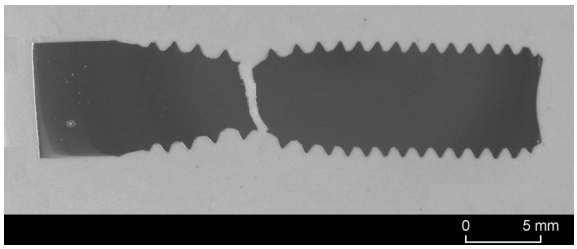


Bild 3.14: M8-Schraube, Übersicht, ungeätzt

Bild 3.15: M8-Schraube, Probenmitte, Objektiv: 100x, ungeätzt

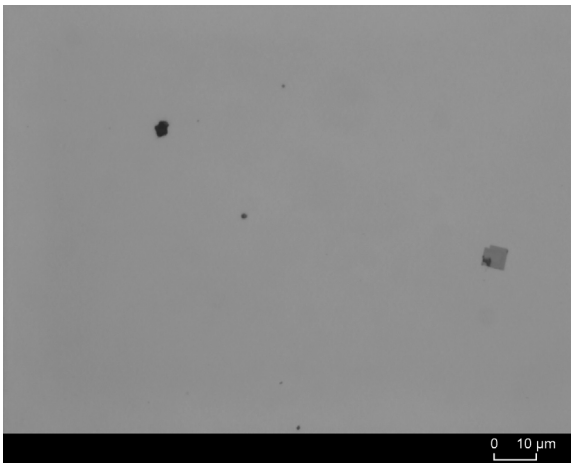


Bild 3.16: M8-Schraube,
Probenmitte, Objektiv: 1000x, ungeätzt

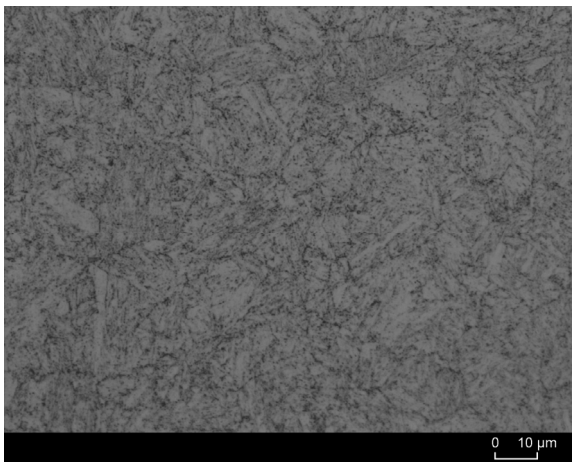


Bild 3.17: M8-Schraube,
Probenmitte, Objektiv 1000x, geätzt

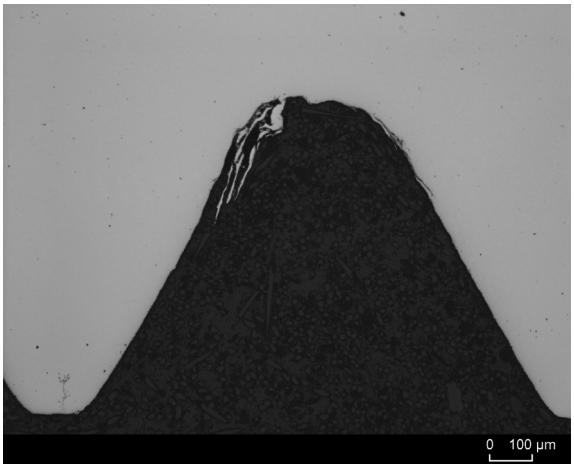


Bild 3.18: M8-Schraube,
Gewindegrund, Objektiv: 100x, ungeätzt

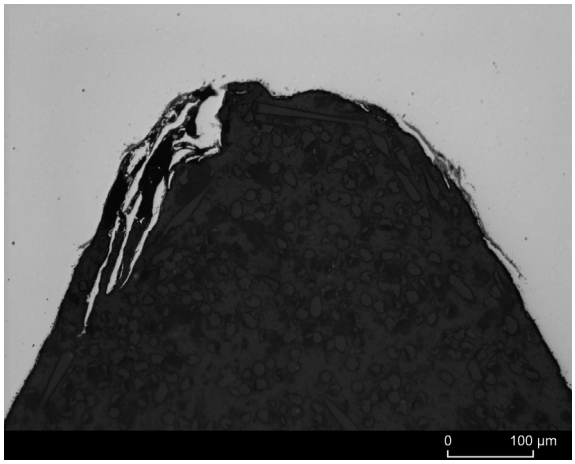


Bild 3.19: M8-Schraube,
Gewindegrund, Objektiv: 200x, ungeätzt

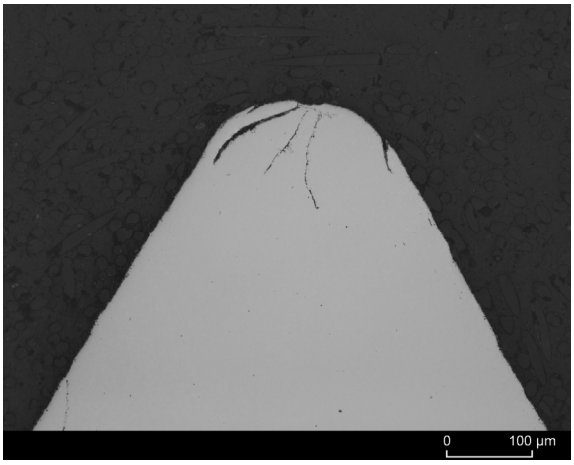


Bild 3.20: M8-Schraube,
Flankenkopf, Objektiv: 200x, ungeätzt

- M6-Schrauben, Festigkeitsklasse 12.9

Analog zu den M8-Schrauben wurden auch für die Festigkeitsklasse 12.9 eine Zugprobe ($F_{a(N = 0,25)}$ = 14,0 kN, **Bilder 3.21**, **3.22**, **3.24** und **3.26**) sowie eine Schwingprobe (F_a = 2 kN, N = 208.000, **Bilder 3.23** und **3.25**) im Längsschliff untersucht. Die metallografische Reinheit ist hier ebenfalls befriedigend, Bild 3.21. In Bild 3.22 sind Oxide und ein wenig MnS zu erkennen. Bild 3.23 zeigt überwiegend bainitisches Vergütungsgefüge mit leichten Seigerungszeilen und MnS in zeiliger Anordnung. Das Gefüge, das in Bild 3.24 mit höherer Vergrößerung des Objektivs wiedergegeben ist, findet sich auch im Gewindegrund, Bild 3.25, mit erkennbarer Korngrenzenoxidation im Bereich der Oberfläche. Deutlich zu sehen sind häufig auftretende Überwalzungen an der Gewindeflanke, die allerdings nicht immer so weit reichen wie in Bild 3.26. Diese Ausprägung ist entsprechend DIN EN 26157-3 (Bild 3.27) schon als grenzwertig einzustufen.

Sowohl die M8- als auch die M6-Schrauben wurden offenbar schlusswärmebehandelt, d.h. erst nach dem Rolliervorgang wärmebehandelt: An der Oberfläche sind keine entsprechenden Verformungsspuren erkennbar. Diese Annahme wird bei Auftragung der erreichten Schwingfestigkeiten im Smith-Diagramm bestätigt, Kap. 3.6.4.

Bild 3.21: M6-Schraube, Probenmitte, Objektiv: 100x, ungeätzt

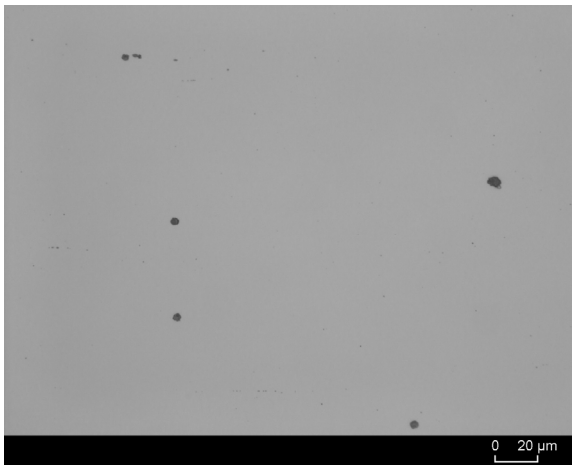


Bild 3.22: M6-Schraube, Probenmitte, Objektiv: 500x, ungeätzt

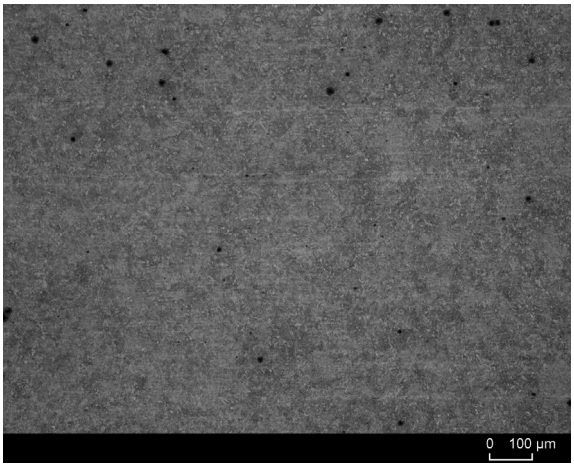


Bild 3.23: M6-Schraube, Probenmitte, Objektiv: 100x, geätzt

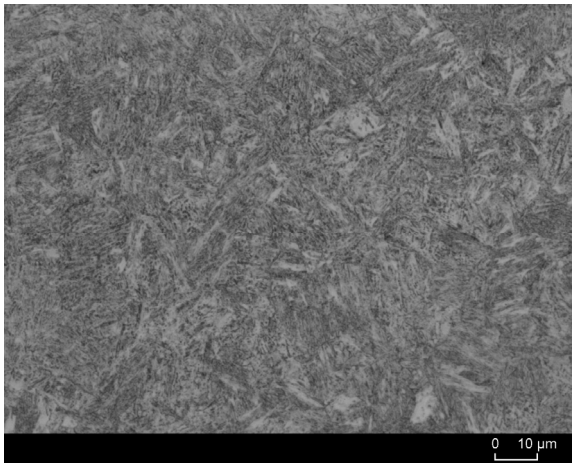


Bild 3.24: M6-Schraube, Probenmitte, Objektiv: 1000x, geätzt

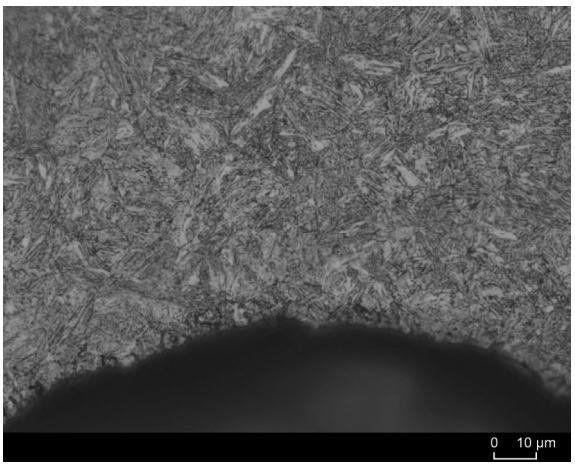


Bild 3.25: M6-Schraube, Gewindegrund, Objektiv: 1000x, geätzt

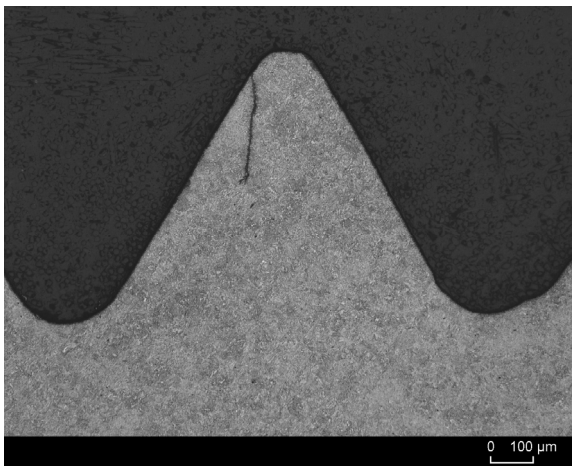


Bild 3.26: M6-Schraube, Gewindeflanke, Objektiv: 100x, geätzt

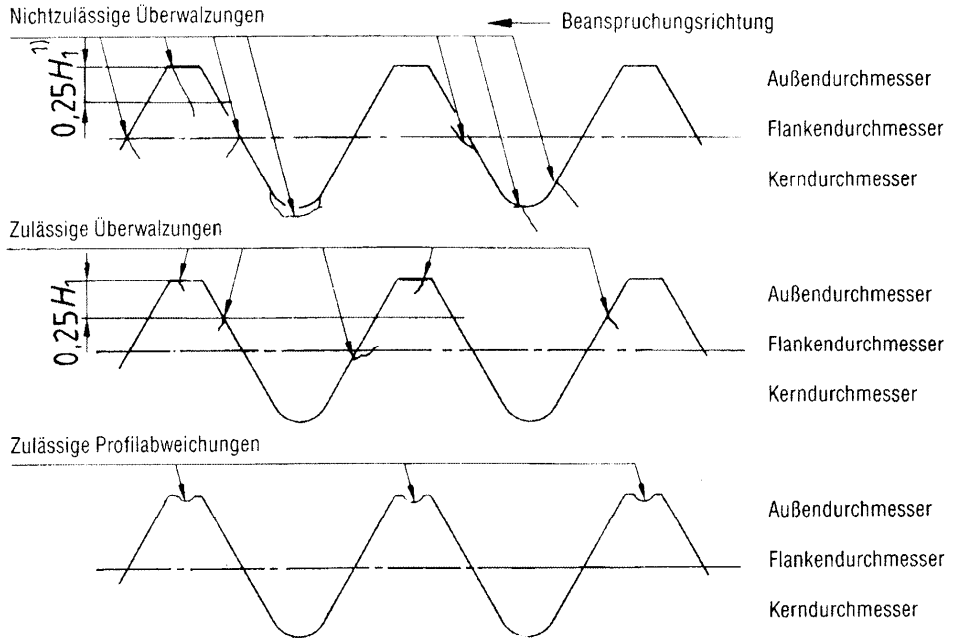
Ursache	Oberflächenfehler am Gewinde entstehen bei der Kaltformung des Gewindes durch Rollen oder Walzen. Es handelt sich um Überlappungen oder Fältelungen. Andere Oberflächenfehler dieser Art können auch durch spanende Verfahren entstehen und sind sinngemäß zu beurteilen.
Erscheinungs-formen	
Grenzwerte	Überlappungen und Fältelungen jeglicher Tiefe oder Länge sind an folgenden Stellen nicht zulässig: — im Gewindegrund — auf den belasteten Gewindeflanken unterhalb des Flankendurchmessers, auch wenn sie oberhalb des Flankendurchmessers beginnen. Zulässig sind folgende Oberflächenfehler: — Falten in den Gewindespitzen mit einer Tiefe von max. 0,25 H_1 — nicht ganz ausgewalzte Gewindespitzen, max. ½ Umdrehung auf einem Gewindegang — Überlappungen und Fältelungen unterhalb des Flankendurchmessers, sofern sie auf der nicht belasteten Flanke in Richtung zum Außendurchmesser verlaufen und nicht tiefer als 0,25 H_1 sind (Abstand zwischen Rißanfang und Rißende), max. ½ Umdrehung auf einem Gewindegang.
1) H_1 Gewindetiefe	

Bild 3.27: Oberflächenfehler am Schraubengewinde, Quelle: [EN26157-3]

3.6.3 Härteprüfung

Pro Festigkeitsklasse wurden aus einer Zugprobe ein Längsschliff (Kap. 3.6.2) und ein Querschliff erstellt. Am Querschliff wurden Härteprüfungen mit jeweils 4 Eindrücken durchgeführt. Die ermittelten Härtewerte nach Vickers HV 10 entsprechen den Vorgaben nach DIN EN ISO 898-1, **Tabelle 3.14**.

Schraube	Nr.	d_1 [mm]	d_2 [mm]	d [mm]	HV 10	Mittelwert	HV (DIN EN ISO 898-1)
M8 Klasse 8.8 $F_{a(N=0,25)}$ = 21,8 kN	1	0,256	0,248	0,252	292	289	min. 250 max. 320
	2	0,258	0,255	0,257	281		
	3	0,255	0,245	0,250	297		
	4	0,257	0,253	0,255	285		
M6 Klasse 12.9 $F_{a(N=0,25)}$ = 14,0 kN	1	0,220	0,214	0,217	394	399	min. 385 max. 435
	2	0,217	0,213	0,215	401		
	3	0,219	0,211	0,215	401		
	4	0,217	0,212	0,215	401		

Tabelle 3.14: Ermittelte Vickershärten für die Schrauben der Festigkeitsklasse 8.8 und 12.9

3.6.4 Auftragung der ermittelten Schwingfestigkeiten im Smith-Diagramm

Um zu überprüfen, ob die Schrauben schlusswärmebehandelt oder schlussgerollt wurden, können die ermittelten Festigkeiten mit Smith-Diagrammen aus der Literatur verglichen werden. Weil dort eher Festigkeitsangaben für niedrige Grenzschwingspielzahlen zu erwarten sind, werden die Schwingversuche in **Bild 3.28a** und **b** bei $N_G = 5 \cdot 10^6$ neu ausgewertet. Eine lineare Auswertung im Übergangsgebiet mit $N_G = 2 \cdot 10^6$ ist aufgrund der Konstellation von Brüchen und Durchläufern für die Schrauben der Festigkeitsklasse 8.8 nicht möglich. Die eigentlich im Treppenstufenversuch ermittelten Versuchswerte für diese Schrauben mussten außerdem nach dem Horizontverfahren abgelegt werden, da bei Verringerung der Grenzschwingspielzahl sich ansonsten unsinnige Auswerteergebnisse eingestellt hätten.

Über

$$\sigma = \frac{F}{A_S} \quad , \quad A_S = \frac{\pi d_S^3}{4} \quad , \quad d_S = \frac{d_2 + d_3}{2} \tag{3.2}$$

(d_2: Flankendurchmesser, d_3: Kerndurchmesser des Gewindes) kann die Mittelkraft F_m in σ_m und die Kraftamplitude F_a in σ_a umgerechnet werden, **Tabelle 3.15**.

Schraube	d_2 [mm]	d_3 [mm]	d_S [mm]	A_S [mm^2]	N_G	F_m [kN]	F_A [kN]	σ_m [MPa]	σ_A [MPa]
M8 (Klasse 8.8)	7,188	6,466	6,827	36,61	$5 \cdot 10^6$	12,5	2,07	341	56,5
M6 (Klasse 12.9)	5,35	4,773	5,062	20,12	$5 \cdot 10^6$	11,5	1,16	572	57,7

Tabelle 3.15: Mittelkraft und „dauerfest“ ertragbare Kraftamplitude bei $N_G = 5 \cdot 10^6$, Schrauben Festigkeitsklasse 8.8 und 12.9, Umrechnung in Spannungen über (3.2)

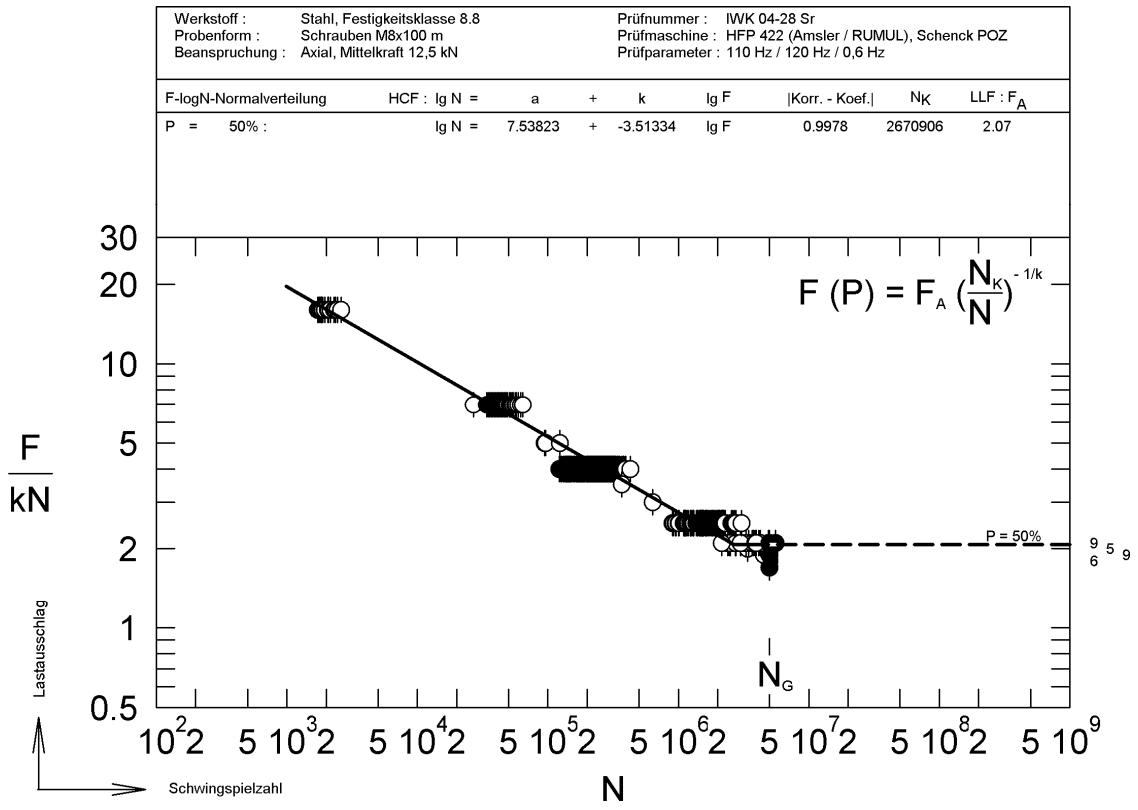


Bild 3.28a: Lineare Auswertung der Schwingversuchsergebnisse an den Schrauben der Festigkeitsklasse 8.8 bei $N_G = 5 \cdot 10^6$ (Horizontverfahren)

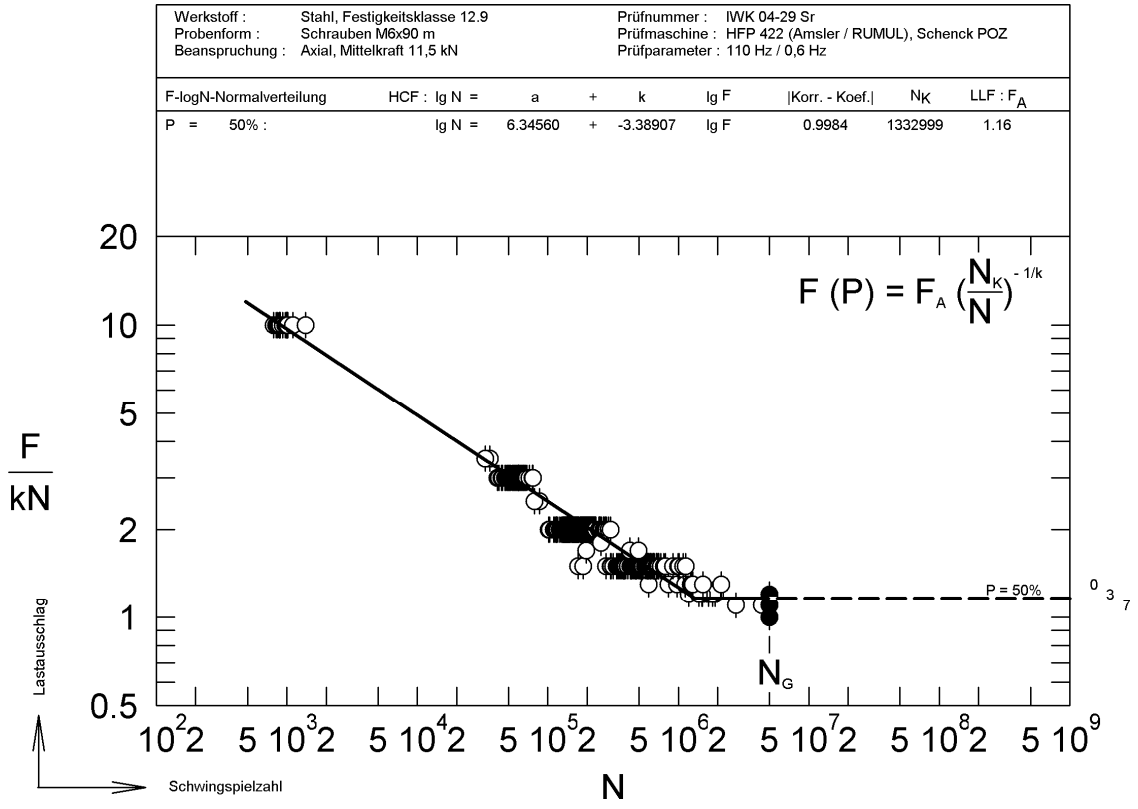


Bild 3.28b: Lineare Auswertung der Schwingversuchsergebnisse an den Schrauben der Festigkeitsklasse 12.9 bei $N_G = 5 \cdot 10^6$

Bild 3.29 zeigt, dass die erreichte Schwingfestigkeit auf schlusswärmebehandelte Schrauben schließen lässt, was einerseits durch das Schliffbild bestätigt wird (Kap. 3.6.2), andererseits durch eine Berechnungsformel nach [VDI2300] für schlussvergütete Schrauben, die Werte in der Größenordung der Versuchsergebnisse liefert: Die Gleichung

$$\sigma_{ASV} = 0{,}85\left(\frac{150}{d} + 45\right) \quad , \quad N \geq 2 \cdot 10^6 \tag{3.3}$$

(d: Nenndurchmesser) ergibt für die M8-Schrauben σ_{ASV} = 54,2 MPa und für die M6-Schrauben σ_{ASV} = 59,5 MPa. In (3.3) bleibt die Festigkeitsklasse unberücksichtigt.

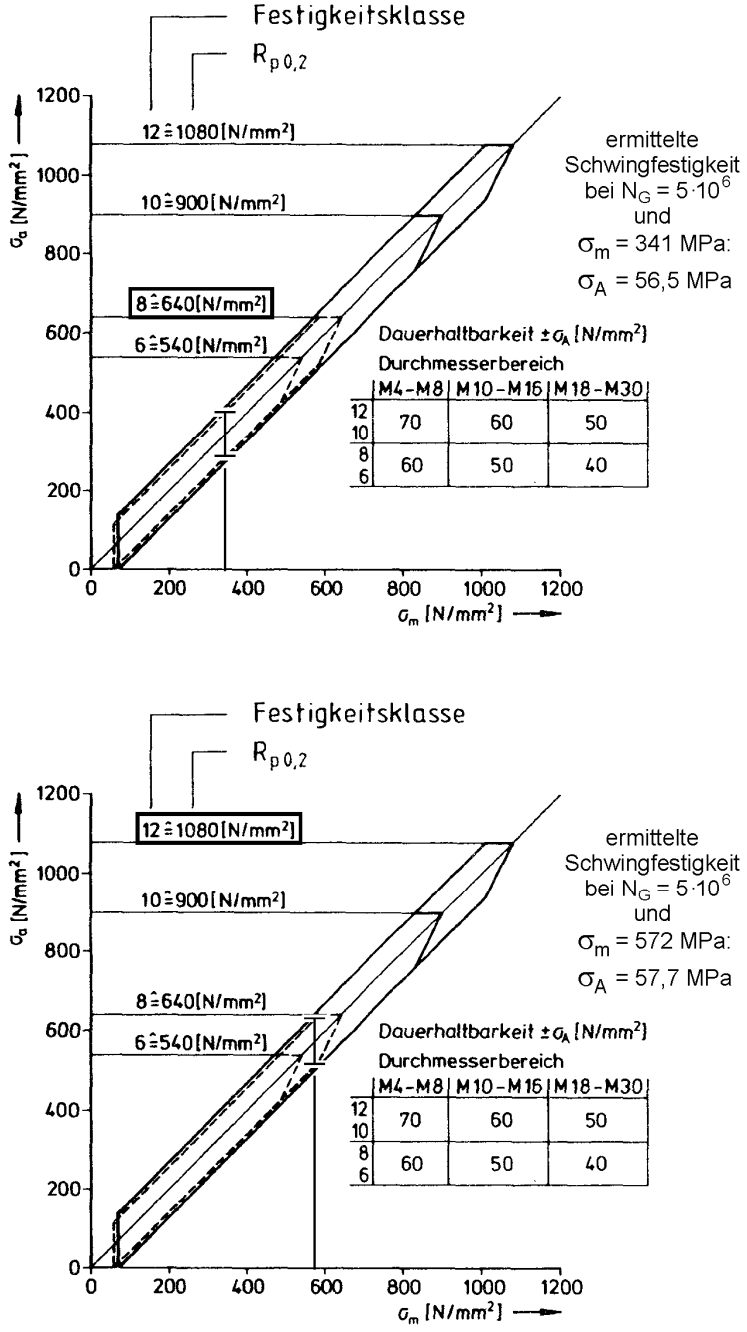


Bild 3.29: Smith-Diagramm für schlussvergütete Schrauben [Stei93] mit den ermittelten Festigkeiten im Versuch nach Tabelle 3.15; oben: Schrauben Klasse 8.8 (M8), unten: Klasse 12.9 (M6)

Dass die im Rahmen dieser Arbeit geprüften Schrauben nicht schlussgerollt sein können, wird in **Bild 3.30** erkennbar: Typische Festigkeiten schlussgerollter Schrauben für Nenndurchmesser von 4 bis 8 mm liegen mit σ_A = 100 bis 110 MPa eindeutig zu hoch.

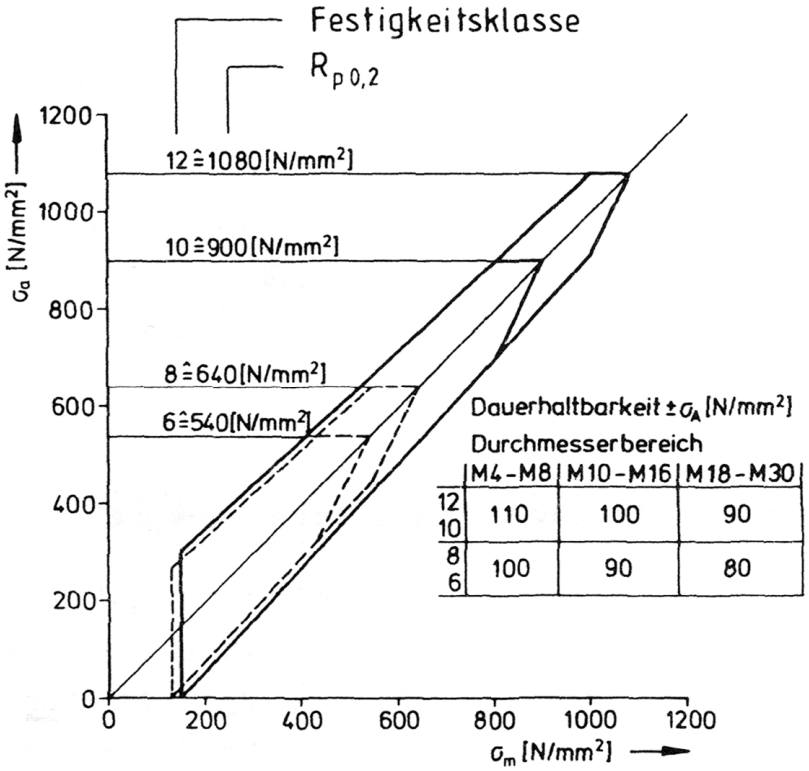


Bild 3.30: Smith-Diagramm für schlussgerollte Schrauben [Stei93]

3.6.5 Fraktografische Rasterelektronenmikroskopie an Frühausfällen

Die **Bilder 3.31** und **3.32** zeigen typische Bruchmorphologien für dynamische axiale Beanspruchung mit ca. 2/3 Schwingbruch- und 1/3 Restgewaltbruchanteil.

Im Versuch aufgetretene Frühausfälle wurden im Rasterelektronenmikroskop (REM) mit gleich belasteten Proben mittlerer und hoher Lebensdauer verglichen. Dabei wurden keine Auffälligkeiten, die einen Frühausfall begründen würden, festgestellt. Darüber hinaus lassen sich gravierende Oberflächenfehler nachträglich nicht beweisen. Insofern besteht keine Veranlassung, die Frühausfälle als „Ausreißer“ zu deklarieren.

3.6.6 Bruchausgang bei Versagen im UHCF-Bereich

Weil Schrauben aufgrund der Kerbwirkung die maximale Beanspruchung im Gewindegrund erfahren und die suboptimale Oberflächenqualität der Schrauben diesen Effekt noch verstärkt, ist nicht weiter verwunderlich, dass der Bruch bei allen untersuchten Proben grundsätzlich von der Oberfläche ausging, auch bei denjenigen mit Versagen im UHCF-Bereich.

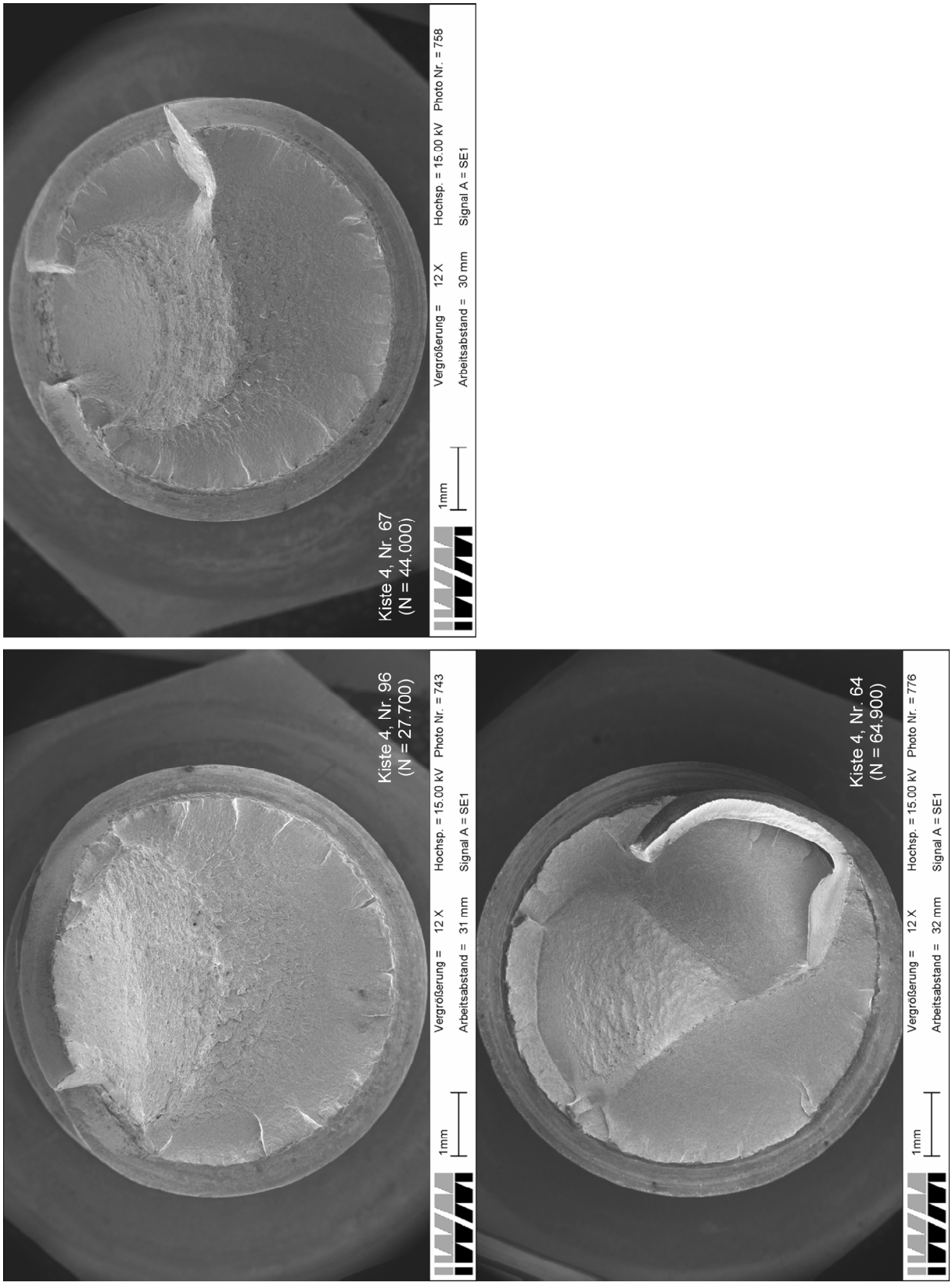


Bild 3.31: Vergleich der Bruchmorphologie des Frühausfalls mit denen zweier anderer Proben auf dem Lastniveau F_a = 7 kN (M8-Schrauben, Festigkeitsklasse 8.8)

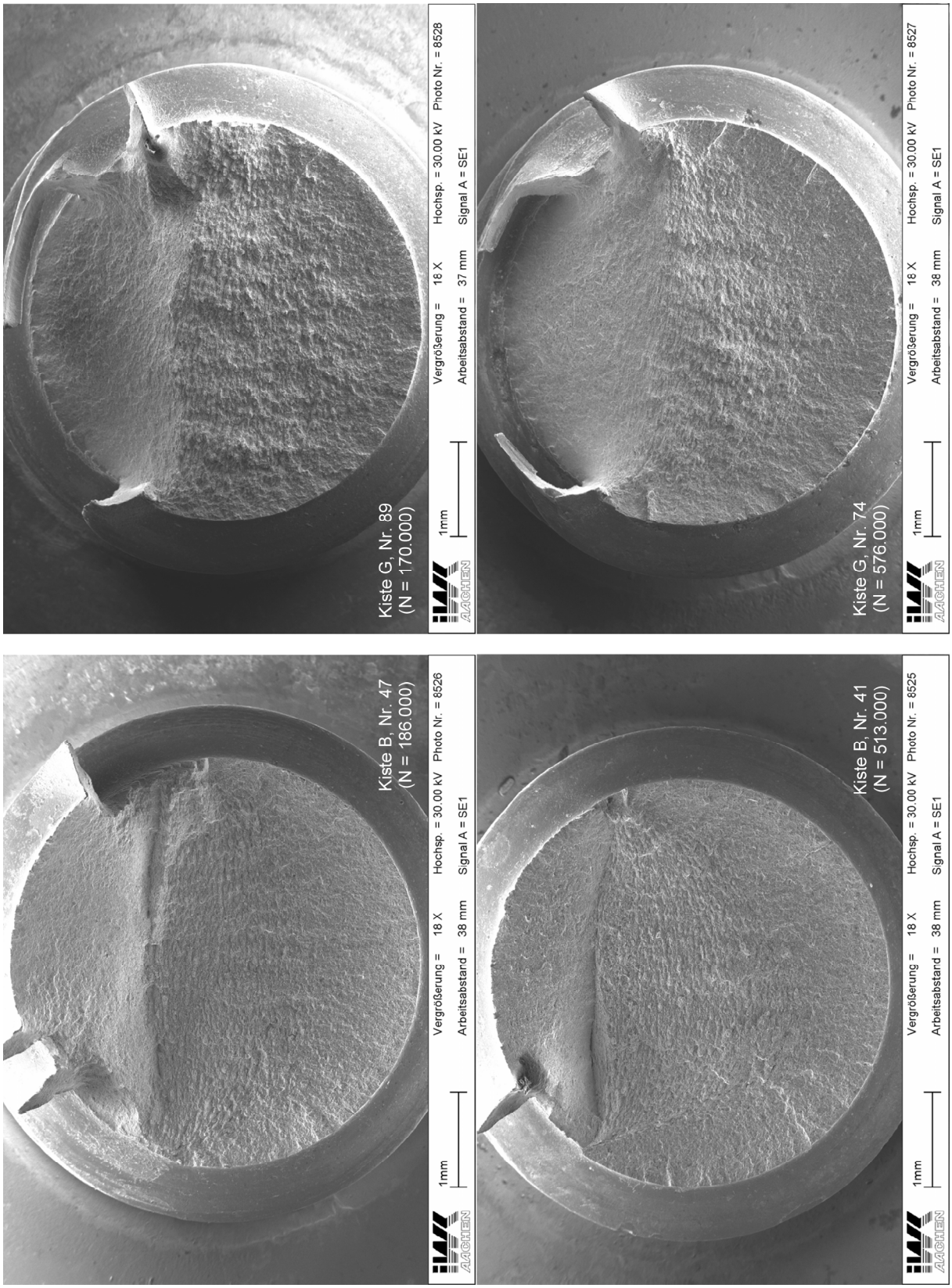


Bild 3.32: Vergleich der Bruchmorphologie der Frühausfälle mit denen zweier anderer Proben auf dem Lastniveau F_a = 1,5 kN (M6-Schrauben, Festigkeitsklasse 12.9)

4 Korrelationsoptimierende Ansätze für die Beschreibung der Streuung von Schwingversuchen

Für die ganzheitliche Beschreibung des Wöhlerfelds muss nicht nur die Wöhlerkurve an sich, sondern auch das Streuband plausibel erfasst werden, damit ein Auswertemodell Akzeptanz findet. Auch wenn herkömmliche Verteilungen im Allgemeinen die Streuung von Schwingversuchen brauchbar beschreiben, weisen sie von Fall zu Fall unschöne systematische Abweichungen zu diskreten Versuchspunkten auf. Wünschenswert ist ein flexibles, möglichst universelles Modell. Ansatzpunkte zur Verbesserung der Beschreibung eines Merkmals x sind

- die Variation der Transformation der Wahrscheinlichkeit,
- die Variation der Schätzung der Wahrscheinlichkeit und
- die Variation der Transformation des Merkmals.

Diese Optionen werden im Folgenden näher beleuchtet.

4.1 Variation der Transformation der Wahrscheinlichkeit über alternative Verteilungen

Die Charakteristik der Beschreibung von Schwingversuchen wird wesentlich durch die Transformation der Bruchwahrscheinlichkeit beeinflusst. Daher sind Alternativen zu den herkömmlichen Verteilungen von Interesse. Wenn sie keine wesentliche Verbesserung darstellen, können sie zumindest das vorhandene Spektrum bereichern. Im Folgenden werden zwei Varianten näher untersucht.

4.1.1 Müller-Verteilung

Von Müller [Mül74b] wurde als Approximation der Normalverteilung ein Beschreibungsansatz das Merkmals x vorgeschlagen, das in die Form

$$x = a + b\sqrt[3]{\ln p} \tag{4.1}$$

mit Achsenabschnitt a und Steigung b gebracht werden kann. Obwohl die kumulative Verteilungsfunktion und die Wahrscheinlichkeitsdichtefunktion in der Quelle nicht angegeben wurden, lassen sie sich herleiten: Mit

$$F(x) = p \tag{4.2}$$

folgt aus (4.1) die kumulative Verteilungsfunktion bzw. Summenhäufigkeit

$$F(x) = \exp\left[\left(\frac{x-a}{b}\right)^3\right] \tag{4.3}$$

und durch Ableiten von (4.3) nach x die Wahrscheinlichkeitsdichtefunktion

$$f(x) = \frac{3}{b}\left(\frac{x-a}{b}\right)^2 \exp\left[\left(\frac{x-a}{b}\right)^3\right]. \tag{4.4}$$

In der grafischen Darstellung der Wahrscheinlichkeitsdichtefunktion (**Bild 4.1**) und der Summenhäufigkeit (**Bild 4.2**) wird ein Defizit in der Logik des Müllerschen Ansatzes deutlich, da Wahrscheinlichkeiten $p \geq 1$ abgebildet werden können: Die Summenhäufigkeitskurve konvergiert nicht gegen 1, und f(x) konvergiert parallel dazu nicht gegen 0, sondern steigt für größer werdendes x wieder an. Trotz des Plausibilitätsfehlers wird der Ansatz weiter untersucht und im Rahmen dieser Arbeit *Müller-Verteilung* genannt.

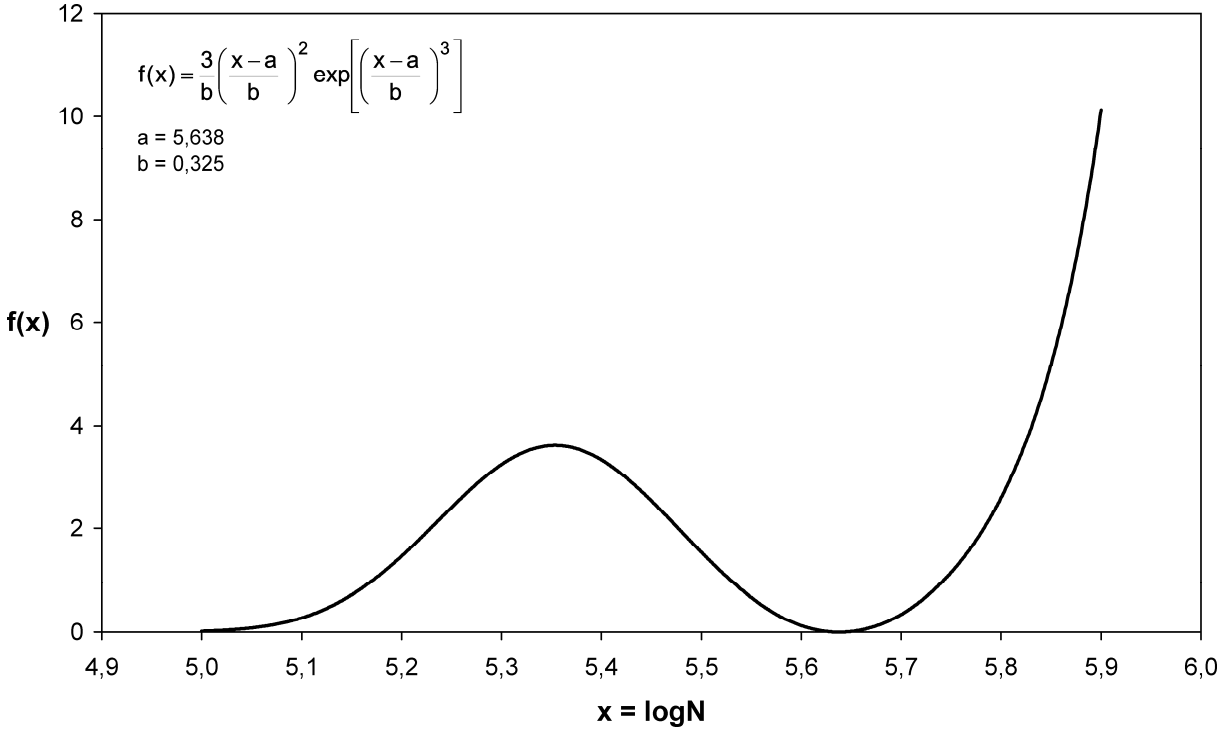


Bild 4.1: Wahrscheinlichkeitsdichtefunktion der Müller-Verteilung (Auswertung eines HCF-Lastniveaus aus Schwingversuchen an Schrauben der Festigkeitsklasse 8.8 mit F_m = 12,5 kN, F_a = 4 kN, siehe Kap. 3)

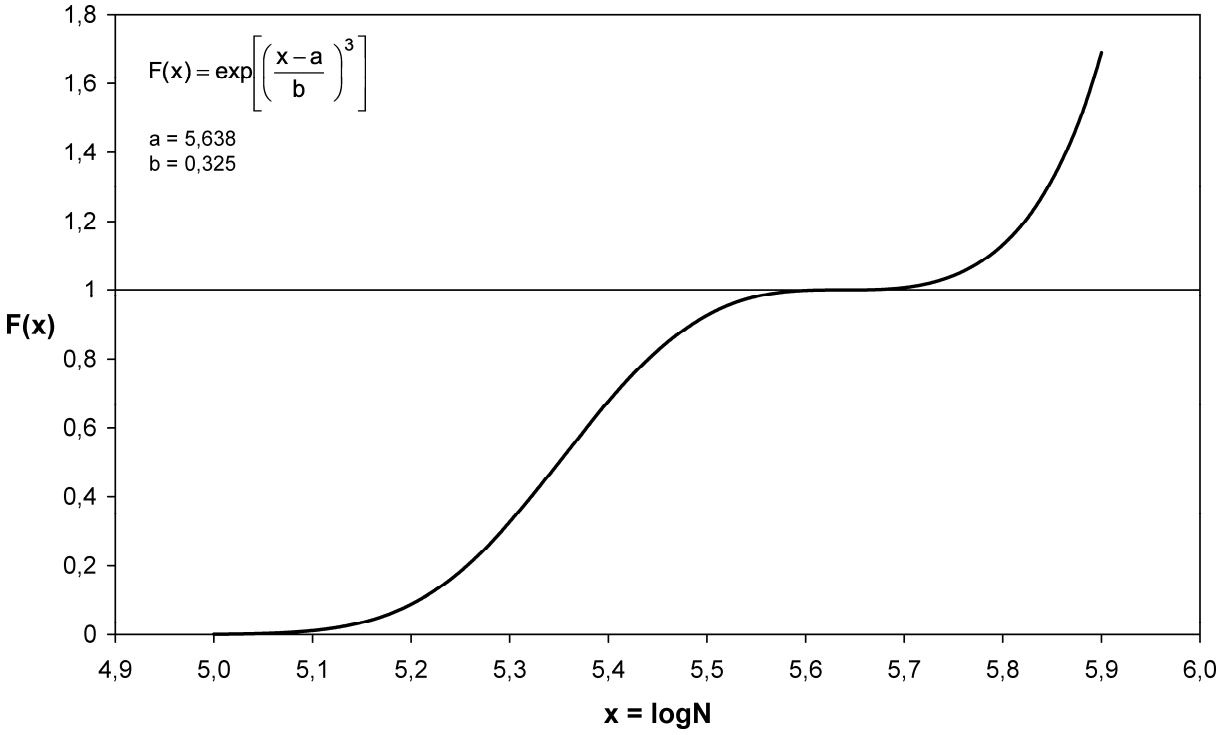


Bild 4.2: Müller-Verteilung, zugehörige Summenhäufigkeit zu Bild 4.1

4.1.2 tan-Verteilung

Eine weitere Alternative zu den genannten Verteilungen liefert die im Rahmen dieser Arbeit formulierte Wahrscheinlichkeitsdichtefunktion

$$f(x) = \frac{2m}{\pi x_0} \frac{\left(\frac{x}{x_0}\right)^{m-1}}{1+\left(\frac{x}{x_0}\right)^{2m}}, \tag{4.5}$$

die in **Bild 4.3** unter Variation des Exponenten m > 0 und in **Bild 4.4** unter Variation des charakteristischen Merkmals x_0 > 0 wiedergegeben ist.

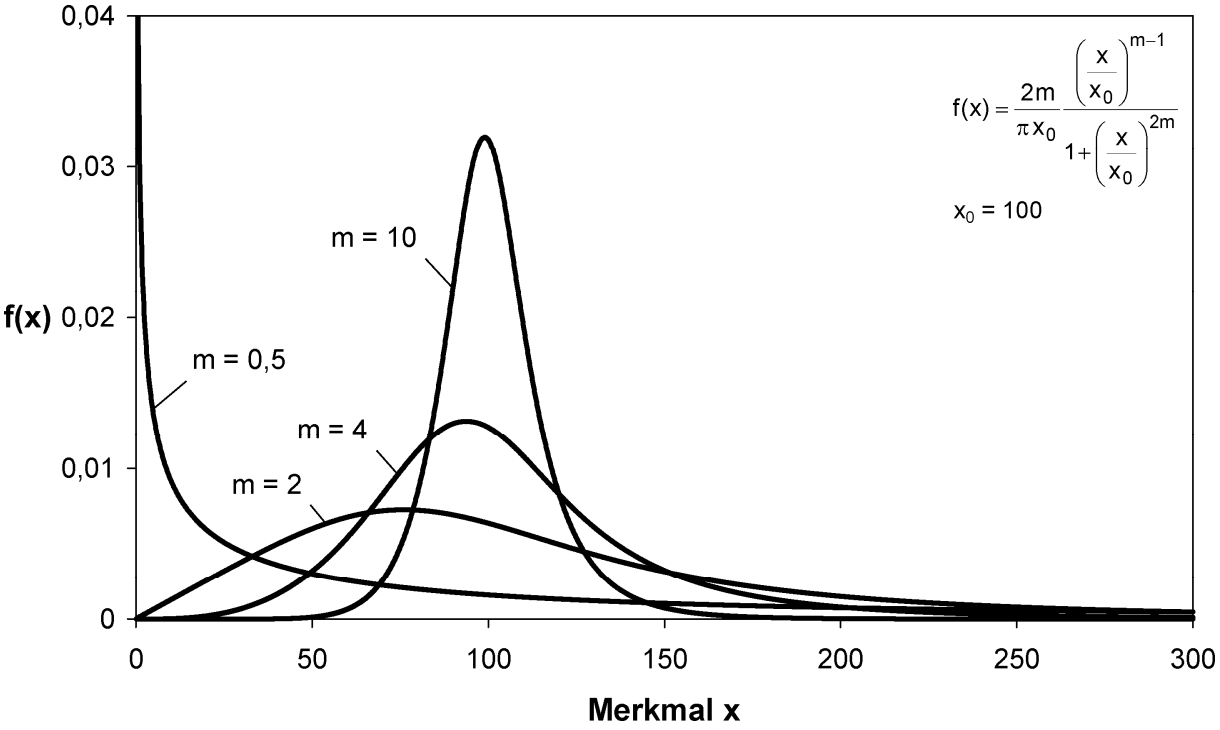


Bild 4.3: Wahrscheinlichkeitsdichtefunktionen f(x) mit konstantem charakteristischem Merkmal x_0 unter Variation des Exponenten m

Der Exponent ist maßgeblich für die Charakteristik der Verteilung. Während für m < 1 der Verlauf eher einer Hyperbel ähnelt, erinnert er für größere Exponenten an eine Glockenkurve. Das charakteristische Merkmal dagegen hat nur Einfluss auf Höhe und Breite der Verteilung. Durch entsprechende Skalierung lässt sich (4.5) mit konstantem Exponenten stets auf dieselbe Form bringen. Generell weist f(x) bei linearer Skalierung des Merkmals einen rechtsseitigen Schweif auf.

Um herauszufinden, ob der Verlauf für bestimmte m symmetrisch werden kann, ist zunächst die Bestimmung des Hochpunkts erforderlich, in diesem Zusammenhang werden auch die Wendepunkte ermittelt.

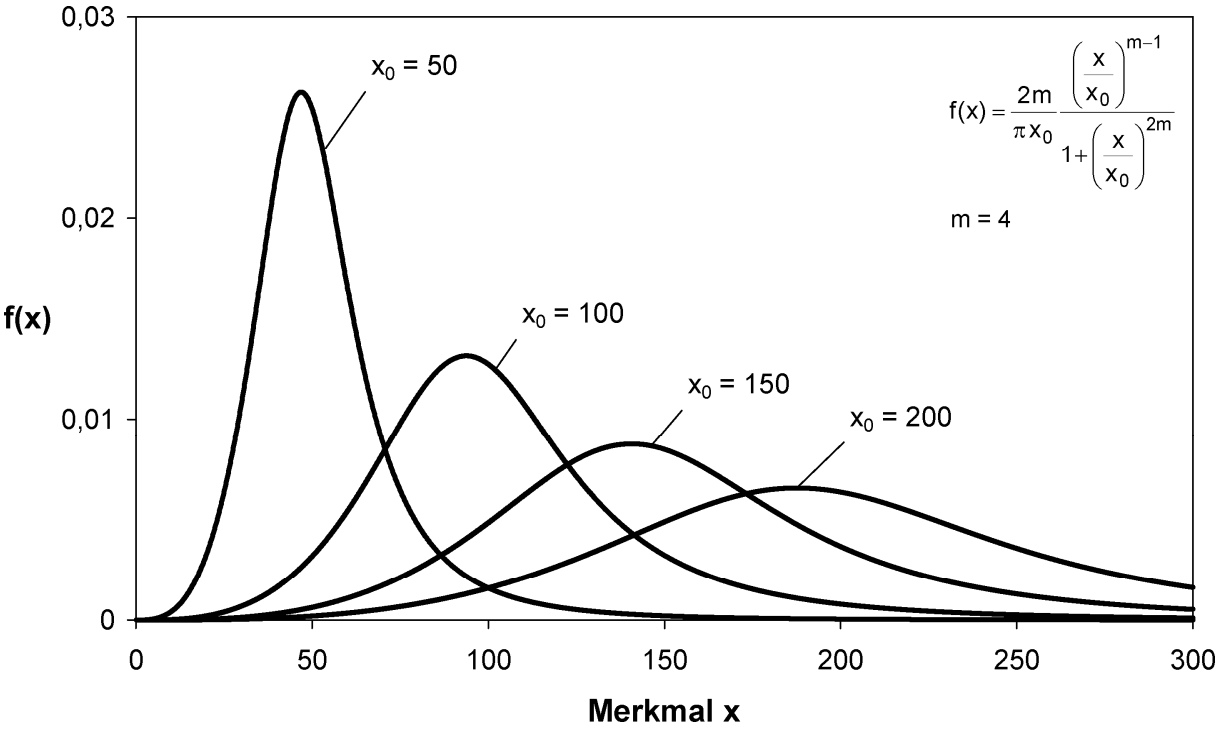


Bild 4.4: Wahrscheinlichkeitsdichtefunktionen f(x) mit konstantem Exponenten m unter Variation des charakteristischen Merkmals x_0

Die notwendige Bedingung für die Ermittlung von Extrema ist

$$\frac{df}{dx} = -\frac{2m}{\pi {x_0}^2} \frac{1-m+(1+m)\left(\frac{x}{x_0}\right)^{2m}}{\left(1+\left(\frac{x}{x_0}\right)^{2m}\right)^2} \left(\frac{x}{x_0}\right)^{m-2} = 0\,. \tag{4.6}$$

Für den Tiefpunkt gilt somit nach (4.6)

$$x_{TP} = 0 \qquad (m > 2)\,. \tag{4.7}$$

Über

$$1-m+(1+m)\left(\frac{x}{x_0}\right)^{2m} = 0 \tag{4.8}$$

wird der Hochpunkt bestimmt:

$$x_{HP} = x_0 \left(\frac{m-1}{m+1}\right)^{\frac{1}{2m}} \qquad (m \geq 1)\,. \tag{4.9}$$

Die Wendepunkte x_W werden über Nullsetzen der zweiten Ableitung ermittelt:

$$\frac{d^2f}{dx^2} = \frac{2m}{\pi {x_0}^3} \frac{2-3m+m^2+(4-6m^2)\left(\frac{x}{x_0}\right)^{2m}+(2+3m+m^2)\left(\frac{x}{x_0}\right)^{4m}}{\left(1+\left(\frac{x}{x_0}\right)^{2m}\right)^3} \left(\frac{x}{x_0}\right)^{m-3} = 0 \tag{4.10}$$

Eine Lösung liegt bei

$$x_{W1} = 0 \qquad (m > 3)\,. \tag{4.11}$$

Die restlichen Lösungen gehorchen der Gleichung

$$2 - 3m + m^2 + (4 - 6m^2)\left(\frac{x}{x_0}\right)^{2m} + (2 + 3m + m^2)\left(\frac{x}{x_0}\right)^{4m} = 0\,. \tag{4.12}$$

Mit Hilfe der Substitution

$$z = \left(\frac{x}{x_0}\right)^{2m} \tag{4.13}$$

vereinfacht sich (4.12) zu

$$2 - 3m + m^2 + (4 - 6m^2)\,z + (2 + 3m + m^2)\,z^2 = 0\,. \tag{4.14}$$

Daraus folgt

$$z_{2,3} = \frac{-2 + 3m^2 \pm m\sqrt{-7 + 8m^2}}{2 + 3m + m^2} \tag{4.15}$$

und für die Wendepunkte

$$x_{W\,2,3} = x_0\left(\frac{-2 + 3m^2 \pm m\sqrt{-7 + 8m^2}}{2 + 3m + m^2}\right)^{\frac{1}{2m}} \qquad \left(m \geq \sqrt{\frac{7}{8}}\right). \tag{4.16}$$

Mit Hilfe des Hochpunkts kann nun geklärt werden, für welche Exponenten m die Wahrscheinlichkeitsdichtefunktion f(x) symmetrisch wird. Voraussetzung dafür ist

$$f(x_{HP} - \Delta x) = f(x_{HP} + \Delta x) \qquad \forall\ \Delta x \tag{4.17a}$$

bzw.

$$f(x_{HP} - \Delta x) - f(x_{HP} + \Delta x) = \frac{2m}{\pi x_0}\left[\frac{\left(\left(\frac{m-1}{m+1}\right)^{\frac{1}{2m}} - \frac{\Delta x}{x_0}\right)^{m-1}}{1 + \left(\left(\frac{m-1}{m+1}\right)^{\frac{1}{2m}} - \frac{\Delta x}{x_0}\right)^{2m}} - \frac{\left(\left(\frac{m-1}{m+1}\right)^{\frac{1}{2m}} + \frac{\Delta x}{x_0}\right)^{m-1}}{1 + \left(\left(\frac{m-1}{m+1}\right)^{\frac{1}{2m}} + \frac{\Delta x}{x_0}\right)^{2m}}\right] = 0 \quad \forall\ \Delta x. \tag{4.17b}$$

Gleichung (4.17) ist jedoch nur für m = 1 erfüllt, allerdings liegt dann der Hochpunkt bei $x_{HP} = 0$. Da $x > 0$ vorausgesetzt wird, bleibt f(x) unsymmetrisch, wird aber für große m schmaler und symmetrischer, und x_{HP} geht gegen x_0, siehe (4.9).

Die Summenhäufigkeit

$$F(x) = \int_{-\infty}^{x} f(\xi)\,d\xi = \frac{2}{\pi}\arctan\left(\left(\frac{x}{x_0}\right)^m\right) \tag{4.18}$$

ergibt sich durch Integration von (4.5) nach x und ist in **Bild 4.5** unter Variation des Exponenten m sowie in **Bild 4.6** unter Variation des charakteristischen Merkmals x_0 wiedergegeben. Aufgrund von (4.18) wird die besprochene Verteilung im Folgenden *tan-Verteilung* genannt.

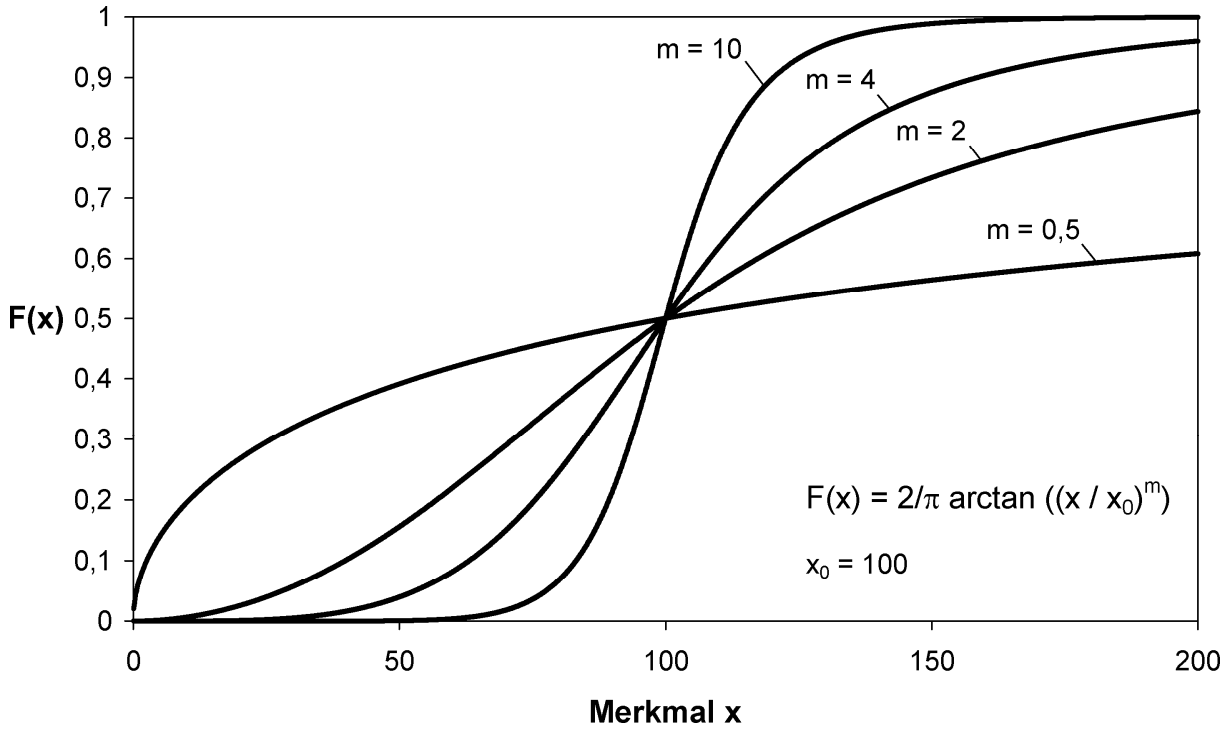


Bild 4.5: Summenhäufigkeiten F(x) mit konstantem charakteristischem Merkmal x_0 unter Variation des Exponenten m

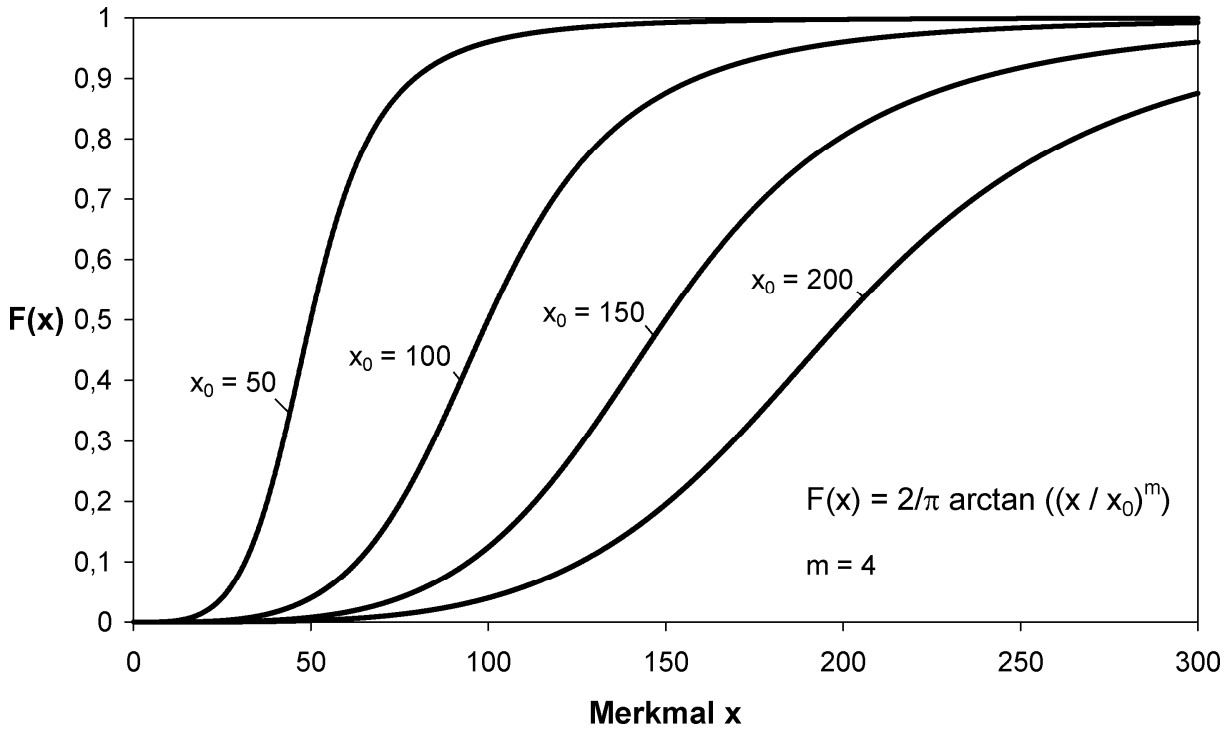


Bild 4.6: Summenhäufigkeiten F(x) mit konstantem Exponenten m unter Variation des charakteristischen Merkmals x_0

Zur Bestimmung der Parameter kann die kumulative Verteilungsfunktion linearisiert werden, indem F(x) mit der Bruchwahrscheinlichkeit p gleichgesetzt und diese wiederum über eine Schätzfunktion angenähert wird:

$$F(x) = p\,. \tag{4.19}$$

Mit (4.19) folgt aus (4.18)

$$\log x = \log x_0 + \frac{1}{m}\log\left(\tan\left(\frac{\pi}{2}p\right)\right). \tag{4.20}$$

Aus (4.20) lassen sich die Parameter anhand der Regressionskoeffizienten, dem Achsenabschnitt a und der Steigung b, mit

$$x_0 = 10^a \text{ und} \tag{4.21}$$

$$m = \frac{1}{b} \tag{4.22}$$

bestimmen.

Bei logarithmischer Skalierung des Merkmals verändert sich die Form der tan-Verteilung: Während f(x) bei linearer Darstellung einen rechtsseitigen Schweif aufweist, zeigt er bei logarithmischer Skalierung für m > 1 einen linksseitigen Schweif, **Bilder 4.7** und **4.8**.

Aufgrund der veränderten Form kann angenommen werden, dass sich die Lage der Wendepunkte verschiebt, daher wird die Kurvendiskussion für die logarithmische Darstellung wiederholt.

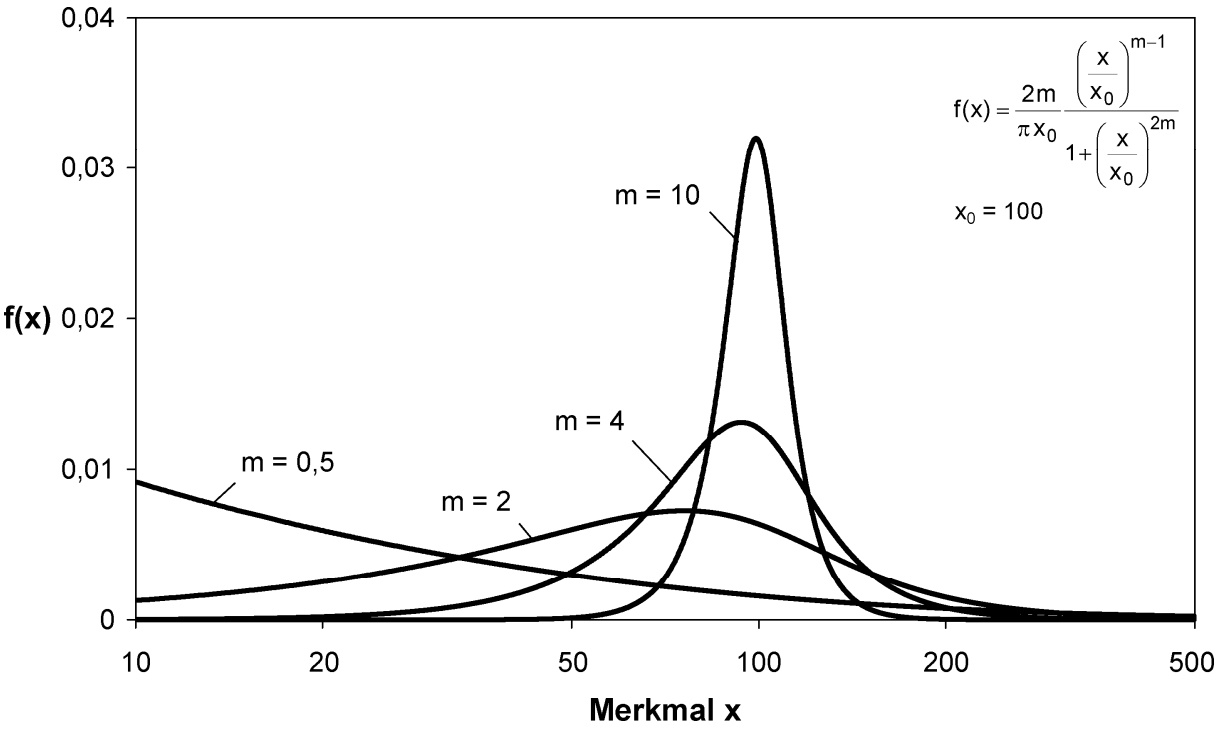


Bild 4.7: Wahrscheinlichkeitsdichtefunktionen f(x) mit konstantem charakteristischem Merkmal unter Variation des Exponenten, logarithmische Skalierung von x

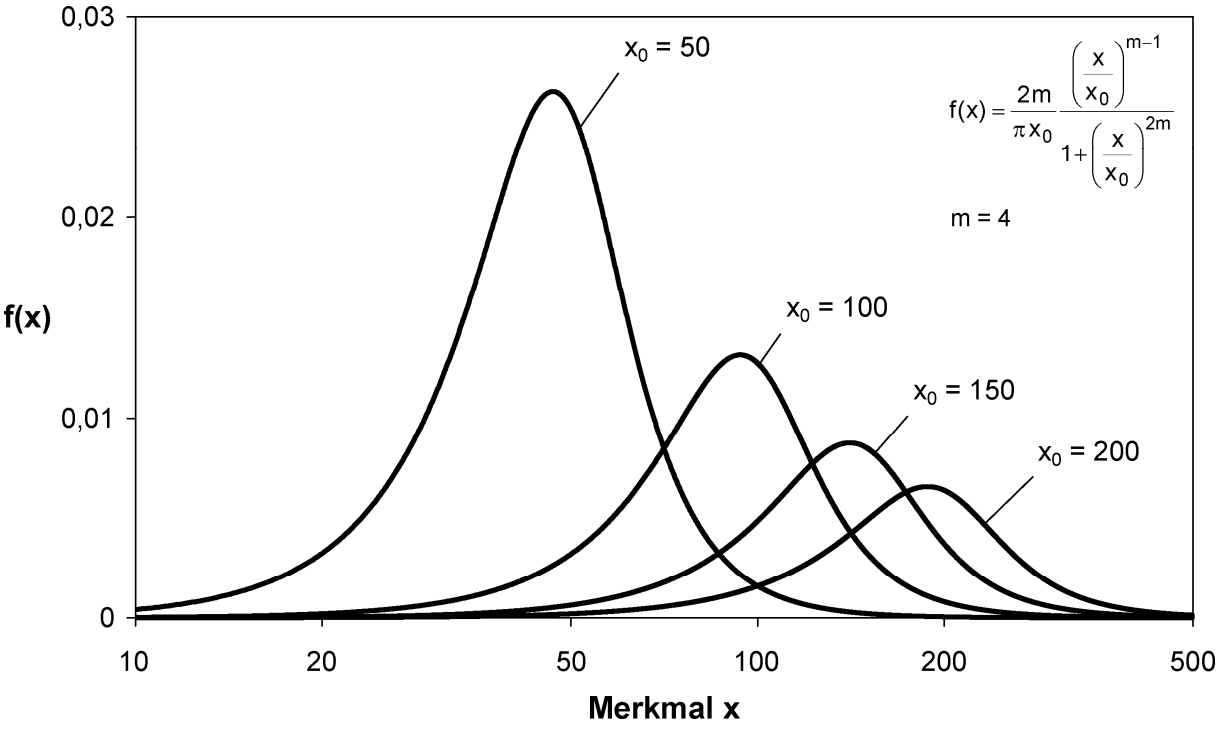


Bild 4.8: Wahrscheinlichkeitsdichtefunktionen f(x) mit konstantem Exponenten unter Variation des charakteristischen Merkmals, logarithmische Skalierung von x

Die entsprechende Ableitung von f(x) lässt sich mit der Kettenregel ermitteln:

$$\frac{df}{d(\log x)} = \frac{df}{dx}\frac{dx}{d(\ln x)}\frac{d(\ln x)}{d(\log x)} = \frac{df}{dx}\frac{dx}{d(\ln x)}\ln 10\,. \tag{4.23}$$

Mit

$$\frac{dx}{d(\ln x)} = \frac{d(e^{\ln x})}{d(\ln x)} = e^{\ln x} = x \tag{4.24}$$

folgt aus (4.6), (4.23) und (4.24) die logarithmische Ableitung

$$\frac{df}{d(\log x)} = \frac{df}{dx}\,x\ln 10 = -\frac{2m\ln 10}{\pi x_0}\,\frac{1-m+(1+m)\left(\frac{x}{x_0}\right)^{2m}}{\left(1+\left(\frac{x}{x_0}\right)^{2m}\right)^2}\left(\frac{x}{x_0}\right)^{m-1}. \tag{4.25}$$

Nun kann die Kurvendiskussion analog zur linearen Skalierung wiederholt werden. Notwendige Bedingung für die Extrema ist

$$\frac{df}{d(\log x)} = 0 \tag{4.26}$$

mit Tiefpunkt

$$x_{TP} = 0 \qquad (m > 1) \tag{4.27}$$

und Hochpunkt

$$x_{HP} = x_0\left(\frac{m-1}{m+1}\right)^{\frac{1}{2m}} \qquad (m \geq 1)\,. \tag{4.28}$$

Die Wendepunkte werden wiederum durch Nullsetzen der zweiten Ableitung bestimmt:

$$\frac{d^2f}{d(\log x)^2} = \frac{d}{dx}\left(\frac{df}{d(\log x)}\right) x \ln 10 = \left(\frac{d^2f}{dx^2}x^2 + \frac{df}{dx}x\right)(\ln 10)^2$$

$$= \frac{2m(\ln 10)^2}{\pi x_0} \frac{1-2m+m^2+(2-6m^2)\left(\frac{x}{x_0}\right)^{2m}+(1+2m+m^2)\left(\frac{x}{x_0}\right)^{4m}}{\left(1+\left(\frac{x}{x_0}\right)^{2m}\right)^3}\left(\frac{x}{x_0}\right)^{m-1} = 0 \qquad (4.29)$$

mit einer Lösung bei

$$x_{W1} = 0 \qquad (m > 1) \qquad (4.30)$$

und zwei weiteren Lösungen, die

$$1-2m+m^2+(2-6m^2)\left(\frac{x}{x_0}\right)^{2m}+(1+2m+m^2)\left(\frac{x}{x_0}\right)^{4m} = 0 \qquad (4.31)$$

erfüllen. Über (4.13) vereinfacht sich (4.31) zu

$$1-2m+m^2+(2-6m^2)\,z+(1+2m+m^2)\,z^2 \qquad (4.32)$$

mit den Lösungen

$$z_{2,3} = \frac{-1+3m^2 \pm 2m\sqrt{-1+2m^2}}{(1+m)^2} \qquad (4.33)$$

bzw.

$$x_{W2,3} = x_0\left(\frac{-1+3m^2 \pm 2m\sqrt{-1+2m^2}}{(1+m)^2}\right)^{\frac{1}{2m}} \qquad \left(m \geq \sqrt{\frac{1}{2}}\right). \qquad (4.34)$$

Die logarithmische Darstellung wirkt sich zwar nicht auf die Lage der Extrema, aber auf die Position der Wendepunkte aus.

Wie die **Bilder 4.9** und **4.10** zeigen, sind in logarithmischer Skalierung die Summenhäufigkeitskurven punktsymmetrisch und bei gleichem Exponenten parallel zueinander.

Üblicherweise wird für die Bestimmung der Streuung von Bruchschwingspielzahlen als Merkmal x = logN gewählt, da Schwingspielzahlen im Wöhlerdiagramm logarithmisch skaliert werden. Zur Gegenüberstellung von Korrelation und Streuspanne der Varianten x = logN und x = N wurden 54 Bruchhorizonte aus der Literatur [Den67, Ete98, Grü91, Klu95, Klu98, Mae67, Schr55] sowie 8 aus eigenen Versuchsreihen (Kap. 3) herangezogen und für eine möglichst allgemeingültige Studie verschiedenste Gesichtspunkte berücksichtigt. Eine Auswahl von Datensätzen für eine repräsentative Wiedergabe der Versuchspraxis ist umso schwieriger, als Schwingversuche mit zahlenmäßig angegebenen Bruchschwingspielzahlen nur in beschränktem Umfang in der Literatur vorliegen, vor allem, wenn sie neueren Datums sind. Die Probenanzahl sollte sich weder auf große noch auf kleine Umfänge beschränken, daher sind Bruchhorizonte von n_{min} = 6 bis hin zu n_{max} = 500 enthalten. Die Lebensdauern reichen von einigen Hundert bis zu einigen Millionen Lastwechseln, verschiedenste Positionen im Wöhlerdiagramm sind somit abgedeckt. Zudem wurde darauf geachtet, dass unterschiedliche Beanspruchungsarten wie Zug-Druckbelastung, Torsion, Biegung und mehrachsige Schwingbelastung sowie diverse Werkstoffsorten einbezogen

wurden. Wesentliche Merkmale und Eigenschaften der herangezogenen Versuchsreihen sind in **Tabelle 4.1** zusammengestellt.

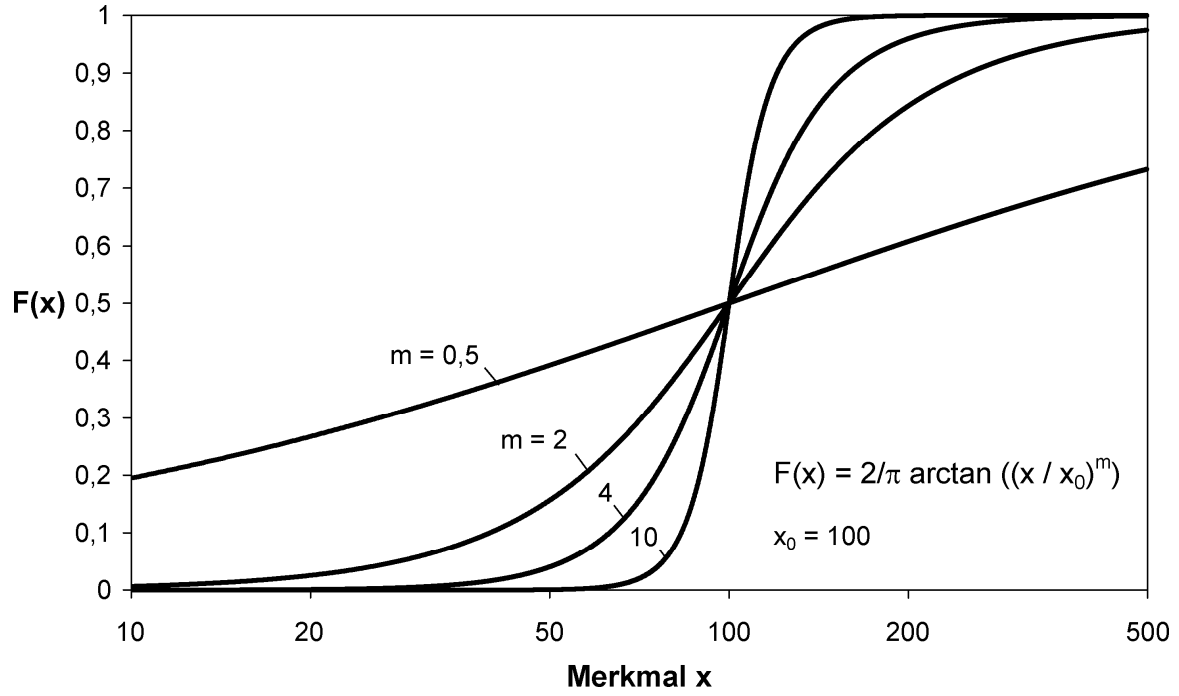


Bild 4.9: Summenhäufigkeiten F(x) mit konstantem charakteristischem Merkmal x_0 unter Variation des Exponenten m, logarithmische Skalierung von x

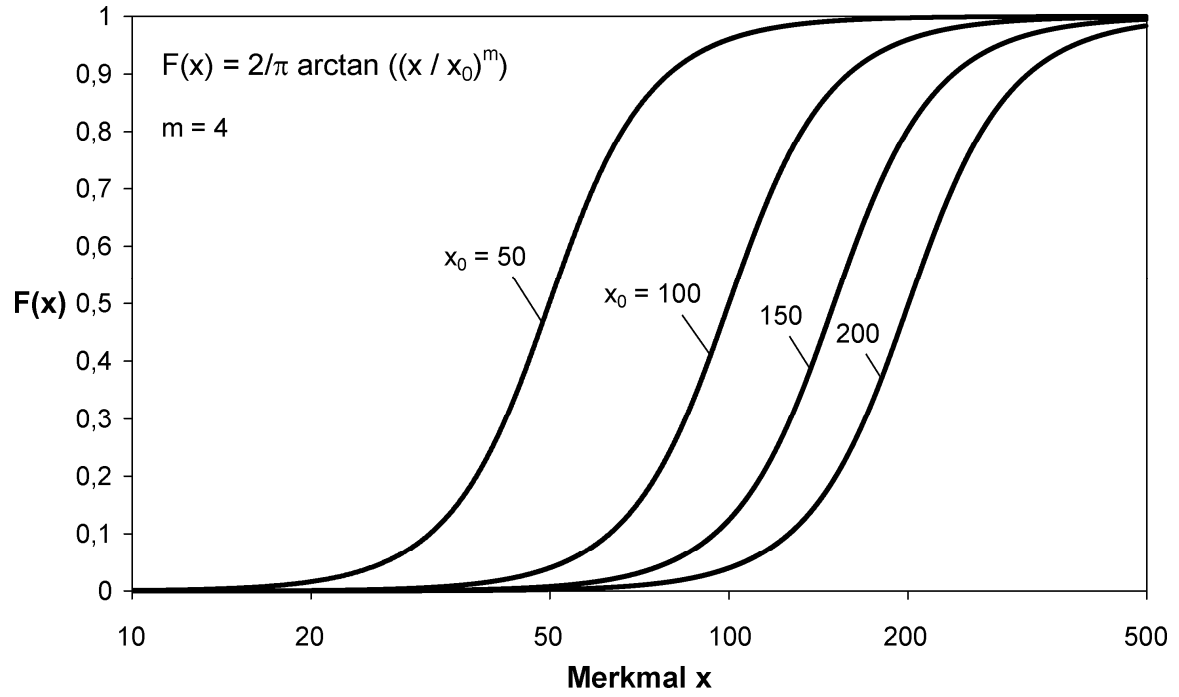


Bild 4.10: Summenhäufigkeiten F(x) mit konstantem Exponenten m unter Variation des charakteristischen Merkmals x_0, logarithmische Skalierung von x

Lit.	Prüfnummer	Werkstoff	Probenform	Belastungart
[Klu95]	iwk94-AB	1.7218 (25CrMo4)	Hohlzylinder D = 33,6 / d = 32,0	Axial, R = -1
[Grü91]	iwk89-2	1.7218 (25CrMo4)	Hohlzylinder D = 33,6 / d = 32,0	zweiachsig (Axialkraft, Innendruck, Torsion)
	iwk89-2b	1.7218 (25CrMo4)	Hohlzylinder D = 33,6 / d = 32,0	zweiachsig (Axialkraft, Innendruck, Torsion)
	iwk90-1	1.7218 (25CrMo4)	Vollzylinder d = 1,9	Axial, R = -1
[Den67]	TUB67-1	37MnSi5 (vergütet)	Vollzylinder d = 6,74	Umlaufbiegung, R = -1
[Mae67]	TUB66-1	1.1181 (Ck 35)	Kerbprobe: d/D = 5/8, Form: r = 6	Axial, R = -1
[Ete98]	iwk98-Da	DISTALOY (1120°C)	Flachprobe 7,5x5,2 (Form: r = 30)	Biegung, R = -1
[Schr55]	Sch55-01	3.1325 (AlCuMg1) gepreßt, ausgehärtet	Rundstab d = 9,48 (querpoliert)	Umlaufbiegung, R = -1
	Sch55-02	3.3555 (AlMg5) gepreßt, ausgehärtet	Rundstab d = 9,48 (querpoliert)	Umlaufbiegung, R = -1
	Sch55-03	3.--- (AlMg7) gepreßt, ausgehärtet	Rundstab d = 9,48 (querpoliert)	Umlaufbiegung, R = -1
	Sch55-04	3.--- (AlCu5Mg1,3(Mn1,2)) gepreßt, ausgehärtet	Rundstab d = 9,48 (querpoliert)	Umlaufbiegung, R = -1
	Sch55-05	3.--- (AlMg7) kaltgewalzt	Flachprobe 20x4 (unbearbeitet)	Biegung, R = -1
	Sch55-06	3.1355 (AlCuMg2) gewalzt	Flachprobe 20x4 (unbearbeitet)	Biegung, R = -0,31, 100 MPa Vorlast
	Sch55-07	3.1355 (AlCuMg2) gewalzt	Flachprobe 20x4 (unbearbeitet)	Biegung, R = -1
	Sch55-10	3.--- (AlMg8) gewalzt	Flachprobe 20x4 (unbearbeitet)	Biegung, R = -1
	Sch55-11	3.1355 (AlCuMg2) gewalzt	Flachprobe 20x2 (unbearbeitet)	Biegung, R = -1
	Sch55-13	1.0050 (St50.11) normalisiert	Rundstab d = 5,88 (längspoliert)	Umlaufbiegung, R = -1
	Sch55-14	1.0050 (St50.11) normalisiert	Rundstab d = 5,88 (querpoliert)	Umlaufbiegung, R = -1
	Sch55-15	1.0050 (St50.11) normalisiert	Rundstab d = 5,88 (geschliffen)	Umlaufbiegung, R = -1
	Sch55-16	1.0050 (St50.11) normalisiert	Rundstab d = 5,885 (gedreht)	Umlaufbiegung, R = -1
	Sch55-23	1.0050 (St50.11) normalisiert	Spitzkerbstab: d = 5,885, r/t = 0,1/0,74, 60°	Umlaufbiegung, R = -1
	Sch55-24	1.0501 (C 35) normalisiert	Hourglas-Rundstab: d/r = 5/15 (querpoliert)	Torsion, R = -1
	Sch-55-30	1.0570 (St 52) kaltgezogen	Flachprobe 20x3,5, unbearbeitet, Bohrung d = 1	Biegung, R = -1
	Sch-55-39	3.1355 (AlCuMg2) gewalzt	Flachprobe 20x4 (unbearbeitet)	Biegung, R = -1
	Sch-55-40	1.0050 (St50.11) normalisiert	Rundstab d = 5,88 (gedreht)	Umlaufbiegung, R = -1
	iwk04-28	Stahl, Festigkeitsklasse 8.8	Schraube, M8x100 m	Axial, F_m = 12,5 kN
	iwk04-29	Stahl, Festigkeitsklasse 12.9	Schraube, M6x90 m	Axial, F_m = 11,5 kN

Tabelle 4.1: Merkmale und Eigenschaften der als Datenbasis herangezogenen Zeitfestigkeitshorizonte

Prüfnummer	Horizont	n	tan-Verteilung (N)			tan-Verteilung (logN)			Normalverteilung		
			Korrelation	N90:10	N99:01	Korrelation	N90:10	N99:01	Korrelation	N90:10	N99:01
iwk94-AB	1	6	0,9763	2,930	11,278	0,9785	2,900	11,056	0,9771	2,849	6,691
	2	6	0,9653	7,097	82,860	0,9708	6,809	76,665	0,9601	6,828	32,691
iwk89-2	3	6	0,9372	6,643	71,396	0,9364	6,725	75,028	0,9496	6,184	27,308
	4	6	0,9703	5,808	52,739	0,9708	5,786	52,898	0,9765	5,497	22,057
iwk89-2b	5	6	0,9467	5,172	40,601	0,9490	5,124	40,305	0,9505	4,931	18,107
	6	6	0,9438	9,276	151,519	0,9487	8,776	137,264	0,9445	8,759	51,380
iwk90-1	7	8	0,9623	2,081	5,217	0,9597	2,101	5,343	0,9643	2,064	3,727
	8	8	0,9496	3,030	12,166	0,9462	3,079	12,680	0,9541	2,985	7,279
	9	8	0,9472	3,556	17,453	0,9444	3,630	18,394	0,9519	3,494	9,688
	10	8	0,9556	8,416	121,668	0,9570	8,307	120,920	0,9673	8,050	44,077
	11	8	0,8683	6,305	63,450	0,8653	6,625	71,975	0,8693	6,188	27,345
TUB67-1	12	14	0,9794	1,891	4,206	0,9793	1,893	4,216	0,9891	1,901	3,208
	13	14	0,9559	2,150	5,613	0,9555	2,155	5,654	0,9706	2,153	4,024
	14	14	0,9815	2,399	7,190	0,9811	2,405	7,242	0,9911	2,415	4,957
	15	14	0,9919	2,177	5,772	0,9921	2,176	5,774	0,9887	2,212	4,226
	16	14	0,9840	2,079	5,206	0,9854	2,071	5,165	0,9827	2,108	3,872
	17	14	0,9668	4,049	23,388	0,9696	3,973	22,529	0,9725	4,115	13,040
TUB66-1	18	20	0,9725	2,253	6,238	0,9725	2,256	6,266	0,9861	2,284	4,480
	19	20	0,9906	2,241	6,167	0,9906	2,242	6,178	0,9917	2,296	4,523
	20	20	0,9866	2,472	7,689	0,9875	2,464	7,650	0,9938	2,526	5,375
	21	20	0,9802	2,449	7,527	0,9827	2,426	7,383	0,9802	2,518	5,347
	22	20	0,9818	2,842	10,528	0,9837	2,815	10,336	0,9852	2,925	7,018
	23	20	0,9795	2,829	10,425	0,9830	2,789	10,117	0,9761	2,934	7,055
	24	20	0,9759	4,492	29,553	0,9791	4,396	28,370	0,9801	4,677	16,452
	25	20	0,9866	4,727	33,152	0,9891	4,646	32,161	0,9886	4,947	18,211
	26	20	0,9833	3,843	20,785	0,9850	3,805	20,448	0,9807	4,023	12,514
	27	20	0,9893	5,137	39,995	0,9907	5,077	39,340	0,9914	5,388	21,265
	28	20	0,9948	5,365	44,095	0,9948	5,364	44,561	0,9959	5,643	23,130
	29	20	0,9733	10,497	200,188	0,9740	10,421	202,476	0,9874	10,914	76,590
	30	20	0,9738	11,641	252,793	0,9748	11,445	250,831	0,9868	12,160	93,204
	31	24	0,9883	10,537	201,946	0,9898	10,367	199,805	0,9940	11,348	82,212
iwk98-Da	32	50	0,9727	2,124	5,465	0,9695	2,150	5,622	0,9751	2,214	4,231
Sch55-01	33	100	0,9659	2,943	11,392	0,9665	2,938	11,387	0,9876	3,094	7,769
Sch55-02	34	106	0,9232	3,473	16,544	0,9158	3,658	18,745	0,9239	3,789	11,222
Sch55-03	35	98	0,9882	2,470	7,679	0,9855	2,499	7,903	0,9881	2,631	5,791
Sch55-04	36	98	0,9875	3,325	15,002	0,9874	3,321	15,016	0,9914	3,597	10,215
Sch55-05	37	63	0,9932	2,072	5,169	0,9929	2,074	5,181	0,9912	2,172	4,087
Sch55-06	38	80	0,9769	3,613	18,091	0,9697	3,753	19,844	0,9643	4,006	12,416
Sch55-07	39	106	0,9796	4,682	32,443	0,9771	4,787	34,413	0,9910	5,123	19,409
Sch55-10	40	85	0,9705	3,494	16,773	0,9766	3,396	15,816	0,9592	3,861	11,617
Sch55-11	41	145	0,9892	2,447	7,515	0,9854	2,480	7,765	0,9850	2,627	5,774
Sch55-13	42	100	0,9864	1,819	3,854	0,9860	1,821	3,863	0,9928	1,889	3,174
Sch55-14	43	100	0,9942	2,052	5,054	0,9934	2,056	5,082	0,9858	2,172	4,088
Sch55-15	44	100	0,9844	1,760	3,576	0,9841	1,762	3,587	0,9962	1,818	2,959
Sch55-16	45	102	0,9850	2,114	5,404	0,9847	2,118	5,435	0,9959	2,209	4,213
Sch55-23	46	173	0,9877	2,538	8,161	0,9889	2,527	8,101	0,9767	2,757	6,304
Sch55-24	47	103	0,9836	4,412	28,375	0,9822	4,453	29,211	0,9951	4,808	17,294
Sch-55-30	48	106	0,9943	1,373	2,042	0,9950	1,371	2,038	0,9824	1,410	1,865
Sch-55-39	49	100	0,9138	3,161	13,384	0,8909	3,522	17,233	0,8962	3,509	9,765
	50	106	0,9939	2,223	6,056	0,9921	2,236	6,144	0,9877	2,365	4,773
	51	106	0,9795	4,682	32,439	0,9770	4,787	34,410	0,9910	5,123	19,406
Sch-55-40	52	202	0,9792	2,147	5,598	0,9788	2,154	5,644	0,9947	2,251	4,361
	53	101	0,9896	2,564	8,351	0,9874	2,585	8,528	0,9874	2,745	6,253
	54	101	0,9888	3,047	12,325	0,9881	3,058	12,464	0,9971	3,262	8,553
iwk04-28	55	21	0,9747	1,373	2,044	0,9748	1,373	2,043	0,9856	1,383	1,801
	56	103	0,9868	1,448	2,304	0,9872	1,447	2,301	0,9888	1,485	2,050
	57	500	0,9877	1,787	3,702	0,9873	1,789	3,712	0,9979	1,866	3,102
	58	101	0,9824	1,961	4,565	0,9823	1,962	4,573	0,9951	2,037	3,640
iwk04-29	59	19	0,9405	1,455	2,327	0,9443	1,446	2,298	0,9345	1,474	2,024
	60	101	0,9960	1,336	1,921	0,9961	1,336	1,921	0,9946	1,364	1,757
	61	316	0,9968	1,551	2,687	0,9966	1,551	2,691	0,9964	1,608	2,368
	62	104	0,9917	2,195	5,884	0,9897	2,209	5,972	0,9849	2,334	4,658

Tabelle 4.2: Gegenüberstellung von Korrelation und Streuspanne mit der tan-Verteilung (Merkmal x = N und x = logN) sowie der Normalverteilung

Als Schätzfunktion für die Bruchwahrscheinlichkeit p wurde standardmäßig der Ansatz nach Rossow (2.6) gewählt.

Wie **Tabelle 4.2** und **Bild 4.11** zeigen, ist die Güte der Beschreibung für x = N geringfügig besser als für x = logN, da die Korrelation im Mittel etwas höher liegt (0,9742 gegen 0,9739) und eine niedrigere Standardabweichung aufweist (0,0226 gegen 0,0242).

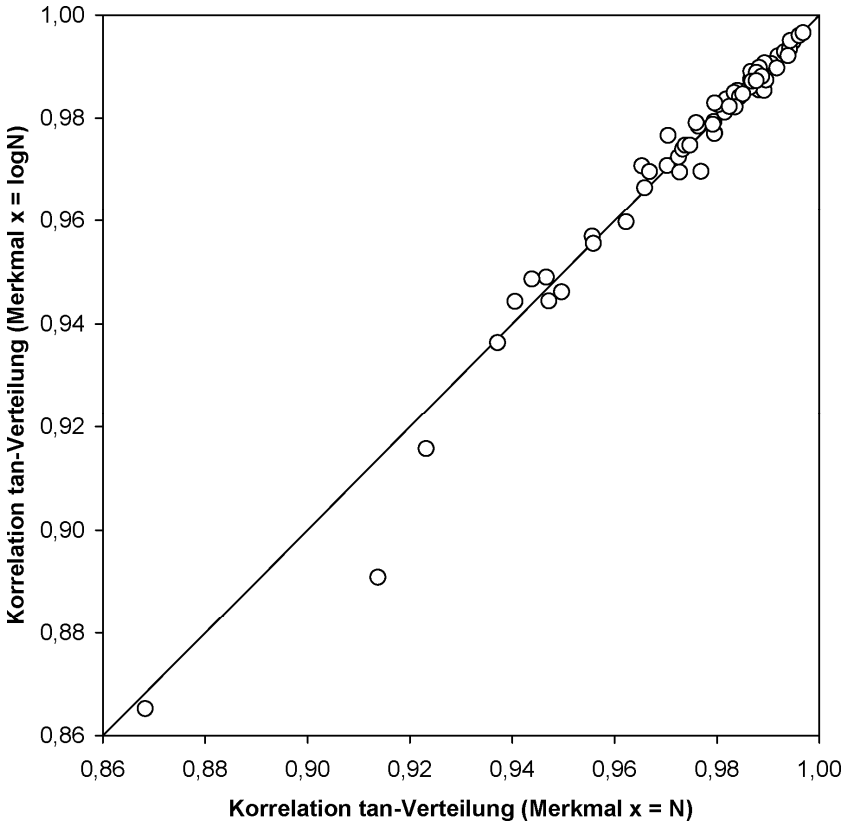


Bild 4.11: Gegenüberstellung der Korrelationen mit der tan-Verteilung, x = N und der tan-Verteilung, x = logN

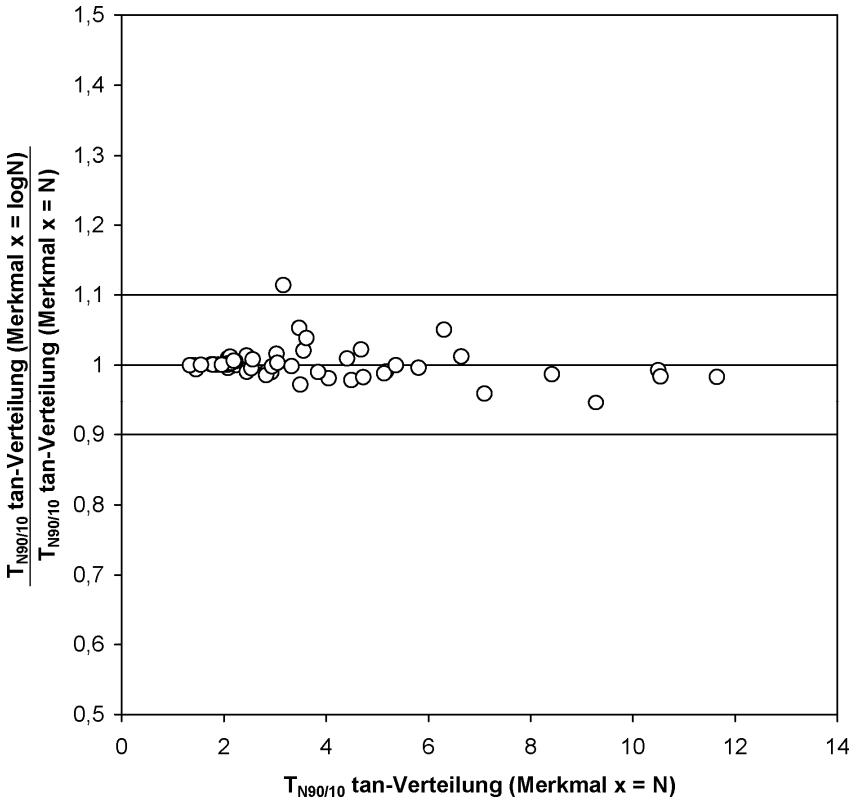


Bild 4.12: Gegenüberstellung der Streuspannen $T_{N90/10}$ mit der tan-Verteilung, x = N und der tan-Verteilung, x = logN

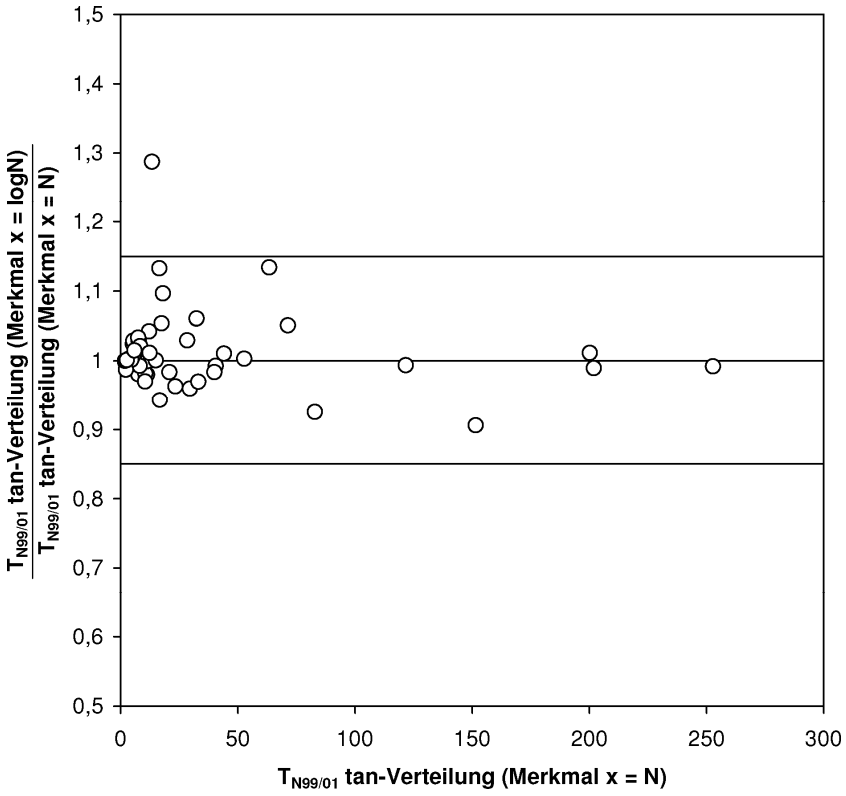


Bild 4.13: Gegenüberstellung der Streuspannen $T_{N99/01}$ mit der tan-Verteilung, x = N und der tan-Verteilung, x = logN

Die Streuspannen $T_{N90/10} = N_{90}/N_{10}$ und $T_{N99/01} = N_{99}/N_{01}$ sind für beide Varianten ähnlich. Die Werte für $T_{N90/10}$ unterscheiden sich um weniger als 10%, **Bild 4.12**, und die Werte für $T_{N99/01}$ um weniger als 15%, **Bild 4.13**. Lediglich ein Bildpunkt liegt jeweils außerhalb dieses Intervalls und gehört zu Lastniveau Nr. 49 nach Tabelle 4.2, das von keiner Verteilung gut beschrieben und deswegen noch gesondert behandelt werden wird. Aufgrund der etwas besseren und konstanteren Korrelation wird im Rahmen dieser Arbeit die tan-Verteilung stets mit dem Merkmal x = N verwendet werden.

Im Vergleich zur tan-Verteilung ist in Tabelle 4.2 die Normalverteilung ebenfalls angegeben. Die Abweichungen der Streuspannen $T_{N90/10}$ zur Normalverteilung sind durchweg kleiner als 10% (**Bild 4.14**), das Streuband ist tendenziell etwas schmaler.
Im Gegensatz dazu ist eine systematische Abweichung der tan-Verteilung gegenüber der Normalverteilung für $T_{N99/01}$ deutlich erkennbar (**Bild 4.15**). Je niedriger das Lastniveau im HCF-Bereich des Wöhlerdiagramms liegt, desto stärker weicht die tan-Verteilung von der Normalverteilung ab und liefert somit konservativere Abschätzungen zu kleinen Bruchwahrscheinlichkeiten. Aus der Streuspanne $T_{N99/01}$ der Normalverteilung lässt sich mit der angegebenen Regressionskurve grob das entsprechende Streumaß der tan-Verteilung abschätzen.

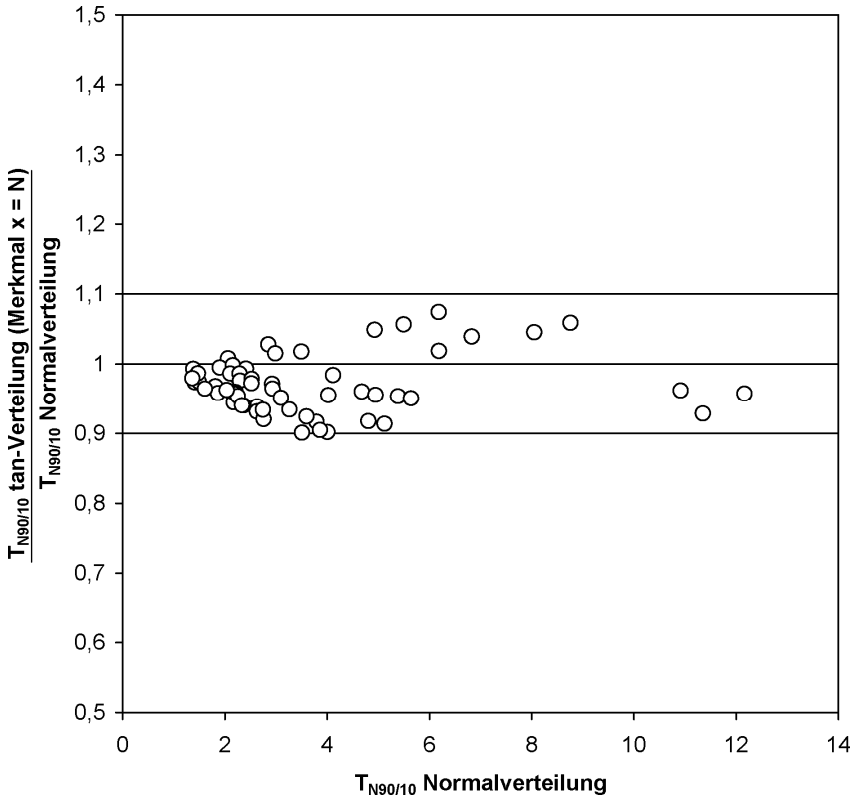


Bild 4.14: Gegenüberstellung der Streuspannen $T_{N90/10}$ mit der tan-Verteilung, x = N und der Normalverteilung

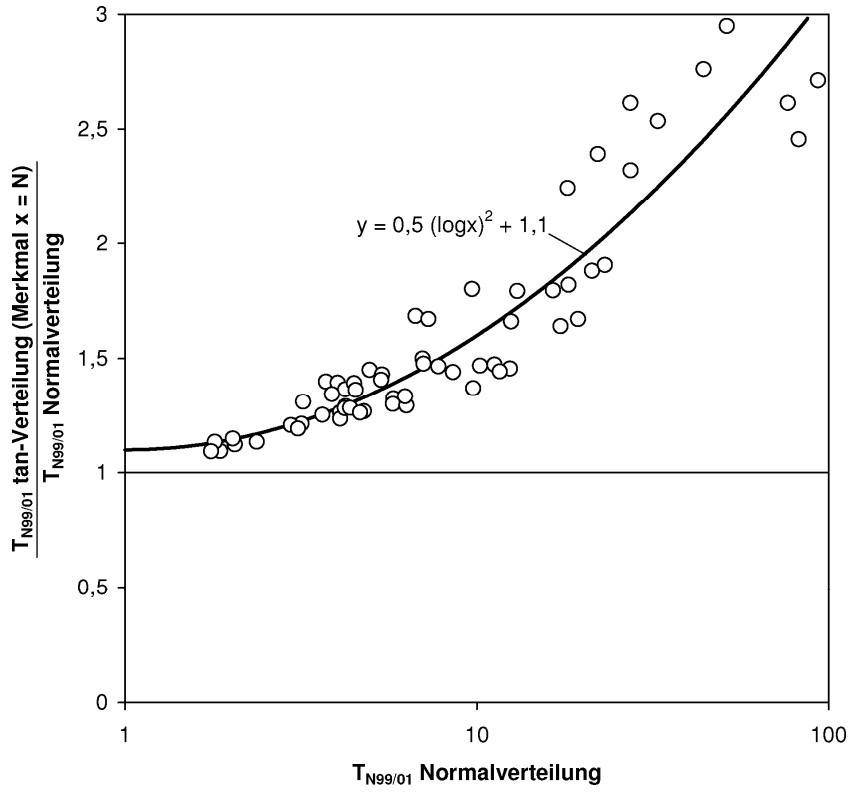


Bild 4.15: Gegenüberstellung der Streuspannen $T_{N99/01}$ mit der tan-Verteilung, x = N und der Normalverteilung

4.1.3 Vergleich der Müller- und der tan-Verteilung mit herkömmlichen Verteilungen bezüglich des Korrelationskoeffizienten

In **Tabelle 4.3** sind auf der Grundlage des verwendeten Datenmaterials die Korrelationskoeffizienten und die Streuspannen $T_{N90/10}$ für die Normalverteilung, die tan-Verteilung, die sin-Verteilung, die Weibull-Verteilung und die Müller-Verteilung zusammengestellt. Eine statistische Bewertung der erreichten Korrelationskoeffizienten ist in **Tabelle 4.4** wiedergegeben. Diesbezüglich sind die Müller- und die tan-Verteilung den herkömmlichen Verteilungen ebenbürtig und bieten auf der Suche nach der optimalen Beschreibung der Streuung von Schwingversuchen brauchbare Alternativen zur Normalverteilung, die zwar häufig, aber nicht immer die beste Korrelation liefert, siehe **Bilder 4.16** und **4.17**.

Prüfnummer	Horizont	n	Normalverteilung		tan-Verteilung		sin-Verteilung		Weibull-Verteilung		Müller-Verteilung	
			Korrelation	N90:10	Korrelation	N90:10	Korrelation	N90:10	Korrelation	N90:10	Korrelation	N90:10
iwk94-AB	1	6	0,9771	2,849	0,9763	2,930	0,9767	2,790	0,9423	2,918	0,9734	2,844
	2	6	0,9601	6,828	0,9653	7,097	0,9551	6,627	0,9292	6,913	0,9548	6,827
iwk89-2	3	6	0,9496	6,184	0,9372	6,643	0,9582	5,861	0,9485	6,128	0,9532	6,081
	4	6	0,9765	5,497	0,9703	5,808	0,9802	5,274	0,9606	5,548	0,9766	5,444
iwk89-2b	5	6	0,9505	4,931	0,9467	5,172	0,9524	4,756	0,9410	4,904	0,9507	4,886
	6	6	0,9445	8,759	0,9438	9,276	0,9440	8,384	0,8999	9,064	0,9392	8,761
iwk90-1	7	8	0,9643	2,064	0,9623	2,081	0,9641	2,051	0,9893	2,022	0,9690	2,054
	8	8	0,9541	2,985	0,9496	3,030	0,9558	2,950	0,9647	2,934	0,9575	2,966
	9	8	0,9519	3,494	0,9472	3,556	0,9540	3,446	0,9796	3,364	0,9577	3,458
	10	8	0,9673	8,050	0,9556	8,416	0,9747	7,778	0,9430	8,077	0,9676	8,008
	11	8	0,8693	6,188	0,8683	6,305	0,8686	6,097	0,9194	5,663	0,8770	6,066
TUB67-1	12	14	0,9891	1,901	0,9794	1,891	0,9934	1,908	0,9773	1,885	0,9911	1,902
	13	14	0,9706	2,153	0,9559	2,150	0,9791	2,155	0,9704	2,117	0,9755	2,151
	14	14	0,9911	2,415	0,9815	2,399	0,9954	2,428	0,9848	2,379	0,9938	2,417
	15	14	0,9887	2,212	0,9919	2,177	0,9824	2,242	0,9740	2,193	0,9865	2,222
	16	14	0,9827	2,108	0,9840	2,079	0,9781	2,132	0,9521	2,112	0,9788	2,120
	17	14	0,9725	4,115	0,9668	4,049	0,9736	4,168	0,9252	4,180	0,9679	4,164
TUB66-1	18	20	0,9861	2,284	0,9725	2,253	0,9925	2,310	0,9744	2,248	0,9892	2,291
	19	20	0,9917	2,296	0,9906	2,241	0,9878	2,343	0,9765	2,264	0,9906	2,311
	20	20	0,9938	2,526	0,9866	2,472	0,9949	2,570	0,9663	2,507	0,9926	2,544
	21	20	0,9802	2,518	0,9802	2,449	0,9754	2,577	0,9371	2,526	0,9742	2,548
	22	20	0,9852	2,925	0,9818	2,842	0,9832	2,995	0,9451	2,926	0,9806	2,961
	23	20	0,9761	2,934	0,9795	2,829	0,9685	3,023	0,9341	2,932	0,9689	2,979
	24	20	0,9801	4,677	0,9759	4,492	0,9787	4,834	0,9382	4,652	0,9752	4,762
	25	20	0,9886	4,947	0,9866	4,727	0,9854	5,134	0,9542	4,873	0,9840	5,036
	26	20	0,9807	4,023	0,9833	3,843	0,9737	4,179	0,9550	3,945	0,9760	4,087
	27	20	0,9914	5,388	0,9893	5,137	0,9883	5,602	0,9630	5,273	0,9878	5,481
	28	20	0,9959	5,643	0,9948	5,365	0,9920	5,882	0,9795	5,455	0,9940	5,726
	29	20	0,9874	10,914	0,9733	10,497	0,9943	11,255	0,9622	10,526	0,9880	11,068
	30	20	0,9868	12,160	0,9738	11,641	0,9927	12,588	0,9540	11,824	0,9858	12,391
	31	24	0,9940	11,348	0,9883	10,537	0,9933	12,059	0,9679	10,806	0,9916	11,637
iwk98-Da	32	50	0,9751	2,214	0,9727	2,124	0,9694	2,292	0,9967	2,119	0,9806	2,225
Sch55-01	33	100	0,9876	3,094	0,9659	2,943	0,9965	3,225	0,9565	3,013	0,9900	3,138
Sch55-02	34	106	0,9239	3,789	0,9232	3,473	0,9149	4,086	0,9698	3,452	0,9332	3,815
Sch55-03	35	98	0,9881	2,631	0,9882	2,470	0,9780	2,779	0,9925	2,513	0,9898	2,665
Sch55-04	36	98	0,9914	3,597	0,9875	3,325	0,9847	3,849	0,9642	3,471	0,9878	3,684
Sch55-05	37	63	0,9912	2,172	0,9932	2,072	0,9807	2,261	0,9722	2,123	0,9878	2,200
Sch55-06	38	80	0,9643	4,006	0,9769	3,613	0,9442	4,390	0,9792	3,756	0,9644	4,085
Sch55-07	39	106	0,9910	5,123	0,9796	4,682	0,9908	5,530	0,9912	4,768	0,9954	5,214
Sch55-10	40	85	0,9592	3,861	0,9705	3,494	0,9401	4,219	0,9242	3,693	0,9478	4,003
Sch55-11	41	145	0,9850	2,627	0,9892	2,447	0,9707	2,796	0,9876	2,510	0,9851	2,668
Sch55-13	42	100	0,9928	1,889	0,9864	1,819	0,9883	1,951	0,9737	1,851	0,9919	1,909
Sch55-14	43	100	0,9858	2,172	0,9942	2,052	0,9685	2,284	0,9692	2,116	0,9811	2,206
Sch55-15	44	100	0,9962	1,818	0,9844	1,760	0,9963	1,868	0,9802	1,781	0,9982	1,832
Sch55-16	45	102	0,9959	2,209	0,9850	2,114	0,9952	2,292	0,9797	2,149	0,9973	2,232
Sch55-23	46	173	0,9767	2,757	0,9877	2,538	0,9559	2,970	0,9469	2,674	0,9681	2,830
Sch55-24	47	103	0,9951	4,808	0,9836	4,412	0,9950	5,171	0,9796	4,550	0,9963	4,914
Sch-55-30	48	106	0,9824	1,410	0,9943	1,373	0,9621	1,443	0,9525	1,398	0,9739	1,421
Sch-55-39	49	100	0,8962	3,509	0,9138	3,161	0,8722	3,855	0,9408	3,338	0,9027	3,544
	50	106	0,9877	2,365	0,9939	2,223	0,9723	2,498	0,9801	2,284	0,9850	2,402
	51	106	0,9910	5,123	0,9795	4,682	0,9908	5,529	0,9912	4,767	0,9953	5,214
Sch-55-40	52	202	0,9947	2,251	0,9792	2,147	0,9965	2,342	0,9812	2,178	0,9981	2,275
	53	101	0,9874	2,745	0,9896	2,564	0,9755	2,913	0,9777	2,643	0,9860	2,791
	54	101	0,9971	3,262	0,9888	3,047	0,9943	3,457	0,9790	3,135	0,9970	3,321
iwk04-28	55	21	0,9856	1,383	0,9747	1,373	0,9898	1,390	0,9555	1,382	0,9851	1,386
	56	103	0,9888	1,485	0,9868	1,448	0,9805	1,518	0,9541	1,475	0,9846	1,497
	57	500	0,9979	1,866	0,9877	1,787	0,9937	1,936	0,9747	1,824	0,9977	1,887
	58	101	0,9951	2,037	0,9824	1,961	0,9960	2,104	0,9710	1,998	0,9958	2,058
iwk04-29	59	19	0,9345	1,474	0,9405	1,455	0,9252	1,491	0,8756	1,487	0,9239	1,485
	60	101	0,9946	1,364	0,9960	1,336	0,9833	1,389	0,9731	1,351	0,9913	1,372
	61	316	0,9964	1,608	0,9968	1,551	0,9836	1,660	0,9776	1,578	0,9936	1,624
	62	104	0,9849	2,334	0,9917	2,195	0,9689	2,463	0,9820	2,248	0,9830	2,368

Tabelle 4.3: Gegenüberstellung von Korrelation und Streuspanne mit der Normalverteilung, der tan-Verteilung, der sin-Verteilung, der Weibull-Verteilung und der Müller-Verteilung

Für die Müller-Verteilung ist bei der Zuordnung einer Wahrscheinlichkeit zu einem bestimmten Merkmalswert die Bedingung $p < 1$ gesondert zu berücksichtigen, da aus Stichproben keine absoluten Aussagen abgeleitet werden sollten. Bei der tan-Verteilung ist die Bedingung $0 < p < 1$ automatisch erfüllt: Obwohl die Summenhäufigkeit theoretisch auch für $x < 0$ definiert ist mit entsprechend unsinnigem Verlauf, ist die Annahme eines Merkmals ≤ 0 abwegig und in der linearisierten Form nach Gleichung (4.20) auch nicht möglich.

Verteilung	Korrelationskoeffizient			
	Mittelwert	Standardabweichung	Maximum	Minimum
Normalverteilung	0,9773	0,0240	0,9979	0,8693
tan-Verteilung	0,9742	0,0226	0,9968	0,8683
sin-Verteilung	0,9732	0,0262	0,9965	0,8686
Weibull-Verteilung	0,9619	0,0232	0,9967	0,8756
Müller-Verteilung	0,9764	0,0232	0,9982	0,8770

Tabelle 4.4: Gegenüberstellung der erreichten Korrelationskoeffizienten mit der Normalverteilung, der tan-Verteilung, der sin-Verteilung, der Weibull-Verteilung und der Müller-Verteilung

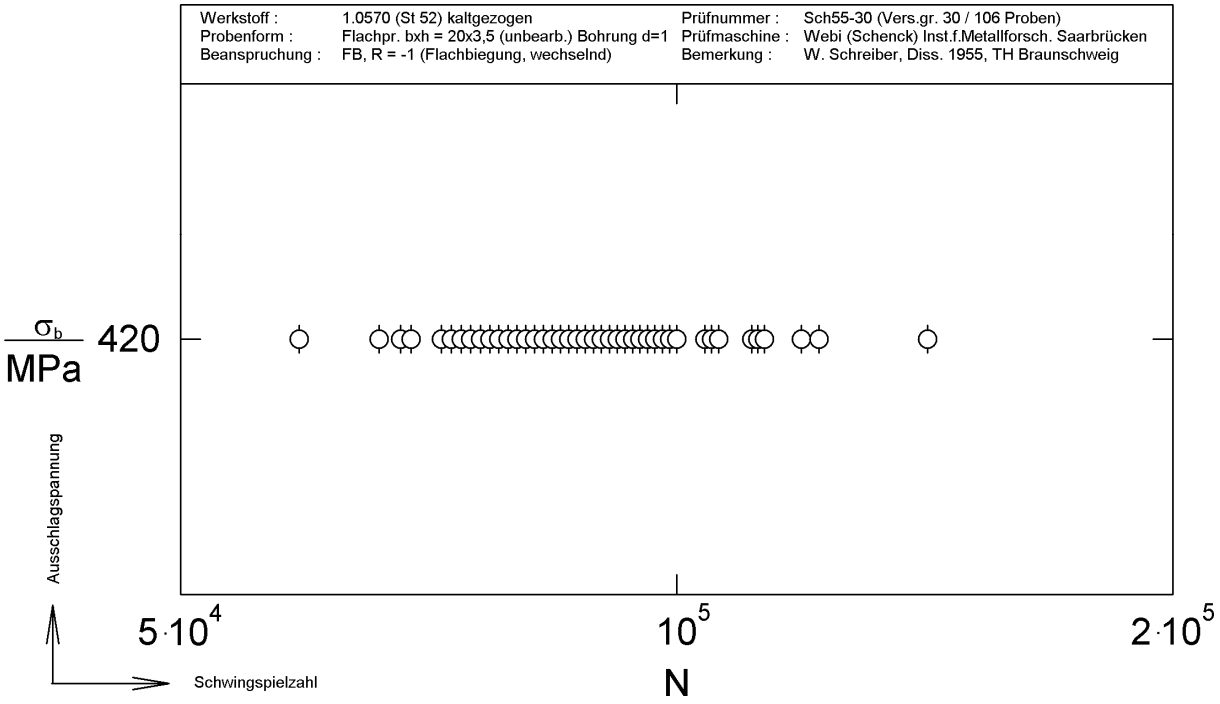


Bild 4.16: Für die Studie herangezogenes HCF-Lastniveau [Schr55] mit der laufenden Nummer 48 nach Tabelle 4.2 und 4.3, Darstellung im Wöhlerdiagramm

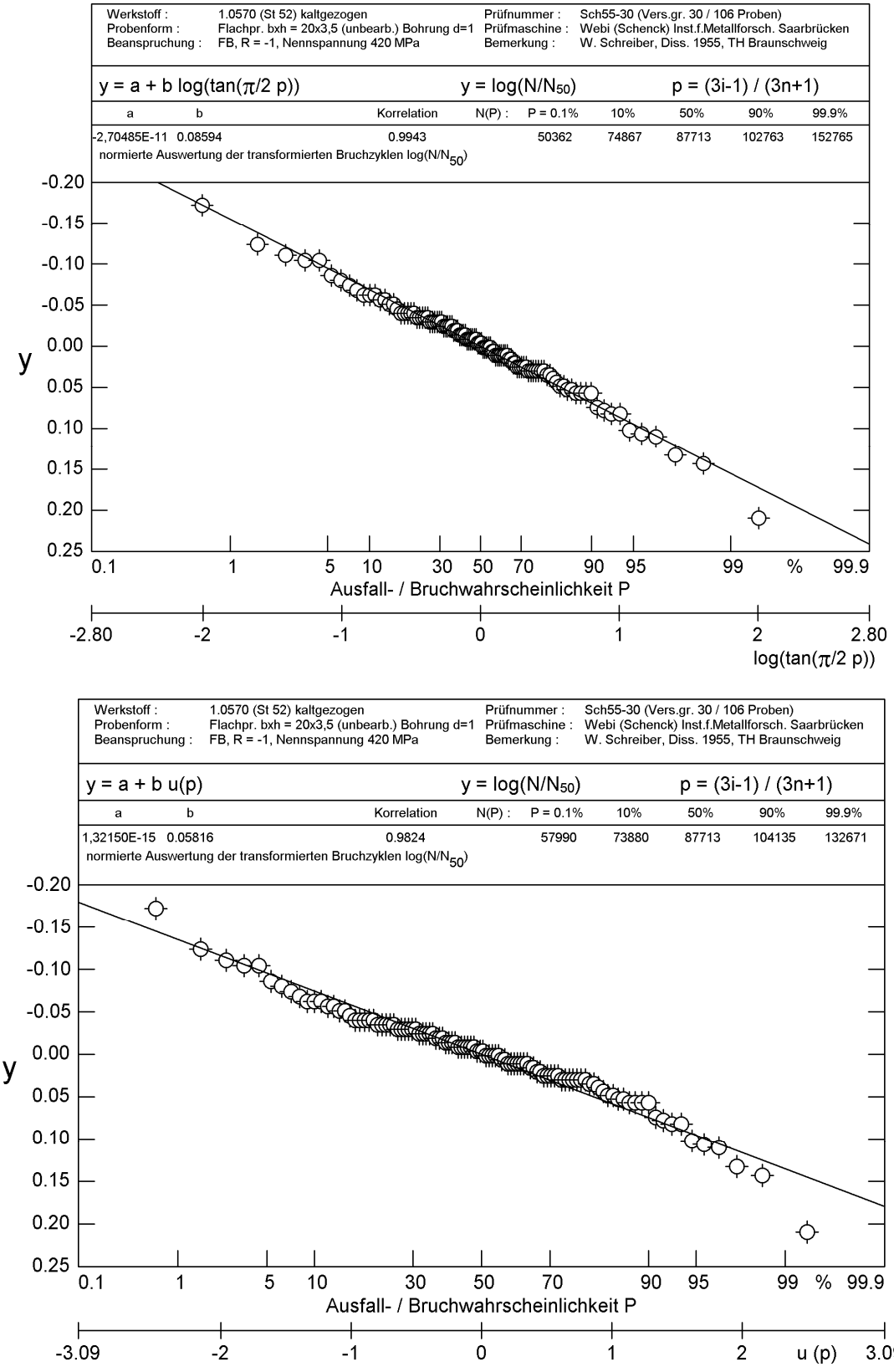


Bild 4.17: Lastniveau Nr. 48 mit der tan-Verteilung (oben) hinsichtlich der Korrelation besser beschrieben als mit der Normalverteilung (unten)

4.2 Variation der Schätzfunktion

Die Beschreibung von Schwingversuchen durch alternative Verteilungen ist mit den beiden untersuchten Ansätzen nicht generell besser, auch wenn sie brauchbare Ergänzungen zu den herkömmlichen Verteilungen darstellen.

Ein weiterer möglicher Ansatz für eine nachhaltige Verbesserung der Beschreibung von Schwingversuchen ist die Variation der Schätzfunktion [Klu00, Schä01]. Bis auf die Schätzfunktion nach Freeman und Tukey lassen sich alle in Kap. 2 vorgestellten Schätzfunktionen aus der Literatur in der Form

$$p = \frac{i - v}{n + w} \tag{2.8}$$

darstellen mit den korrigierenden Konstanten v und w. Zur Korrelationsoptimierung können die Parameter variiert und diejenigen verwendet werden, die zusammen mit der gewählten Verteilung den bestmöglichen Korrelationskoeffizienten bei der Auswertung des betreffenden Lastniveaus liefern. Exemplarisch ist in **Bild 4.18** für eines der untersuchten HCF-Lastniveaus das Feld der Korrelationswerte anhand der Weibull-Verteilung in Abhängigkeit von den Parametern v und w wiedergegeben.

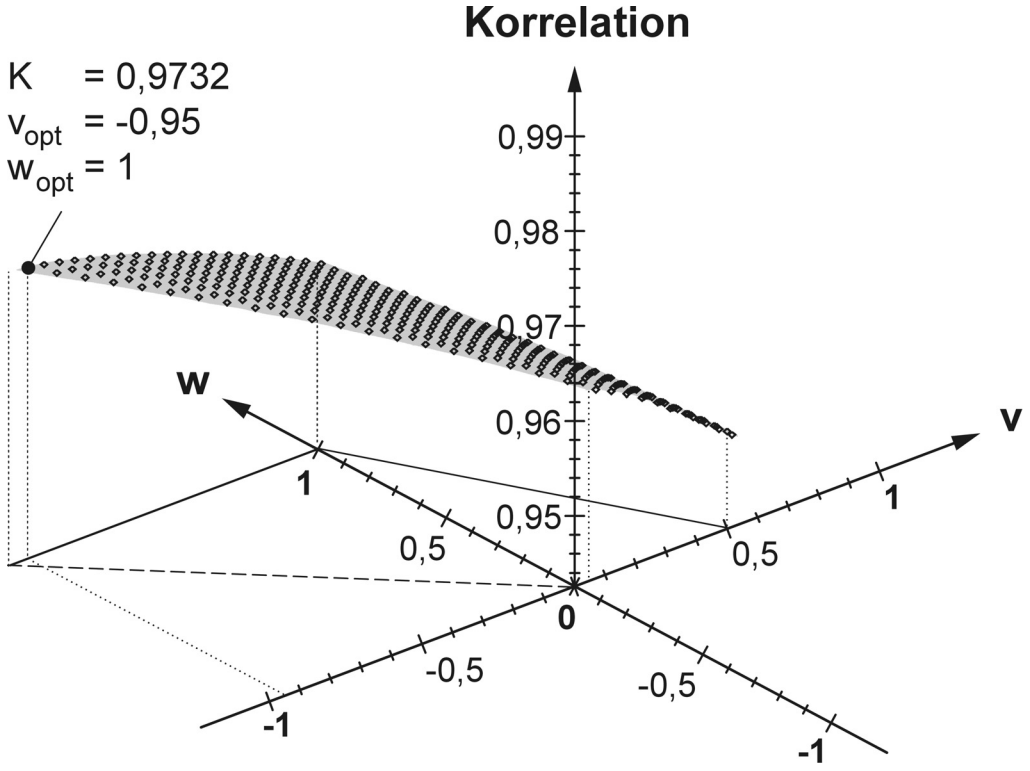


Bild 4.18: Korrelationswerte in Abhängigkeit von den Parametern v und w

Bild 4.19 zeigt eine Eingrenzung des Variationsbereichs anhand folgender Überlegungen: Die notwendige Bedingung $0 < p < 1$ wird gewährleistet innerhalb des Bereichs zwischen den gestrichelt gezeichneten Geraden für $p_{(i = n)} = 1$ und $p_{(i = 1)} = 0$. Außerdem würde $w < 0$ von der Anschauung her den mühsam erreichten Stichprobenumfang n künstlich schmälern, und $w > 1$ würde ihn dementsprechend um mehr als eine Probe erweitern, was unverhältnismäßig wäre angesichts der in der Praxis üblicherweise eher sparsamen Stichprobenumfänge. Der Variationsbereich kann weiter eingegrenzt werden, indem verhindert wird, dass die Versuchspunkte im Wahrscheinlichkeitsnetz womöglich zur unsicheren Seite verschoben werden. Aus

diesem Grund wird der Bereich rechts von derjenigen Gerade vermieden, auf der so genannte zentrische Schätzfunktionen abgebildet werden, die dem mittleren Merkmalswert der Stichprobe den Wert p = 0,5 zuordnen.

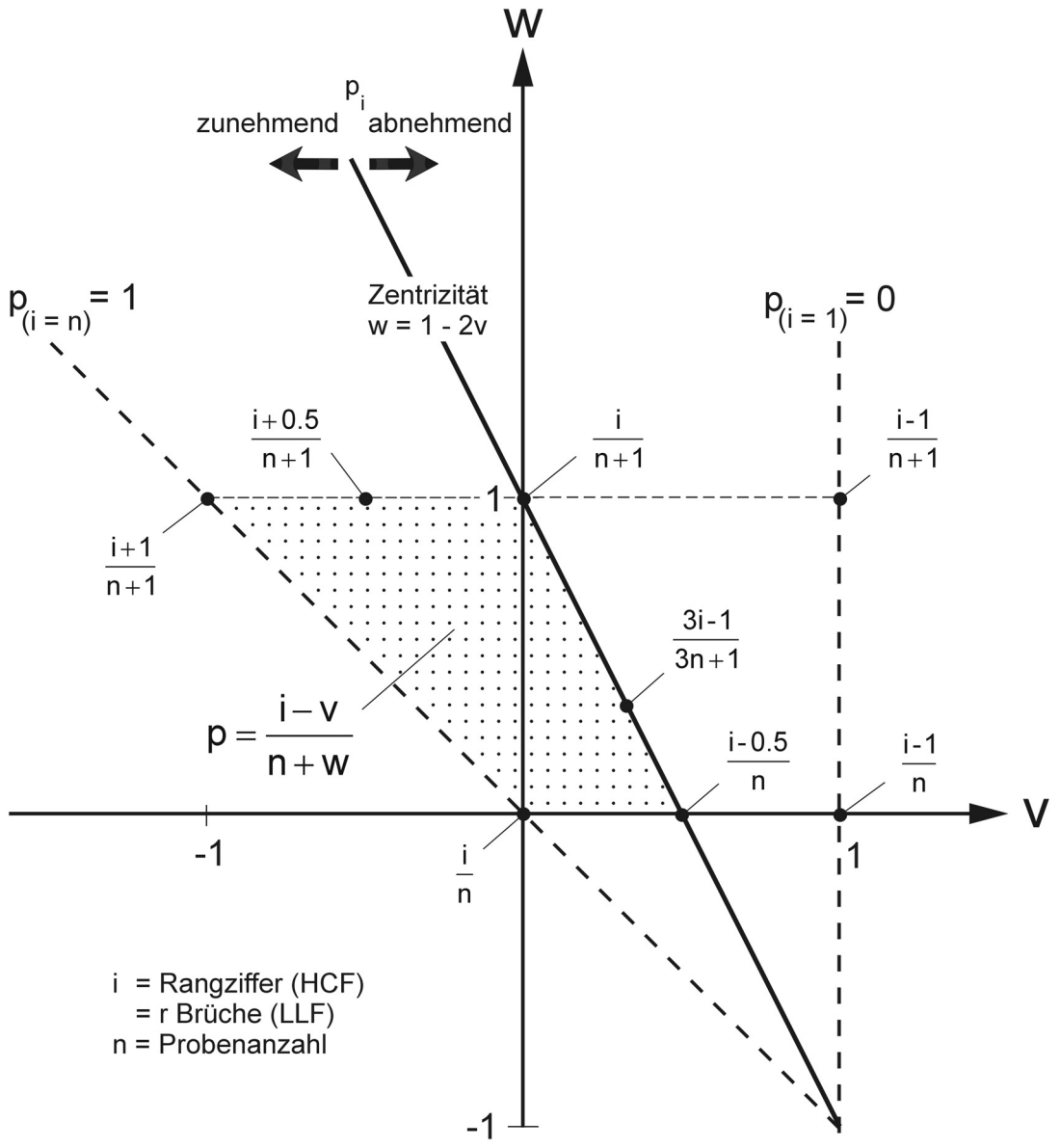


Bild 4.19: Variationsbereich für die Parameter v und w

Anmerkung: Für v < 0 ist die variable Schätzfunktion auch in der Lage, reine Durchläuferhorizonte für die herkömmliche Auswertung im Übergangsgebiet zu bewerten.

In **Tabelle 4.5a-e** sind die Korrelationen, die Streuspannen $T_{N90/10}$ bzw. $T_{N99/01}$ sowie die Parameter v und w, die bei der Auswertung der 62 Bruchhorizonte aus Kap. 4.1 mit den entsprechenden Verteilungen ermittelt wurden, zusammengefasst. Zum Vergleich sind analog die Ergebnisse der Auswertungen mit herkömmlicher Schätzfunktion aufgelistet.

Prüfnummer	Horizont	n	Normalverteilung							
			p = (3i -1) / (3n + 1)			p = (i - v) / (n + w)				
			Korrelation	N90:10	N99:01	v	w	Korrelation	N90:10	N99:01
iwk94-AB	1	6	0,9771	2,849	6,691	-0,85	1,00	0,9989	2,632	5,792
	2	6	0,9601	6,828	32,691	-0,35	0,40	0,9960	4,290	14,065
iwk89-2	3	6	0,9496	6,184	27,308	0,00	1,00	0,9554	8,175	45,334
	4	6	0,9765	5,497	22,057	-0,20	1,00	0,9798	7,069	34,817
iwk89-2b	5	6	0,9505	4,931	18,107	-0,10	1,00	0,9521	6,326	28,461
	6	6	0,9445	8,759	51,380	-0,95	1,00	0,9866	5,596	22,782
iwk90-1	7	8	0,9643	2,064	3,727	0,10	0,80	0,9645	2,210	4,217
	8	8	0,9541	2,985	7,279	0,00	1,00	0,9554	3,444	9,440
	9	8	0,9519	3,494	9,688	0,00	1,00	0,9534	4,115	13,040
	10	8	0,9673	8,050	44,077	-0,30	1,00	0,9736	10,122	66,805
	11	8	0,8693	6,188	27,345	0,25	0,50	0,8694	6,589	30,646
TUB67-1	12	14	0,9891	1,901	3,208	0,00	1,00	0,9914	2,011	3,554
	13	14	0,9706	2,153	4,024	0,00	1,00	0,9746	2,300	4,536
	14	14	0,9911	2,415	4,957	0,00	1,00	0,9934	2,610	5,707
	15	14	0,9887	2,212	4,226	0,40	0,00	0,9901	2,118	3,904
	16	14	0,9827	2,108	3,872	-0,15	0,40	0,9881	2,055	3,698
	17	14	0,9725	4,115	13,040	-0,75	1,00	0,9875	4,137	13,164
TUB66-1	18	20	0,9861	2,284	4,480	0,00	1,00	0,9888	2,415	4,957
	19	20	0,9917	2,296	4,523	0,40	0,20	0,9917	2,267	4,418
	20	20	0,9938	2,526	5,375	-0,35	1,00	0,9960	2,668	5,938
	21	20	0,9802	2,518	5,347	-0,85	1,00	0,9936	2,477	5,187
	22	20	0,9852	2,925	7,018	-0,75	1,00	0,9943	2,956	7,154
	23	20	0,9761	2,934	7,055	-0,85	0,90	0,9961	2,703	6,080
	24	20	0,9801	4,677	16,452	-0,75	1,00	0,9906	4,739	16,849
	25	20	0,9886	4,947	18,211	-0,80	1,00	0,9974	4,945	18,203
	26	20	0,9807	4,023	12,514	0,10	0,00	0,9889	3,543	9,936
	27	20	0,9914	5,388	21,265	-0,30	0,50	0,9970	5,142	19,542
	28	20	0,9959	5,643	23,130	0,30	0,05	0,9969	5,263	20,383
	29	20	0,9874	10,914	76,590	-0,25	1,00	0,9910	12,661	100,298
	30	20	0,9868	12,160	93,204	-0,45	1,00	0,9923	13,757	116,604
	31	24	0,9940	11,348	82,212	-0,55	1,00	0,9971	12,465	97,491
iwk98-Da	32	50	0,9751	2,214	4,231	0,50	0,00	0,9755	2,176	4,103
Sch55-01	33	100	0,9876	3,094	7,769	-0,05	1,00	0,9897	3,162	8,085
Sch55-02	34	106	0,9239	3,789	11,222	0,45	0,10	0,9239	3,748	11,003
Sch55-03	35	98	0,9881	2,631	5,791	0,50	0,00	0,9885	2,598	5,660
Sch55-04	36	98	0,9914	3,597	10,215	-0,55	0,75	0,9932	3,601	10,236
Sch55-05	37	63	0,9912	2,172	4,087	0,15	0,00	0,9929	2,122	3,919
Sch55-06	38	80	0,9643	4,006	12,416	0,50	0,00	0,9658	3,917	11,921
Sch55-07	39	106	0,9910	5,123	19,409	0,00	1,00	0,9917	5,293	20,593
Sch55-10	40	85	0,9592	3,861	11,617	-0,95	1,00	0,9713	3,761	11,077
Sch55-11	41	145	0,9850	2,627	5,774	0,50	0,00	0,9860	2,601	5,672
Sch55-13	42	100	0,9928	1,889	3,174	0,05	0,45	0,9930	1,892	3,183
Sch55-14	43	100	0,9858	2,172	4,088	0,50	0,00	0,9871	2,149	4,010
Sch55-15	44	100	0,9962	1,818	2,959	0,00	1,00	0,9968	1,841	3,027
Sch55-16	45	102	0,9959	2,209	4,213	0,00	1,00	0,9962	2,245	4,342
Sch55-23	46	173	0,9767	2,757	6,304	0,10	0,00	0,9782	2,714	6,125
Sch55-24	47	103	0,9951	4,808	17,294	0,00	1,00	0,9957	4,965	18,333
Sch-55-30	48	106	0,9824	1,410	1,865	0,05	0,00	0,9891	1,393	1,826
Sch-55-39	49	100	0,8962	3,509	9,765	0,50	0,00	0,8987	3,443	9,436
	50	106	0,9877	2,365	4,773	0,50	0,00	0,9888	2,339	4,677
	51	106	0,9910	5,123	19,406	0,00	1,00	0,9917	5,293	20,589
Sch-55-40	52	202	0,9947	2,251	4,361	0,00	1,00	0,9954	2,273	4,438
	53	101	0,9874	2,745	6,253	0,50	0,00	0,9881	2,709	6,106
	54	101	0,9971	3,262	8,553	0,00	1,00	0,9972	3,345	8,953
iwk04-28	55	21	0,9856	1,383	1,801	-0,35	1,00	0,9890	1,408	1,861
	56	103	0,9888	1,485	2,050	0,40	0,00	0,9893	1,478	2,031
	57	500	0,9979	1,866	3,102	0,00	1,00	0,9982	1,873	3,123
	58	101	0,9951	2,037	3,640	0,00	1,00	0,9958	2,068	3,738
iwk04-29	59	19	0,9345	1,474	2,024	-0,95	1,00	0,9821	1,418	1,884
	60	101	0,9946	1,364	1,757	0,40	1,00	0,9952	1,358	1,744
	61	316	0,9964	1,608	2,368	0,50	0,00	0,9966	1,604	2,357
	62	104	0,9849	2,334	4,658	0,50	0,00	0,9860	2,308	4,564

Tabelle 4.5a: Gegenüberstellung von Korrelation und Streuspanne über die Normalverteilung ohne und mit variabler Schätzfunktion

Prüfnummer	Horizont	n	tan-Verteilung							
			p = (3i -1) / (3n + 1)			p = (i - v) / (n + w)				
			Korrelation	N90:10	N99:01	v	w	Korrelation	N90:10	N99:01
iwk94-AB	1	6	0,9763	2,930	11,278	-0,65	1,00	0,9983	2,903	11,044
	2	6	0,9653	7,097	82,860	0,10	0,00	0,9979	3,847	20,844
iwk89-2	3	6	0,9372	6,643	71,396	0,00	1,00	0,9466	9,385	155,542
	4	6	0,9703	5,808	52,739	-0,15	1,00	0,9758	7,958	107,265
iwk89-2b	5	6	0,9467	5,172	40,601	-0,05	1,00	0,9499	7,060	81,876
	6	6	0,9438	9,276	151,519	-0,80	1,00	0,9873	6,711	73,043
iwk90-1	7	8	0,9623	2,081	5,217	0,00	1,00	0,9640	2,347	6,841
	8	8	0,9496	3,030	12,166	0,00	1,00	0,9532	3,626	18,232
	9	8	0,9472	3,556	17,453	0,00	1,00	0,9508	4,366	27,723
	10	8	0,9556	8,416	121,668	-0,20	1,00	0,9657	11,390	240,640
	11	8	0,8683	6,305	63,450	0,00	1,00	0,8696	8,534	125,551
TUB67-1	12	14	0,9794	1,891	4,206	0,00	1,00	0,9854	2,034	4,955
	13	14	0,9559	2,150	5,613	0,00	1,00	0,9641	2,341	6,801
	14	14	0,9815	2,399	7,190	0,00	1,00	0,9873	2,652	9,008
	15	14	0,9919	2,177	5,772	0,30	0,30	0,9921	2,164	5,696
	16	14	0,9840	2,079	5,206	-0,40	1,00	0,9895	2,210	5,972
	17	14	0,9668	4,049	23,388	-0,55	1,00	0,9843	4,274	26,420
TUB66-1	18	20	0,9725	2,253	6,238	0,00	1,00	0,9793	2,424	7,359
	19	20	0,9906	2,241	6,167	0,00	1,00	0,9926	2,421	7,339
	20	20	0,9866	2,472	7,689	-0,20	1,00	0,9920	2,673	9,171
	21	20	0,9802	2,449	7,527	-0,60	1,00	0,9932	2,507	7,941
	22	20	0,9818	2,842	10,528	-0,50	1,00	0,9923	2,990	11,806
	23	20	0,9795	2,829	10,425	-0,75	1,00	0,9965	2,768	9,922
	24	20	0,9759	4,492	29,553	-0,50	1,00	0,9885	4,816	34,583
	25	20	0,9866	4,727	33,152	-0,50	1,00	0,9963	5,106	39,440
	26	20	0,9833	3,843	20,785	-0,25	0,65	0,9895	3,874	21,164
	27	20	0,9893	5,137	39,995	-0,45	1,00	0,9960	5,672	49,999
	28	20	0,9948	5,365	44,095	-0,15	1,00	0,9970	6,266	62,580
	29	20	0,9733	10,497	200,188	-0,15	1,00	0,9811	12,850	315,858
	30	20	0,9738	11,641	252,793	-0,30	1,00	0,9833	13,982	382,018
	31	24	0,9883	10,537	201,946	-0,30	1,00	0,9941	12,439	293,535
iwk98-Da	32	50	0,9727	2,124	5,465	0,00	1,00	0,9742	2,213	5,990
Sch55-01	33	100	0,9659	2,943	11,392	-0,05	1,00	0,9720	3,036	12,222
Sch55-02	34	106	0,9232	3,473	16,544	0,00	1,00	0,9253	3,613	18,086
Sch55-03	35	98	0,9882	2,470	7,679	0,00	1,00	0,9894	2,549	8,243
Sch55-04	36	98	0,9875	3,325	15,002	-0,40	1,00	0,9912	3,431	16,103
Sch55-05	37	63	0,9932	2,072	5,169	-0,20	1,00	0,9945	2,141	5,561
Sch55-06	38	80	0,9769	3,613	18,091	0,45	0,10	0,9771	3,535	17,222
Sch55-07	39	106	0,9796	4,682	32,443	0,00	1,00	0,9833	4,905	36,036
Sch55-10	40	85	0,9705	3,494	16,773	-0,85	1,00	0,9822	3,413	15,915
Sch55-11	41	145	0,9892	2,447	7,515	0,35	0,30	0,9892	2,444	7,492
Sch55-13	42	100	0,9864	1,819	3,854	-0,10	1,00	0,9892	1,855	4,025
Sch55-14	43	100	0,9942	2,052	5,054	0,50	0,00	0,9945	2,020	4,880
Sch55-15	44	100	0,9844	1,760	3,576	0,00	1,00	0,9882	1,792	3,722
Sch55-16	45	102	0,9850	2,114	5,404	0,00	1,00	0,9882	2,165	5,701
Sch55-23	46	173	0,9877	2,538	8,161	0,15	0,40	0,9879	2,542	8,189
Sch55-24	47	103	0,9836	4,412	28,375	0,00	1,00	0,9873	4,619	31,469
Sch-55-30	48	106	0,9943	1,373	2,042	0,20	0,00	0,9974	1,358	1,992
Sch-55-39	49	100	0,9138	3,161	13,384	0,50	0,00	0,9162	3,075	12,579
	50	106	0,9939	2,223	6,056	0,35	0,30	0,9939	2,220	6,035
	51	106	0,9795	4,682	32,439	0,00	1,00	0,9833	4,905	36,030
Sch-55-40	52	202	0,9792	2,147	5,598	0,00	1,00	0,9826	2,178	5,781
	53	101	0,9896	2,564	8,351	0,00	1,00	0,9900	2,650	8,991
	54	101	0,9888	3,047	12,325	0,00	1,00	0,9917	3,159	13,364
iwk04-28	55	21	0,9747	1,373	2,044	-0,20	1,00	0,9818	1,409	2,167
	56	103	0,9868	1,448	2,304	-0,15	1,00	0,9882	1,466	2,368
	57	500	0,9877	1,787	3,702	0,00	1,00	0,9897	1,797	3,750
	58	101	0,9824	1,961	4,565	0,00	1,00	0,9863	2,003	4,787
iwk04-29	59	19	0,9405	1,455	2,327	-0,90	1,00	0,9889	1,381	2,070
	60	101	0,9960	1,336	1,921	-0,05	1,00	0,9971	1,349	1,964
	61	316	0,9968	1,551	2,687	0,00	1,00	0,9980	1,561	2,728
	62	104	0,9917	2,195	5,884	0,40	0,20	0,9917	2,182	5,802

Tabelle 4.5b: Gegenüberstellung von Korrelation und Streuspanne über die tan-Verteilung ohne und mit variabler Schätzfunktion

Prüfnummer	Horizont	n	sin-Verteilung							
			p = (3i -1) / (3n + 1)			p = (i - v) / (n + w)				
			Korrelation	N90:10	N99:01	v	w	Korrelation	N90:10	N99:01
iwk94-AB	1	6	0,9767	2,790	4,555	-0,95	1,00	0,9971	2,695	4,328
	2	6	0,9551	6,627	16,363	-0,95	1,00	0,9833	6,124	14,562
iwk89-2	3	6	0,9582	5,861	13,647	0,00	1,00	0,9612	7,408	19,291
	4	6	0,9802	5,274	11,674	-0,35	1,00	0,9822	6,436	15,668
iwk89-2b	5	6	0,9524	4,756	10,021	-0,20	1,00	0,9532	5,831	13,541
	6	6	0,9440	8,384	23,163	-0,95	1,00	0,9775	7,583	19,969
iwk90-1	7	8	0,9641	2,051	2,891	0,50	0,00	0,9643	1,968	2,720
	8	8	0,9558	2,950	4,947	0,00	1,00	0,9561	3,315	5,879
	9	8	0,9540	3,446	6,224	0,00	1,00	0,9543	3,938	7,582
	10	8	0,9747	7,778	20,730	-0,45	1,00	0,9786	9,295	26,978
	11	8	0,8686	6,097	14,467	0,50	0,00	0,8688	5,494	12,401
TUB67-1	12	14	0,9934	1,908	2,598	0,00	1,00	0,9939	1,993	2,771
	13	14	0,9791	2,155	3,111	0,00	1,00	0,9805	2,269	3,357
	14	14	0,9954	2,428	3,710	0,00	1,00	0,9959	2,579	4,055
	15	14	0,9824	2,242	3,297	0,05	0,00	0,9847	2,129	3,055
	16	14	0,9781	2,132	3,061	-0,95	1,00	0,9849	2,141	3,081
	17	14	0,9736	4,168	8,245	-0,95	1,00	0,9869	4,164	8,234
TUB66-1	18	20	0,9925	2,310	3,446	0,00	1,00	0,9932	2,408	3,665
	19	20	0,9878	2,343	3,519	0,45	0,00	0,9884	2,288	3,398
	20	20	0,9949	2,570	4,035	-0,75	1,00	0,9964	2,647	4,215
	21	20	0,9754	2,577	4,051	-0,95	1,00	0,9866	2,586	4,073
	22	20	0,9832	2,995	5,060	-0,95	1,00	0,9918	3,017	5,113
	23	20	0,9685	3,023	5,130	-0,95	1,00	0,9819	3,029	5,143
	24	20	0,9787	4,834	10,265	-0,95	1,00	0,9881	4,878	10,402
	25	20	0,9854	5,134	11,221	-0,95	1,00	0,9936	5,192	11,409
	26	20	0,9737	4,179	8,276	0,05	0,00	0,9807	3,891	7,447
	27	20	0,9883	5,602	12,763	-0,85	0,90	0,9942	5,639	12,890
	28	20	0,9920	5,882	13,719	0,05	0,00	0,9943	5,429	12,185
	29	20	0,9943	11,255	35,792	-0,50	1,00	0,9958	12,456	41,581
	30	20	0,9927	12,588	42,233	-0,85	1,00	0,9964	13,316	45,892
	31	24	0,9933	12,059	39,636	-0,85	0,90	0,9965	12,281	40,721
iwk98-Da	32	50	0,9694	2,292	3,408	0,50	0,00	0,9700	2,269	3,356
Sch55-01	33	100	0,9965	3,225	5,643	-0,35	1,00	0,9967	3,268	5,755
Sch55-02	34	106	0,9149	4,086	8,008	0,50	0,00	0,9152	4,050	7,903
Sch55-03	35	98	0,9780	2,779	4,530	0,50	0,00	0,9785	2,760	4,483
Sch55-04	36	98	0,9847	3,849	7,331	0,05	0,00	0,9862	3,799	7,190
Sch55-05	37	63	0,9807	2,261	3,340	0,05	0,00	0,9825	2,234	3,280
Sch55-06	38	80	0,9442	4,390	8,902	0,50	0,00	0,9451	4,334	8,735
Sch55-07	39	106	0,9908	5,530	12,523	0,50	0,00	0,9909	5,473	12,331
Sch55-10	40	85	0,9401	4,219	8,396	-0,55	0,60	0,9443	4,203	8,347
Sch55-11	41	145	0,9707	2,796	4,571	0,50	0,00	0,9711	2,782	4,537
Sch55-13	42	100	0,9883	1,951	2,686	0,05	0,00	0,9889	1,940	2,663
Sch55-14	43	100	0,9685	2,284	3,389	0,05	0,00	0,9695	2,267	3,351
Sch55-15	44	100	0,9963	1,868	2,519	0,50	0,00	0,9964	1,861	2,504
Sch55-16	45	102	0,9952	2,292	3,407	0,50	0,00	0,9954	2,280	3,381
Sch55-23	46	173	0,9559	2,970	4,996	0,05	0,00	0,9571	2,951	4,949
Sch55-24	47	103	0,9950	5,171	11,340	0,50	0,00	0,9951	5,118	11,168
Sch-55-30	48	106	0,9621	1,443	1,720	0,05	0,00	0,9645	1,438	1,710
Sch-55-39	49	100	0,8722	3,855	7,347	0,50	0,00	0,8732	3,817	7,239
	50	106	0,9723	2,498	3,868	0,50	0,00	0,9729	2,483	3,834
	51	106	0,9908	5,529	12,520	0,50	0,00	0,9909	5,472	12,329
Sch-55-40	52	202	0,9965	2,342	3,518	0,50	0,00	0,9966	2,336	3,504
	53	101	0,9755	2,913	4,856	0,50	0,00	0,9760	2,892	4,804
	54	101	0,9943	3,457	6,254	0,50	0,00	0,9945	3,429	6,180
iwk04-28	55	21	0,9898	1,390	1,627	-0,80	1,00	0,9916	1,403	1,649
	56	103	0,9805	1,518	1,853	0,05	0,00	0,9817	1,512	1,843
	57	500	0,9937	1,936	2,655	0,05	0,00	0,9938	1,934	2,651
	58	101	0,9960	2,104	3,002	0,05	0,00	0,9961	2,091	2,975
iwk04-29	59	19	0,9252	1,491	1,805	-0,95	1,00	0,9486	1,485	1,794
	60	101	0,9833	1,389	1,625	0,05	0,00	0,9842	1,385	1,618
	61	316	0,9836	1,660	2,114	0,05	0,00	0,9839	1,657	2,110
	62	104	0,9689	2,463	3,789	0,50	0,00	0,9696	2,448	3,756

Tabelle 4.5c: Gegenüberstellung von Korrelation und Streuspanne über die sin-Verteilung ohne und mit variabler Schätzfunktion

Prüfnummer	Horizont	n	Weibull-Verteilung							
			p = (3i -1) / (3n + 1)			p = (i - v) / (n + w)				
			Korrelation	N90:10	N99:01	v	w	Korrelation	N90:10	N99:01
iwk94-AB	1	6	0,9423	2,918	8,009	-0,95	1,00	0,9955	3,064	8,776
	2	6	0,9292	6,913	40,470	-0,95	1,00	0,9884	7,259	44,098
iwk89-2	3	6	0,9485	6,128	31,672	-0,25	1,00	0,9576	8,806	61,145
	4	6	0,9606	5,548	26,953	-0,10	1,00	0,9758	7,953	109,194
iwk89-2b	5	6	0,9410	4,904	21,024	-0,55	1,00	0,9511	6,865	38,898
	6	6	0,8999	9,064	65,811	-0,95	1,00	0,9746	9,079	65,591
iwk90-1	7	8	0,9893	2,022	3,929	0,50	0,00	0,9898	1,908	3,518
	8	8	0,9647	2,934	8,011	0,00	1,00	0,9668	3,422	10,688
	9	8	0,9796	3,364	10,450	0,35	0,30	0,9796	3,333	10,264
	10	8	0,9430	8,077	53,531	-0,70	1,00	0,9686	11,216	96,912
	11	8	0,9194	5,663	28,016	0,50	0,00	0,9223	4,892	21,317
TUB67-1	12	14	0,9773	1,885	3,459	-0,65	1,00	0,9900	2,077	4,165
	13	14	0,9704	2,117	4,325	-0,35	1,00	0,9794	2,349	5,281
	14	14	0,9848	2,379	5,415	-0,50	1,00	0,9942	2,707	6,931
	15	14	0,9740	2,193	4,639	-0,35	0,40	0,9893	2,254	4,889
	16	14	0,9521	2,112	4,318	-0,95	1,00	0,9833	2,271	4,968
	17	14	0,9252	4,180	15,893	-0,95	1,00	0,9730	4,633	19,264
TUB66-1	18	20	0,9744	2,248	4,852	-0,65	1,00	0,9872	2,488	5,890
	19	20	0,9765	2,264	4,920	-0,90	1,00	0,9901	2,494	5,919
	20	20	0,9663	2,507	5,981	-0,90	1,00	0,9894	2,765	7,209
	21	20	0,9371	2,526	6,072	-0,95	1,00	0,9784	2,711	6,946
	22	20	0,9451	2,926	8,037	-0,95	1,00	0,9826	3,187	9,447
	23	20	0,9341	2,932	8,076	-0,95	1,00	0,9786	3,167	9,345
	24	20	0,9382	4,652	19,282	-0,95	1,00	0,9772	5,215	23,835
	25	20	0,9542	4,873	21,046	-0,95	1,00	0,9896	5,519	26,502
	26	20	0,9550	3,945	14,176	-0,95	1,00	0,9857	4,436	17,654
	27	20	0,9630	5,273	24,434	-0,95	1,00	0,9936	6,061	31,610
	28	20	0,9795	5,455	26,076	-0,95	1,00	0,9977	6,436	35,402
	29	20	0,9622	10,526	87,811	-0,85	1,00	0,9853	13,383	135,459
	30	20	0,9540	11,824	108,754	-0,95	1,00	0,9840	14,357	154,081
	31	24	0,9679	10,806	92,600	-0,95	1,00	0,9924	13,127	131,617
iwk98-Da	32	50	0,9967	2,119	4,323	0,40	0,20	0,9967	2,102	4,257
Sch55-01	33	100	0,9565	3,013	8,496	-0,95	1,00	0,9732	3,166	9,328
Sch55-02	34	106	0,9698	3,452	10,882	0,25	0,50	0,9698	3,485	11,073
Sch55-03	35	98	0,9925	2,513	5,997	0,05	0,00	0,9937	2,530	6,073
Sch55-04	36	98	0,9642	3,471	11,157	-0,95	1,00	0,9811	3,673	12,412
Sch55-05	37	63	0,9722	2,123	4,351	-0,95	1,00	0,9876	2,228	4,773
Sch55-06	38	80	0,9792	3,756	12,844	0,50	0,00	0,9806	3,650	12,172
Sch55-07	39	106	0,9912	4,768	20,240	-0,85	1,00	0,9968	5,185	23,669
Sch55-10	40	85	0,9242	3,693	12,458	-0,95	1,00	0,9463	3,907	13,846
Sch55-11	41	145	0,9876	2,510	5,993	0,50	0,00	0,9883	2,477	5,845
Sch55-13	42	100	0,9737	1,851	3,344	-0,95	1,00	0,9882	1,908	3,543
Sch55-14	43	100	0,9692	2,116	4,324	-0,80	0,85	0,9738	2,199	4,657
Sch55-15	44	100	0,9802	1,781	3,102	-0,95	1,00	0,9903	1,837	3,293
Sch55-16	45	102	0,9797	2,149	4,448	-0,95	1,00	0,9890	2,238	4,807
Sch55-23	46	173	0,9469	2,674	6,765	-0,95	1,00	0,9531	2,781	7,286
Sch55-24	47	103	0,9796	4,550	18,534	-0,95	1,00	0,9920	4,894	21,226
Sch-55-30	48	106	0,9525	1,398	1,937	-0,95	1,00	0,9650	1,422	2,000
Sch-55-39	49	100	0,9408	3,338	10,141	0,50	0,00	0,9463	3,247	9,628
	50	106	0,9801	2,284	4,995	-0,20	0,25	0,9838	2,322	5,153
	51	106	0,9912	4,767	20,235	-0,85	1,00	0,9968	5,185	23,664
Sch-55-40	52	202	0,9812	2,178	4,564	-0,95	1,00	0,9887	2,238	4,807
	53	101	0,9777	2,643	6,613	-0,20	0,25	0,9804	2,698	6,876
	54	101	0,9790	3,135	9,169	-0,95	1,00	0,9907	3,320	10,216
iwk04-28	55	21	0,9555	1,382	1,887	-0,95	1,00	0,9838	1,424	2,001
	56	103	0,9541	1,475	2,148	-0,95	1,00	0,9662	1,504	2,231
	57	500	0,9747	1,824	3,251	-0,95	1,00	0,9817	1,843	3,316
	58	101	0,9710	1,998	3,887	-0,95	1,00	0,9856	2,066	4,146
iwk04-29	59	19	0,8756	1,487	2,174	-0,95	1,00	0,9419	1,516	2,255
	60	101	0,9731	1,351	1,811	-0,95	1,00	0,9843	1,304	1,618
	61	316	0,9776	1,578	2,454	-0,95	1,00	0,9837	1,481	2,040
	62	104	0,9820	2,248	4,873	0,05	0,00	0,9847	1,988	3,481

Tabelle 4.5d: Gegenüberstellung von Korrelation und Streuspanne über die Weibull-Verteilung ohne und mit variabler Schätzfunktion

Prüfnummer	Horizont	n	Müller-Verteilung							
			p = (3i -1) / (3n + 1)			p = (i - v) / (n + w)				
			Korrelation	N90:10	N99:01	v	w	Korrelation	N90:10	N99:01
iwk94-AB	1	6	0,9734	2,844	5,956	-0,95	1,00	0,9989	2,594	5,089
	2	6	0,9548	6,827	26,552	-0,95	1,00	0,9919	5,642	19,174
iwk89-2	3	6	0,9532	6,081	21,789	0,00	1,00	0,9579	7,941	34,366
	4	6	0,9766	5,444	18,043	-0,30	1,00	0,9805	6,922	27,188
iwk89-2b	5	6	0,9507	4,886	14,999	-0,20	1,00	0,9524	6,203	22,543
	6	6	0,9392	8,761	40,648	-0,95	1,00	0,9842	6,944	27,330
iwk90-1	7	8	0,9690	2,054	3,416	0,50	0,00	0,9695	1,954	3,138
	8	8	0,9575	2,966	6,398	0,00	1,00	0,9580	3,398	8,071
	9	8	0,9577	3,458	8,315	0,15	0,70	0,9578	3,774	9,654
	10	8	0,9676	8,008	34,862	-0,40	1,00	0,9749	9,987	50,827
	11	8	0,8770	6,066	21,703	0,50	0,00	0,8780	5,349	17,505
TUB67-1	12	14	0,9911	1,902	2,998	0,00	1,00	0,9927	2,006	3,281
	13	14	0,9755	2,151	3,696	0,00	1,00	0,9783	2,288	4,108
	14	14	0,9938	2,417	4,511	0,00	1,00	0,9953	2,600	5,108
	15	14	0,9865	2,222	3,908	0,20	0,00	0,9889	2,127	3,627
	16	14	0,9788	2,120	3,606	-0,45	0,55	0,9873	2,082	3,496
	17	14	0,9679	4,164	11,417	-0,90	1,00	0,9869	4,163	11,414
TUB66-1	18	20	0,9892	2,291	4,116	0,00	1,00	0,9911	2,412	4,497
	19	20	0,9906	2,311	4,179	0,35	0,00	0,9913	2,246	3,979
	20	20	0,9926	2,544	4,923	-0,60	1,00	0,9962	2,672	5,352
	21	20	0,9742	2,548	4,937	-0,95	1,00	0,9917	2,534	4,892
	22	20	0,9806	2,961	6,378	-0,95	1,00	0,9938	2,956	6,363
	23	20	0,9689	2,979	6,444	-0,95	1,00	0,9905	2,946	6,326
	24	20	0,9752	4,762	14,354	-0,95	1,00	0,9896	4,742	14,255
	25	20	0,9840	5,036	15,796	-0,95	1,00	0,9969	5,028	15,754
	26	20	0,9760	4,087	11,059	-0,25	0,30	0,9870	3,840	9,945
	27	20	0,9878	5,481	18,252	-0,65	0,70	0,9970	5,339	17,450
	28	20	0,9940	5,726	19,666	0,10	0,00	0,9968	5,249	16,952
	29	20	0,9880	11,068	60,578	-0,45	1,00	0,9925	12,723	76,844
	30	20	0,9858	12,391	73,457	-0,70	1,00	0,9934	13,758	87,815
	31	24	0,9916	11,637	65,984	-0,85	1,00	0,9971	12,437	73,921
iwk98-Da	32	50	0,9806	2,225	3,918	0,50	0,00	0,9816	2,192	3,817
Sch55-01	33	100	0,9900	3,138	7,045	-0,60	1,00	0,9923	3,205	7,301
Sch55-02	34	106	0,9332	3,815	9,830	0,50	0,00	0,9338	3,761	9,597
Sch55-03	35	98	0,9898	2,665	5,331	0,50	0,00	0,9906	2,636	5,231
Sch55-04	36	98	0,9878	3,684	9,264	-0,95	1,00	0,9914	3,746	9,529
Sch55-05	37	63	0,9878	2,200	3,843	0,05	0,00	0,9910	2,167	3,744
Sch55-06	38	80	0,9644	4,085	11,050	0,50	0,00	0,9661	4,005	10,682
Sch55-07	39	106	0,9954	5,214	16,762	0,20	0,60	0,9954	5,277	17,108
Sch55-10	40	85	0,9478	4,003	10,674	-0,95	1,00	0,9572	4,044	10,860
Sch55-11	41	145	0,9851	2,668	5,341	0,50	0,00	0,9862	2,646	5,264
Sch55-13	42	100	0,9919	1,909	3,014	-0,15	0,20	0,9933	1,902	2,998
Sch55-14	43	100	0,9811	2,206	3,859	0,50	0,00	0,9824	2,186	3,799
Sch55-15	44	100	0,9982	1,832	2,811	0,00	1,00	0,9983	1,852	2,864
Sch55-16	45	102	0,9973	2,232	3,939	0,40	0,20	0,9973	2,225	3,918
Sch55-23	46	173	0,9681	2,830	5,905	0,05	0,00	0,9700	2,810	5,834
Sch55-24	47	103	0,9963	4,914	15,147	-0,40	1,00	0,9968	5,071	15,985
Sch-55-30	48	106	0,9739	1,421	1,822	0,05	1,00	0,9784	1,415	1,808
Sch-55-39	49	100	0,9027	3,544	8,669	0,50	0,00	0,9056	3,484	8,420
	50	106	0,9850	2,402	4,465	0,50	0,00	0,9861	2,380	4,392
	51	106	0,9953	5,214	16,758	0,20	0,60	0,9954	5,277	17,104
Sch-55-40	52	202	0,9981	2,275	4,069	0,00	1,00	0,9983	2,294	4,127
	53	101	0,9860	2,791	5,767	0,50	0,00	0,9869	2,759	5,656
	54	101	0,9970	3,321	7,761	0,10	0,00	0,9974	3,287	7,623
iwk04-28	55	21	0,9851	1,386	1,746	-0,65	1,00	0,9900	1,407	1,792
	56	103	0,9846	1,497	1,990	0,05	0,00	0,9863	1,490	1,976
	57	500	0,9977	1,887	2,957	-0,95	1,00	0,9982	1,895	2,977
	58	101	0,9958	2,058	3,429	-0,70	1,00	0,9967	2,087	3,511
iwk04-29	59	19	0,9239	1,485	1,963	-0,95	1,00	0,9635	1,467	1,923
	60	101	0,9913	1,372	1,715	0,05	0,00	0,9928	1,367	1,705
	61	316	0,9936	1,624	2,287	0,05	0,00	0,9940	1,621	2,282
	62	104	0,9830	2,368	4,356	0,50	0,00	0,9842	2,345	4,285

Tabelle 4.5e: Gegenüberstellung von Korrelation und Streuspanne über die Müller-Verteilung ohne und mit variabler Schätzfunktion

Die grafische Gegenüberstellung der Korrelationswerte in **Bild 4.20a-f** zeigt deutlich, dass die Korrelation durch die variable Schätzfunktion gegenüber den konventionellen Schätzfunktionen generell erhöht wird.

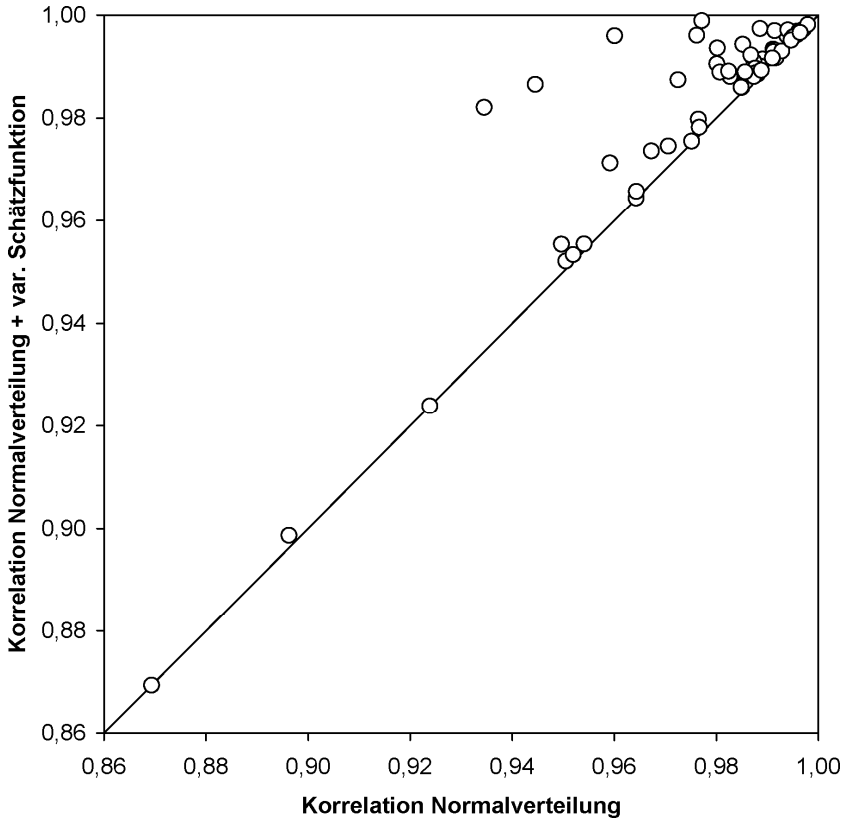


Bild 4.20a: Gegenüberstellung der Korrelationen über die Normalverteilung und die Normalverteilung mit variabler Schätzfunktion

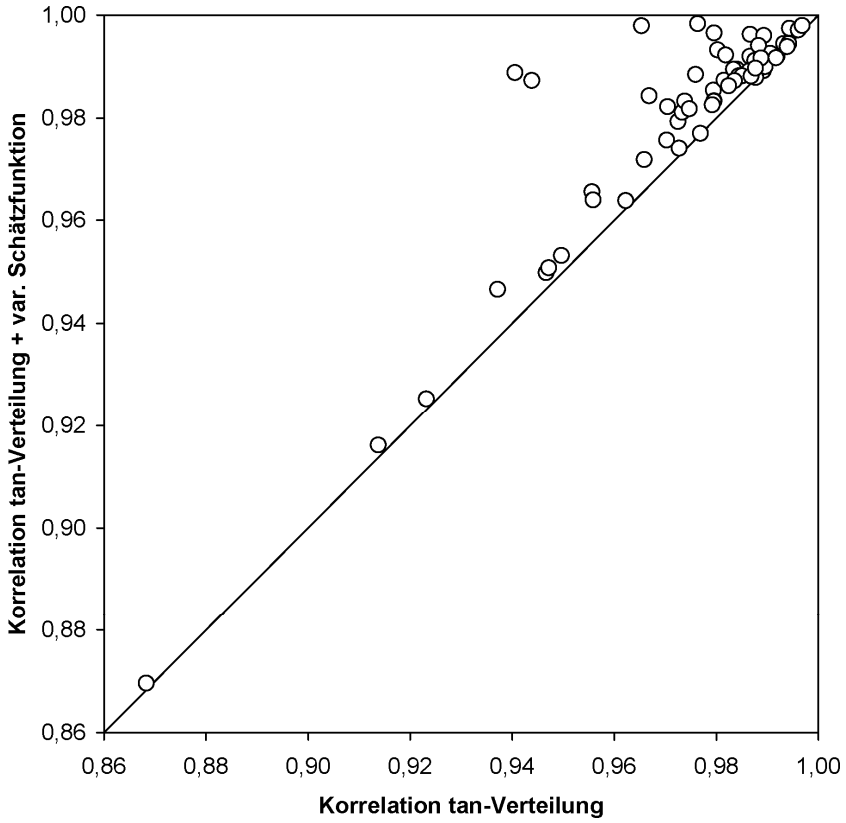


Bild 4.20b: Gegenüberstellung der Korrelationen über die tan-Verteilung und die tan-Verteilung mit variabler Schätzfunktion

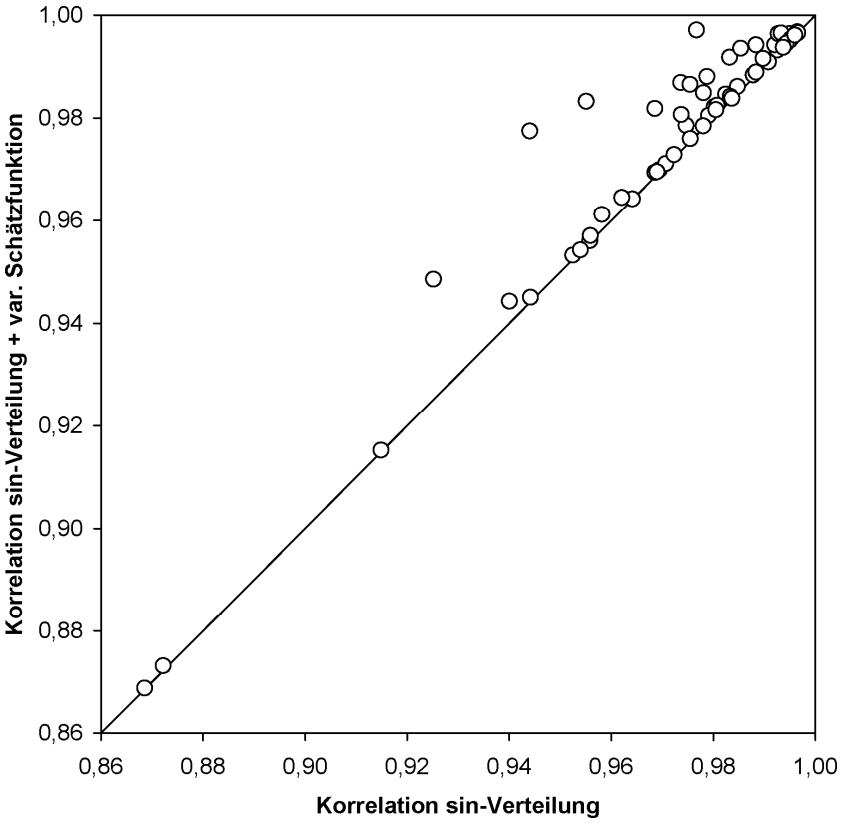


Bild 4.20c: Gegenüberstellung der Korrelationen über die sin-Verteilung und die sin-Verteilung mit variabler Schätzfunktion

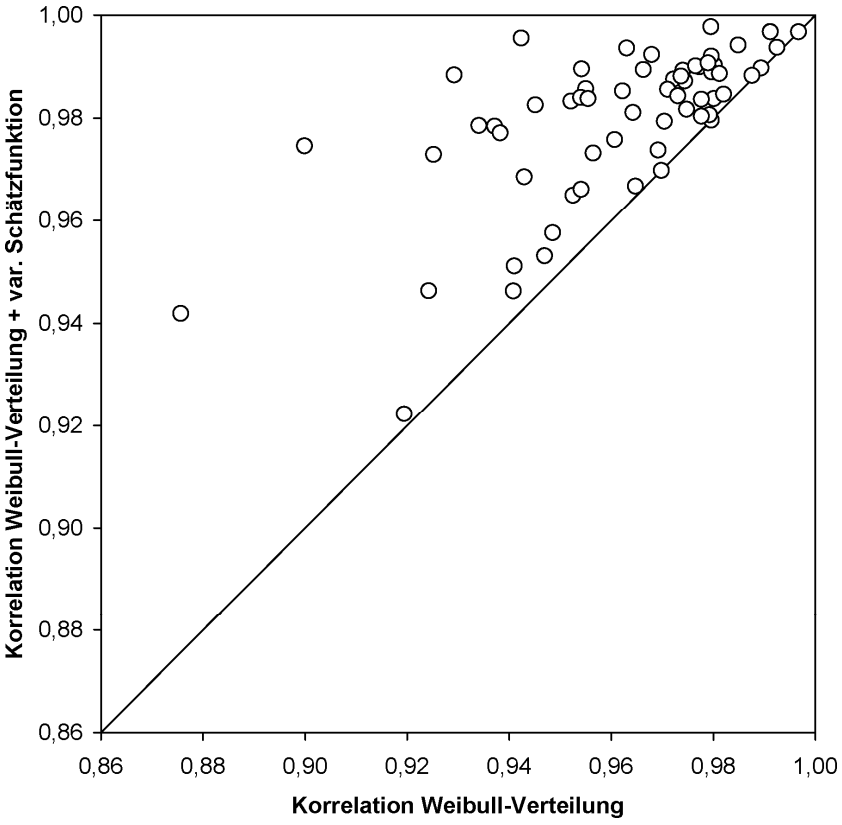


Bild 4.20d: Gegenüberstellung der Korrelationen über die Weibull-Verteilung und die Weibull-Verteilung mit variabler Schätzfunktion

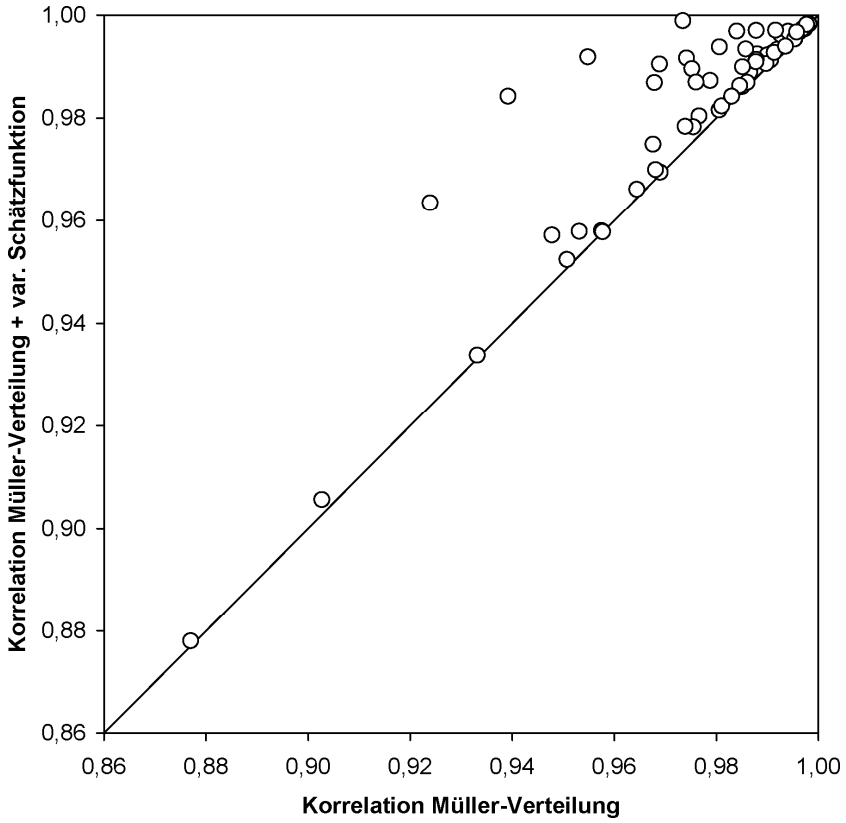


Bild 4.20e: Gegenüberstellung der Korrelationen über die Müller-Verteilung und die Müller-Verteilung mit variabler Schätzfunktion

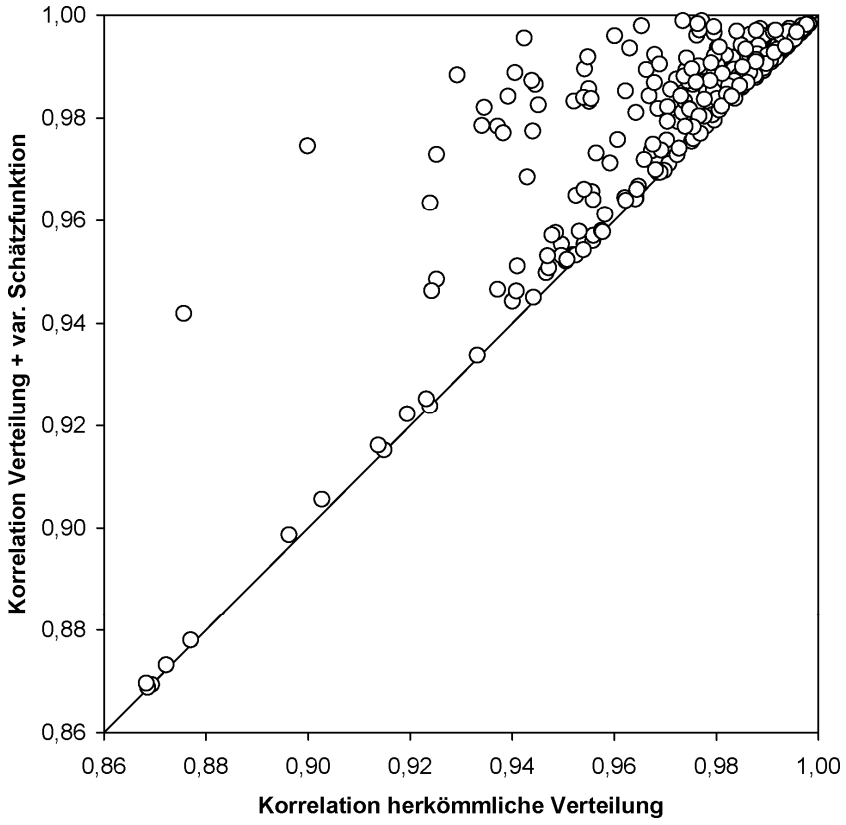


Bild 4.20f: Gegenüberstellung der Korrelationen über herkömmliche Verteilungen und die entsprechenden Verteilungen mit variabler Schätzfunktion

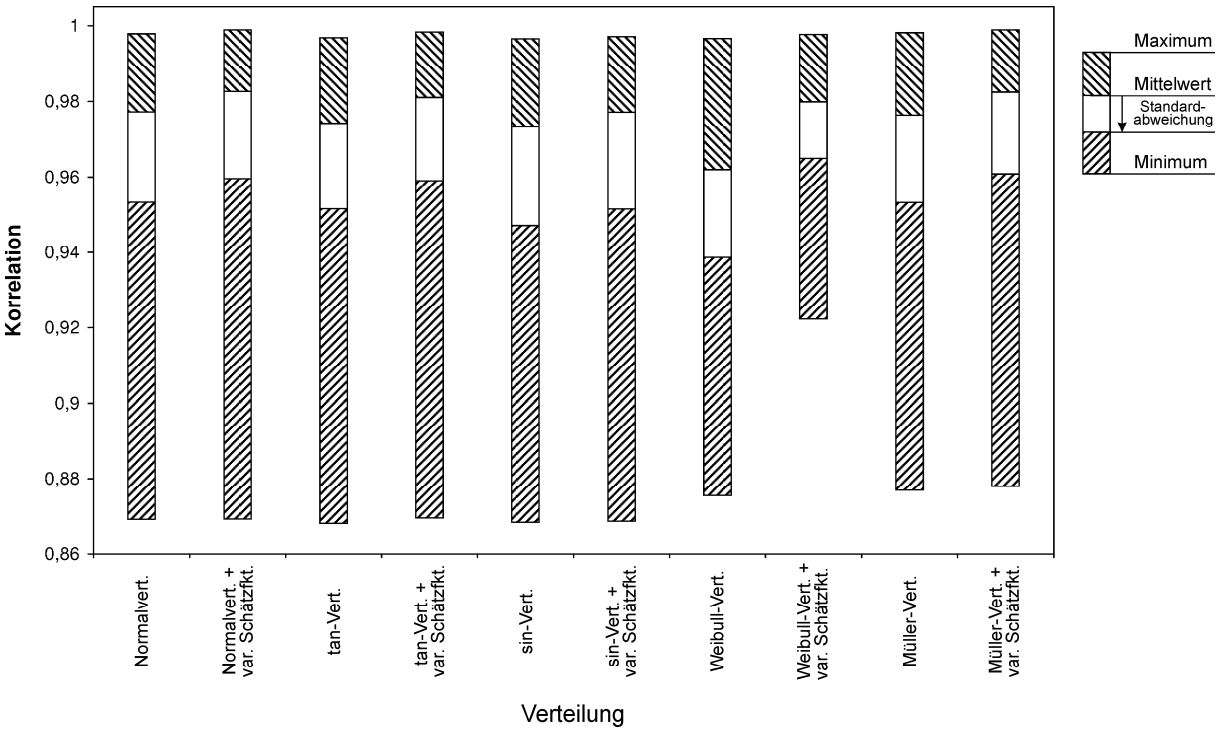


Bild 4.21: Gegenüberstellung der Korrelationen über herkömmliche Verteilungen und die entsprechenden Verteilungen mit variabler Schätzfunktion im Säulendiagramm

Wie in Bild 4.20f und in **Bild 4.21** zu sehen, wird die Korrelation speziell für die Weibull-Verteilung generell verbessert. Der Korrelationszuwachs ist jedoch vereinzelt nicht signifikant, auch für niedrige Korrelationskoeffizienten. Dies kann sowohl bei kleinen Probenzahlen auftreten (z.B. Bruchhorizont Nr. 11 des Datenmaterials nach Tabelle 4.5, **Bild 4.22** sowie **Bild 4.23a** und **b**) als auch bei großen Probenzahlen, wenn mit herkömmlichen Verteilungen systematische Fehler im Wahrscheinlichkeitsnetz erkennbar werden.

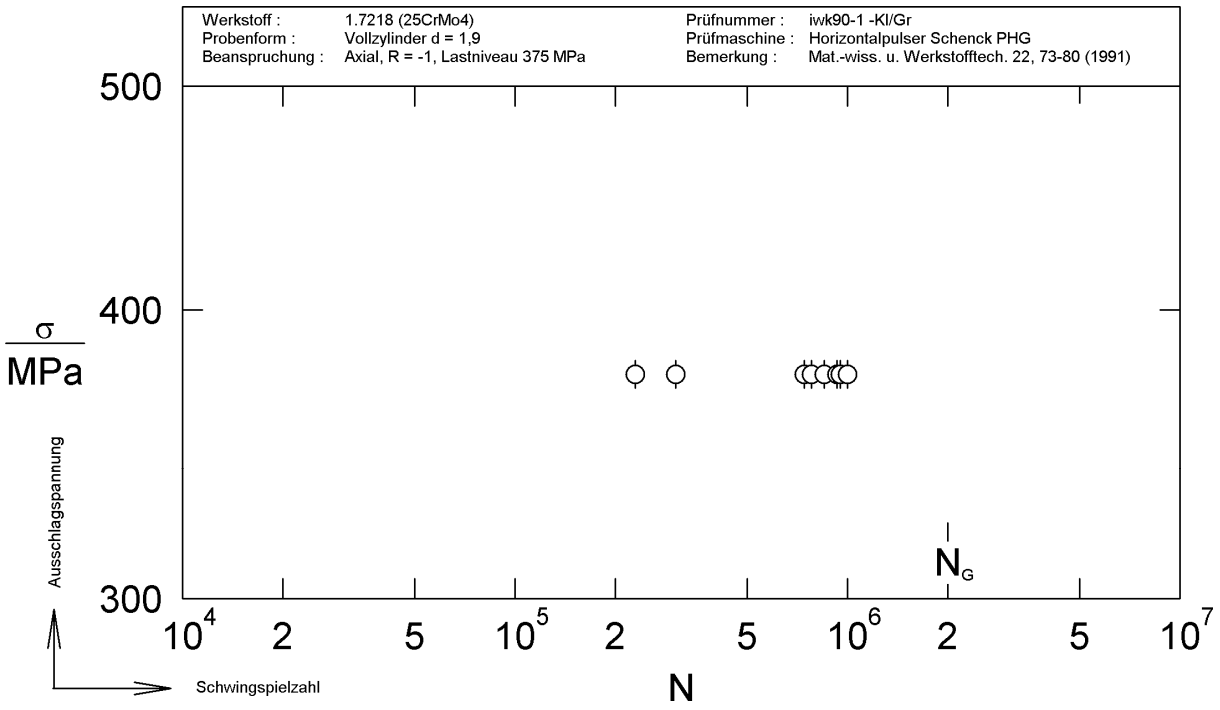


Bild 4.22: Bruchhorizont Nr. 11 nach Tabelle 4.5

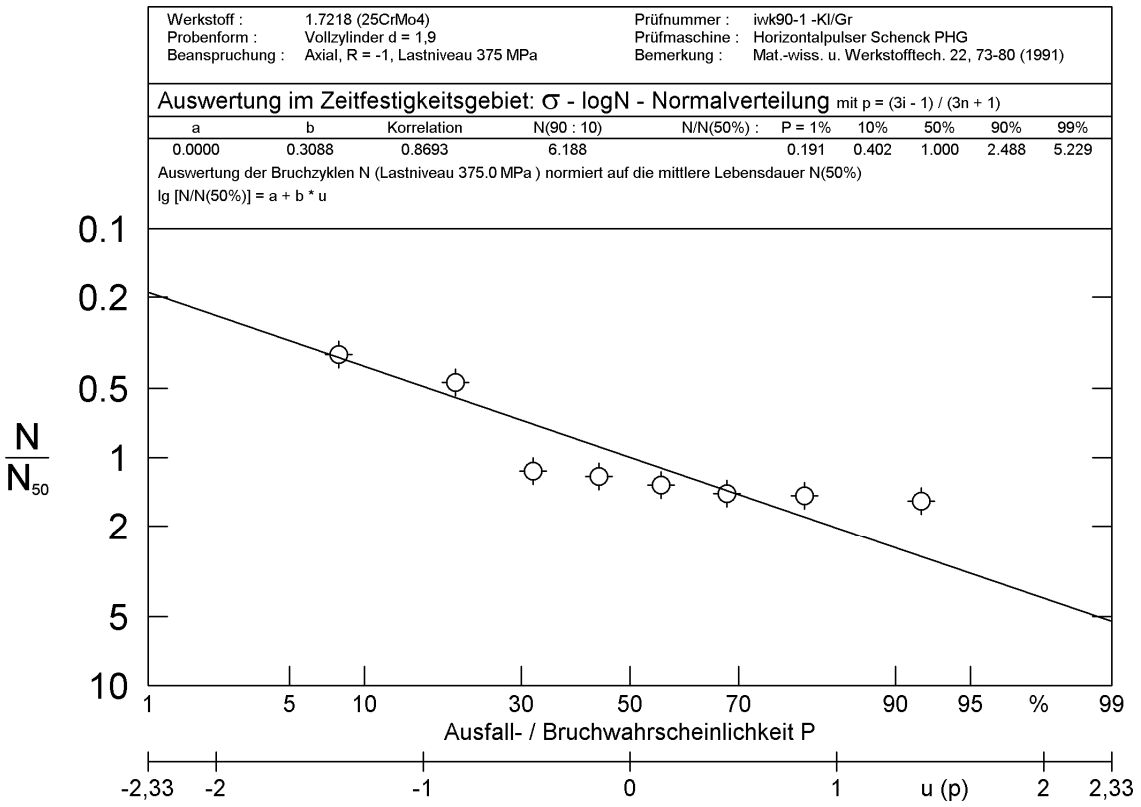


Bild 4.23a: Schlechte Korrelation bei der Beschreibung des Bruchhorizonts Nr. 11 aus Bild 4.22 über die Normalverteilung (normierte Darstellung)

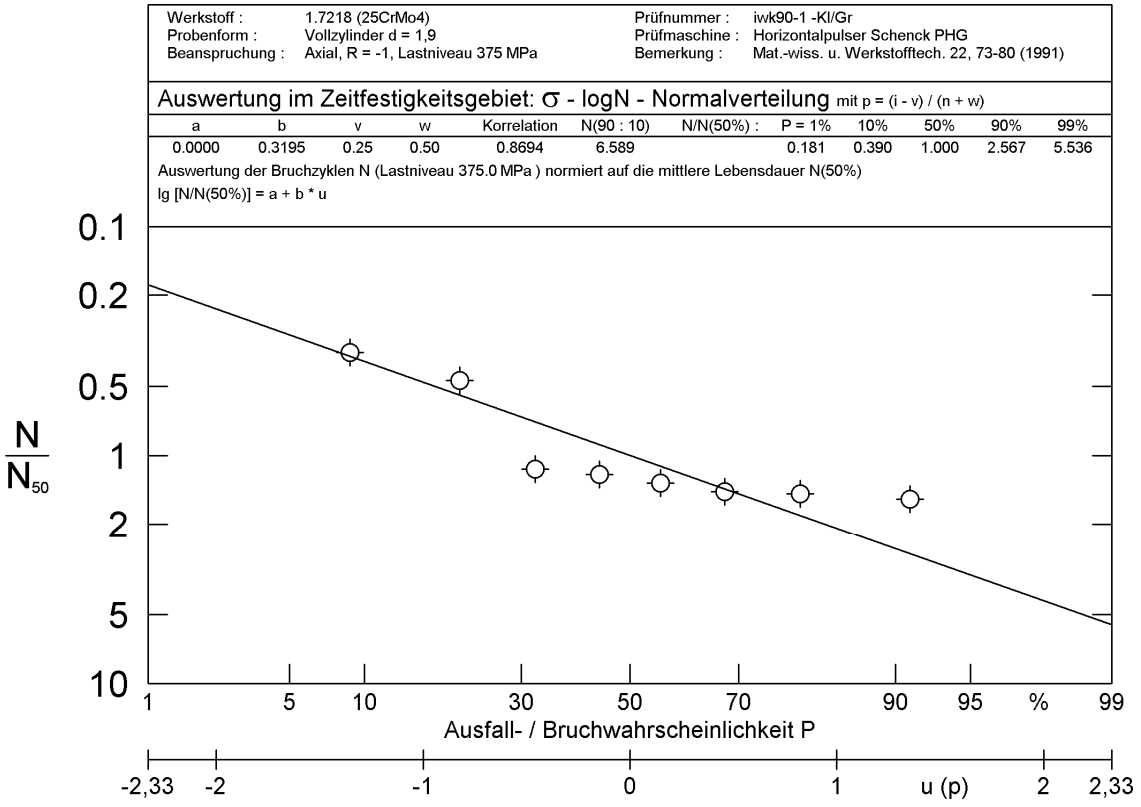


Bild 4.23b: Keine nennenswerte Verbesserung des Korrelationskoeffizienten bei der Beschreibung des Bruchhorizonts Nr. 11 aus Bild 4.22 über die Normalverteilung mit der variablen Schätzfunktion (normierte Darstellung)

Ein Beispiel für systematisch fehlerhafte Beschreibungen des Merkmals mit herkömmlichen Verteilungen ist anhand der Versuchsauswertung des obersten Lastniveaus der Versuchsdatei Sch55-39 erkennbar (n = 100, Bruchhorizont Nr. 49 nach Tabelle 4.5). Die Korrelation ist für alle herangezogenen Verteilungen dürftig, siehe Tabelle 4.5a-e. **Bild 4.24** zeigt das Lastniveau im Wöhlerdiagramm.

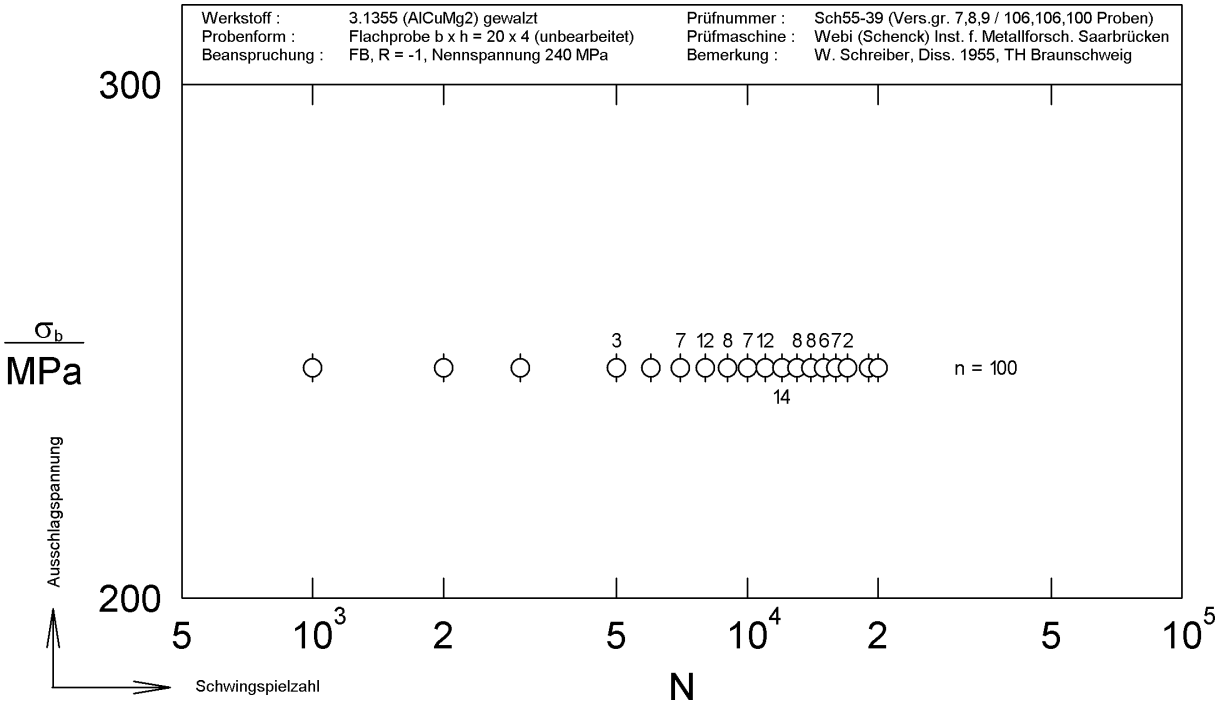


Bild 4.24: Bruchhorizont Nr. 49 nach Tabelle 4.5; deckungsgleiche Proben mit Anzahl gekennzeichnet

Wie deutlich zu sehen ist, weist dieser Bruchhorizont einen ausgeprägten linksseitigen Schweif auf. Die statistische Auswertung dieses Lastniveaus mit der Normalverteilung ist in **Bild 4.25a** wiedergegeben. Der systematische Fehler der Beschreibung ist offensichtlich und kann auch nicht mit der variablen Schätzfunktion kompensiert werden (**Bild 4.25b**).

Ziel dieser Arbeit ist die ganzheitliche Beschreibung des Wöhlerfelds. Daher sollte auch ein Lastniveau wie in Bild 4.24, der vom HCF- in den LCF-Bereich reicht, zufrieden stellend erfasst werden. Im folgenden Kapitel wird ein weiterer Ansatz zur Korrelationsoptimierung von Schwingversuchen vorgestellt.

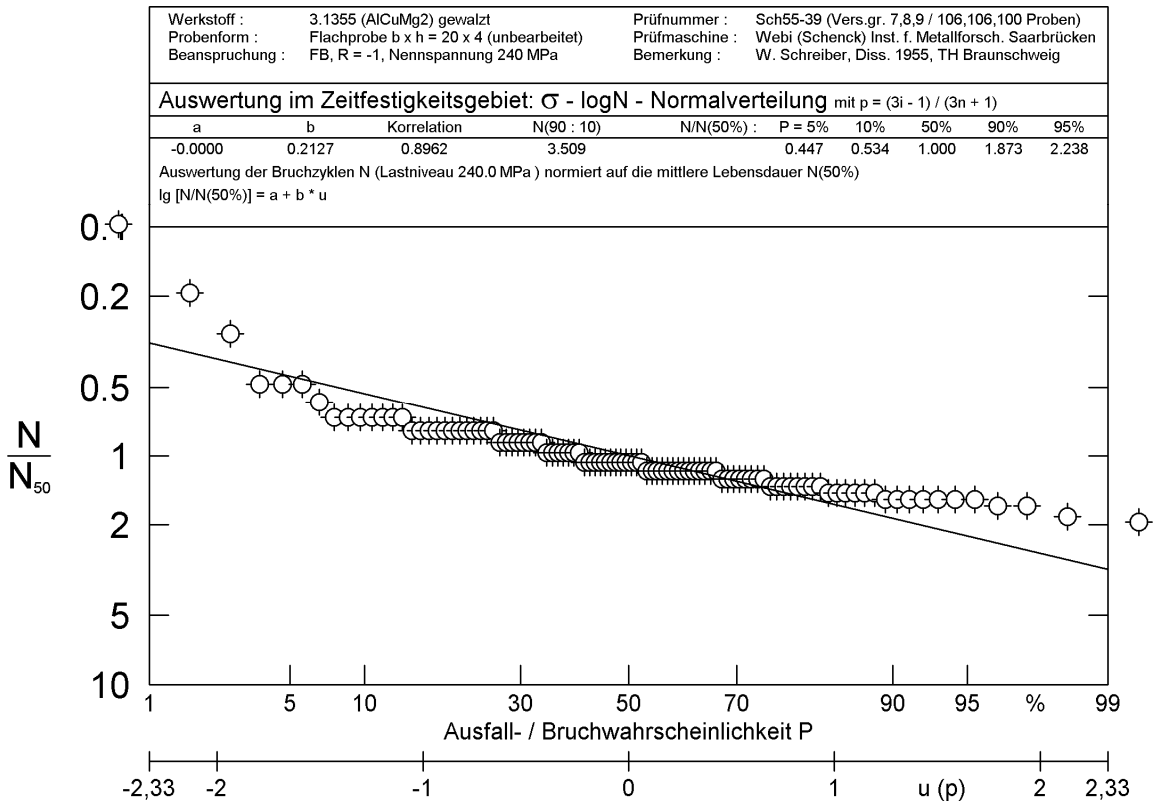


Bild 4.25a: Systematischer Fehler bei der Beschreibung des Bruchhorizonts Nr. 49 nach Tabelle 4.5 mit der Normalverteilung (normierte Darstellung)

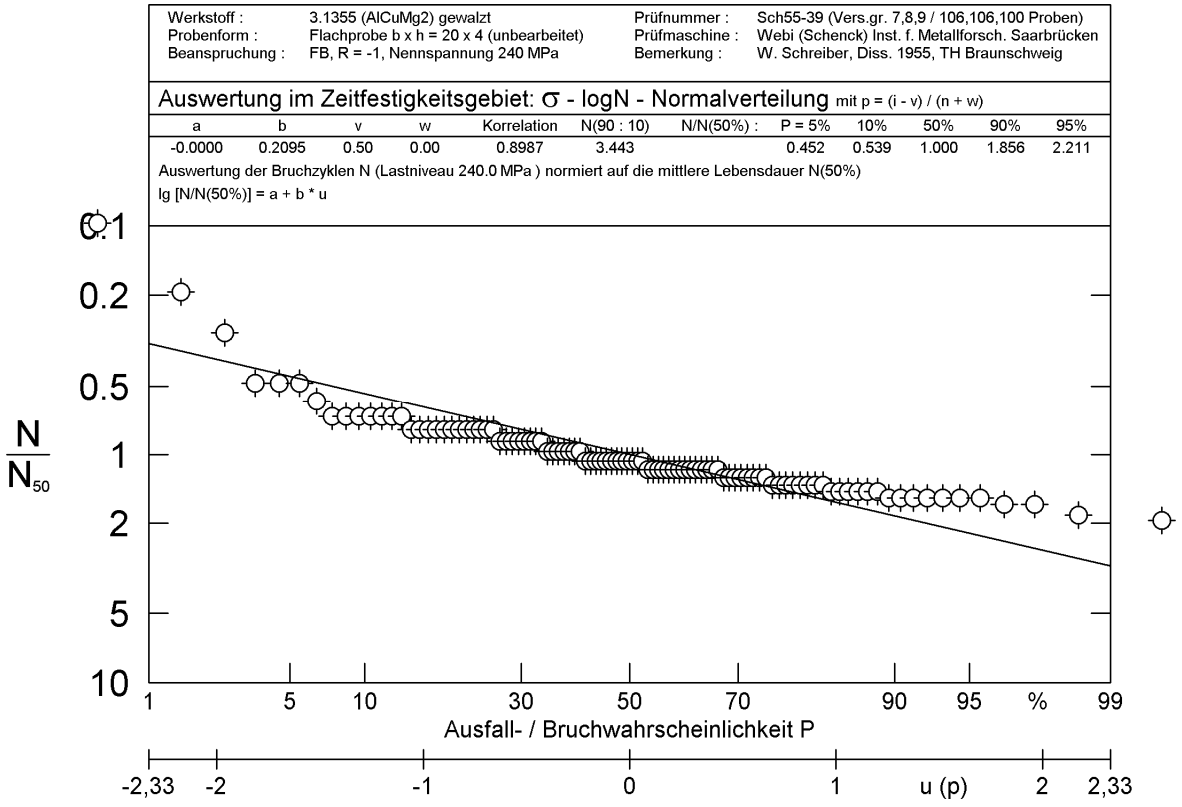


Bild 4.25b: Systematischer Fehler bei der Beschreibung des Bruchhorizonts Nr. 49 nach Tabelle 4.5 mit der Normalverteilung; keine nennenswerte Kompensation durch die variable Schätzfunktion (normierte Darstellung)

4.3 Tan-Transformation des Merkmals

Die Variation der Verteilung oder die Transformation der Wahrscheinlichkeit mit Hilfe einer variablen Schätzfunktion liefert offenbar bei ungünstiger Konstellation wenig Spielraum zur Korrelationsoptimierung. Das Wahrscheinlichkeitsnetz wird allerdings von zwei Koordinaten aufgespannt, der Verteilung z(p) und dem transformierten Merkmal x. Bisher wurden nur p oder z(p) variiert, während das Merkmal stets standardmäßig linear oder logarithmisch aufgetragen wurde.

Ein weiterer möglicher Ansatz zur Verbesserung der Beschreibungsgüte ist eine variable Transformation des Merkmals. Im Rahmen dieser Arbeit wird der Ansatz

$$\tan(c\,(x - x_{50}) + \varphi) = z(p) \tag{4.35}$$

vorgeschlagen. Die zusätzliche Tangens-Transformation des Merkmals x in (4.35) mit Multiplikator c und Phasenwinkel φ erlaubt eine Flexibilisierung des Wahrscheinlichkeitsnetzes mit signifikanter Verbesserung des Korrelationskoeffizienten. **Bild 4.26** zeigt, dass φ die Charakteristik der Transformation entscheidend beeinflusst. Der Tangens beinhaltet Verläufe, die typischerweise bei systematischen Fehlern durch die Verteilung im Wahrscheinlichkeitspapier zu beobachten sind. Je nachdem, welcher Abschnitt gerade betrachtet wird, weist der Tangens eine Rechtskurve, eine S-Kurve oder eine Linkskurve auf und ist somit in der Lage, die Abweichungen zwischen Regressionsgerade und den Versuchspunkten zu kompensieren. Die Tangens-Transformation lässt sich mit jeder beliebigen Verteilung kombinieren. x_{50} ist der arithmetische Mittelwert des Merkmals. Die Normierung dient lediglich der Positionierung des Wahrscheinlichkeitsnetzes um den Ursprung, um ein systematisches Auffinden von c und φ zu ermöglichen.

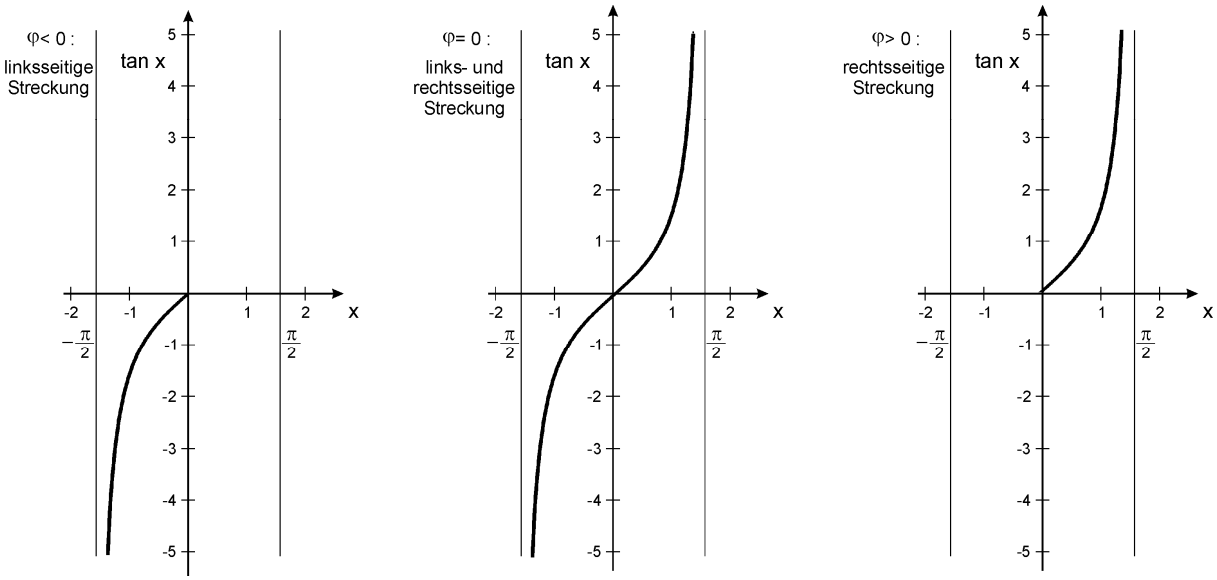


Bild 4.26: Charakteristik der Transformation innerhalb des Tangens

Für die Gewährleistung einer stetigen Transformation müssen die Bedingungen

$$-\frac{\pi}{2} < c\,(x_{min} - x_{50}) + \varphi \tag{4.36}$$

$$c\,(x_{max} - x_{50}) + \varphi < \frac{\pi}{2} \tag{4.37}$$

(x_{max}, x_{min}: größter, kleinster Merkmalswert der Stichprobe) erfüllt sein, was den Variationsbereich des Parameters c einschränkt: Aus der Differenz von

$$c_{max}\,(x_{max} - x_{50}) + \varphi = \frac{\pi}{2} \tag{4.38}$$

und

$$-\frac{\pi}{2} = c_{max}\,(x_{min} - x_{50}) + \varphi \tag{4.39}$$

folgt der nicht erreichbare Maximalwert für c

$$c_{max} = \frac{\pi}{(x_{max} - x_{min})} \tag{4.40}$$

und folglich

$$-\frac{\pi}{2} - c\,(x_{min} - x_{50}) < \varphi < \frac{\pi}{2} - c\,(x_{max} - x_{50}) \quad , \quad 0 < c < c_{max}\,. \tag{4.41}$$

Innerhalb der Intervalle $0 < c < c_{max}$ und (4.41) lassen sich durch Variation des Multiplikators und des Phasenwinkels mit Schrittweiten Δc und $\Delta\varphi$ näherungsweise die Startwerte für das Gauß-Newton-Verfahren (analog zu Kap. A.1.2.2) zur nichtlinearen Regression im Wahrscheinlichkeitsdiagramm ermitteln, **Bild 4.27**.

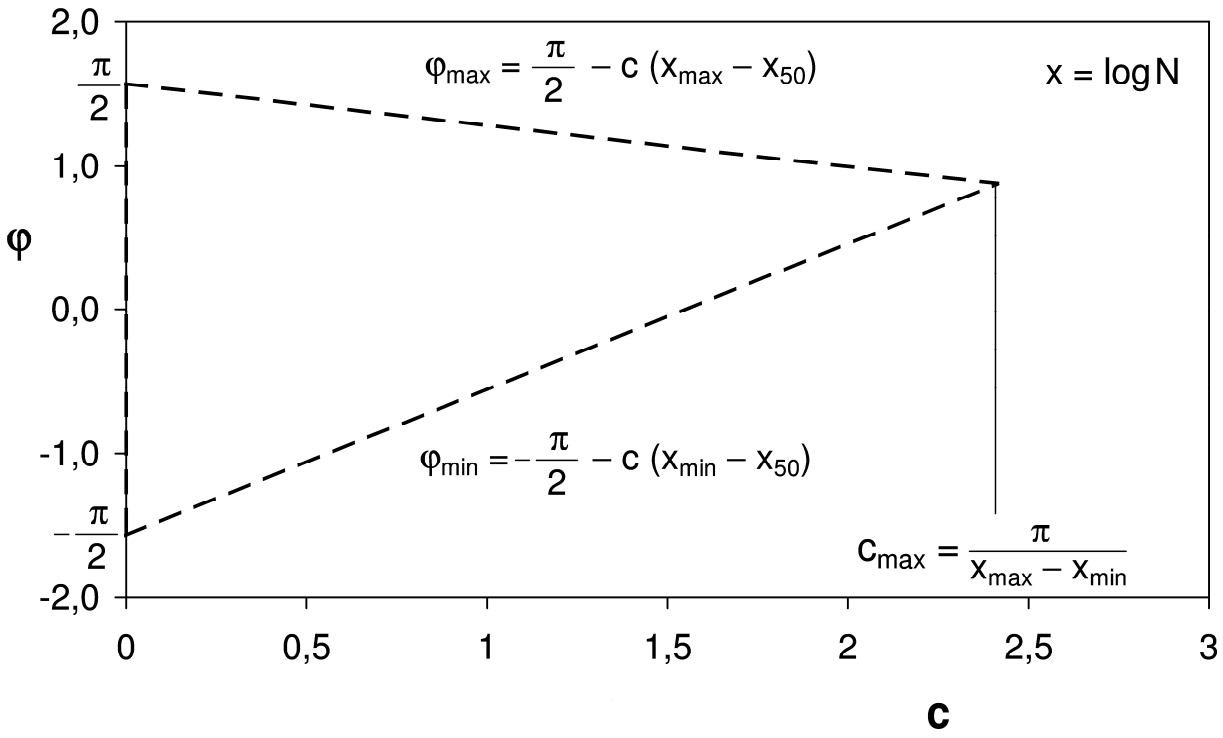


Bild 4.27: Variationsbereich von Multiplikator c und Phasenwinkel φ für die korrelationsoptimierte Beschreibung des Bruchhorizonts aus Bild 4.24

In **Bild 4.28** ist der Bruchhorizont aus Bild 4.24 mit Hilfe der tan-Transformation und der Normalverteilung ausgewertet. Die erreichte Optimierung der Korrelation von 0,8962 zu 0,9911 ist signifikant, der systematische Fehler wird durch die tan-Transformation wesentlich kompensiert.

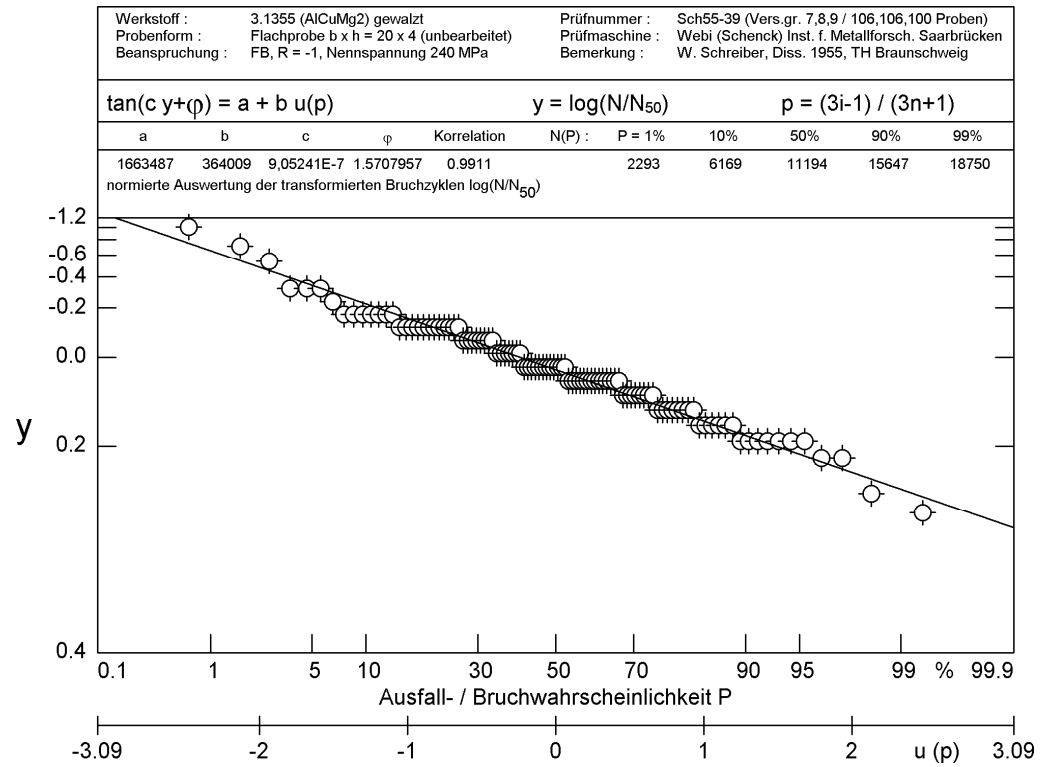


Bild 4.28: Kompensation des systematischen Fehlers bei der Beschreibung des Bruchhorizonts aus Bild 4.24 mit Hilfe der tan-Transformation (Normalverteilung, normierte Darstellung)

Bei nicht zu kleinem Multiplikator c gibt der Phasenwinkel φ Aufschluss über die Art des systematischen Fehlers der herkömmlichen Verteilung im Wahrscheinlichkeitsnetz, (**Bild 4.29a-c**, vgl. Bild 4.26): Wenn das Merkmal positiv aufgetragen wird, lässt $\varphi < 0$ auf eine Rechtskurve, $\varphi \approx 0$ auf eine S-Kurve und $\varphi > 0$ auf eine Linkskurve schließen.

In **Tabelle 4.6a-e** sind die Korrelationen, die Streuspannen $T_{N90/10}$ und $T_{N99/01}$ sowie die Transformationsparameter, die bei der Auswertung von 62 Bruchhorizonten analog zu Kap. 4.1 ermittelt wurden, aufgelistet. **Bild 4.30a-f** und **Bild 4.31** zeigen, dass insbesondere niedrige Korrelationswerte für alle Verteilungen durch die zusätzliche Transformation des Merkmals stark verbessert werden. Mit einem Minimalwert von 0,9568 ist der Korrelationskoeffizient durchgängig hoch (**Tabelle 4.7**).

Die Erweiterung der Anzahl an Parametern in einem Auswertemodell birgt die Gefahr, dass die Punkte zwar mit minimalem Fehlerquadrat beschrieben werden, extreme Extrapolationen jedoch unsinnige Ergebnisse liefern können. Dies wird für die tan-Verteilung, die immerhin in Kombination mit der tan-Transformation des Merkmals im Mittel die besten Korrelationen liefert, exemplarisch an den Bruchhorizonten Nr. 2 und 8 aus Tabelle 4.6 verdeutlicht: Die Streuspanne $T_{N99/01}$ ist jeweils so exorbitant hoch, dass ihre Richtigkeit bezweifelt werden darf. Auch ohne zusätzliche Transformation ist eine Extrapolation auf der Grundlage von Stichprobenumfängen mit n = 6 oder n = 8 zu sehr kleinen bzw. sehr großen Bruchwahrscheinlichkeiten bereits sehr gewagt. Daher wird im nächsten Kapitel exemplarisch an zwei umfangreich belegten HCF-Lastniveaus untersucht, ab welchem Stichprobenumfang Verteilungen mit und ohne tan-Transformation Quantile für hohe (p = 0,99) bzw. niedrige (p = 0,01) Bruchwahrscheinlichkeiten auf einzelnen HCF-Lastniveaus pauschal zufrieden stellend extrapolieren können.

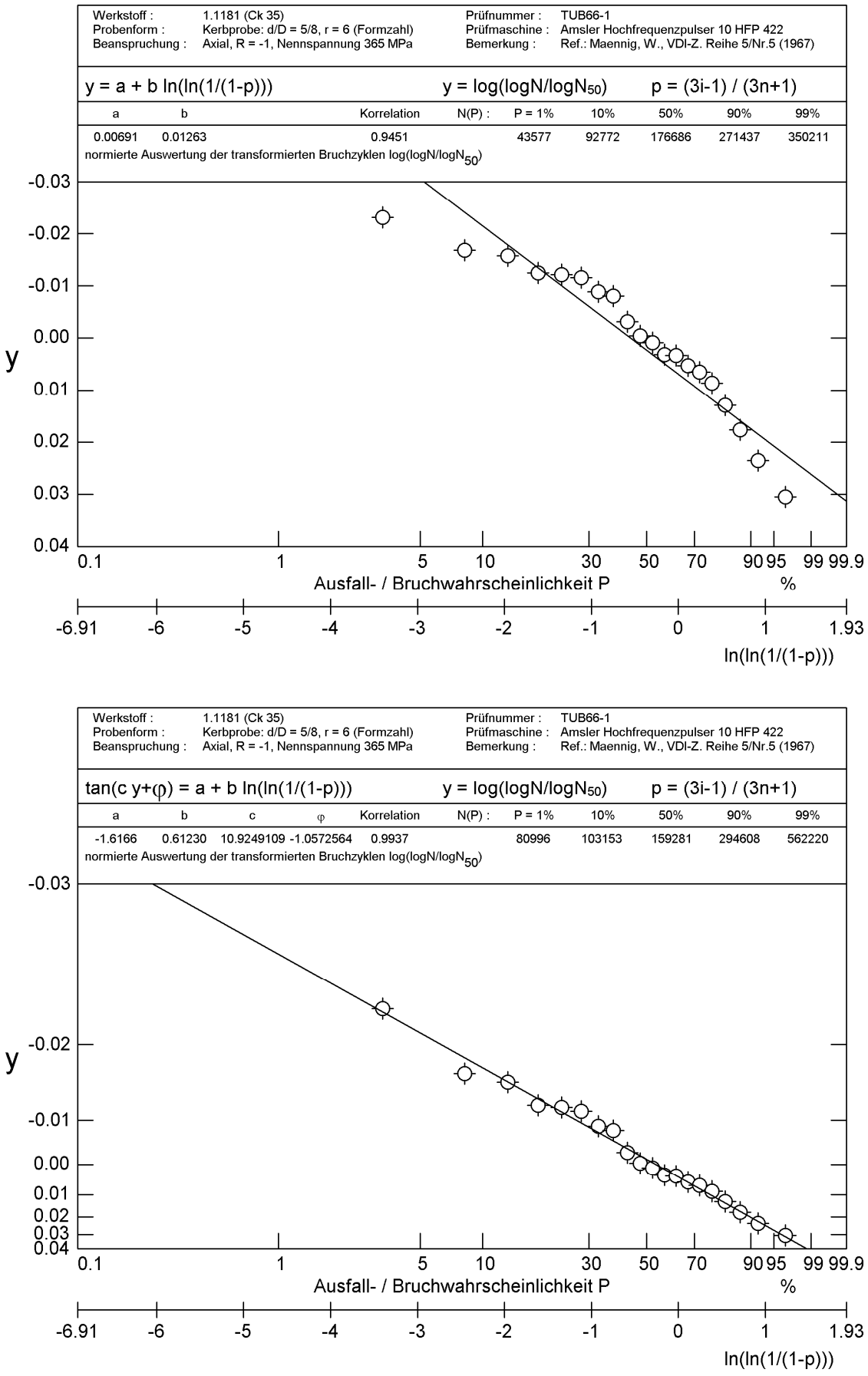
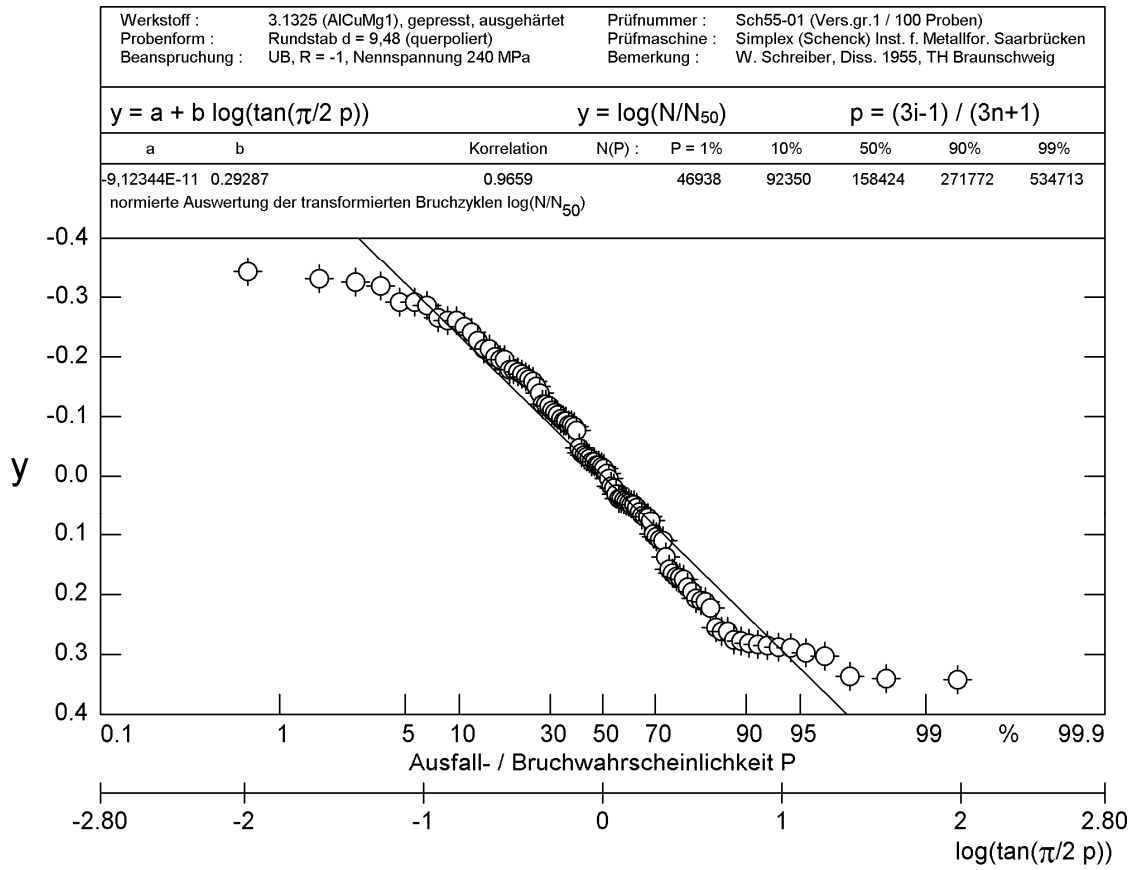


Bild 4.29a: Kompensation einer Rechtskurve mit der tan-Transformation, Phasenwinkel $\varphi < 0$ (Bruchhorizont Nr. 22 aus Tabelle 4.6, Weibull-Verteilung)



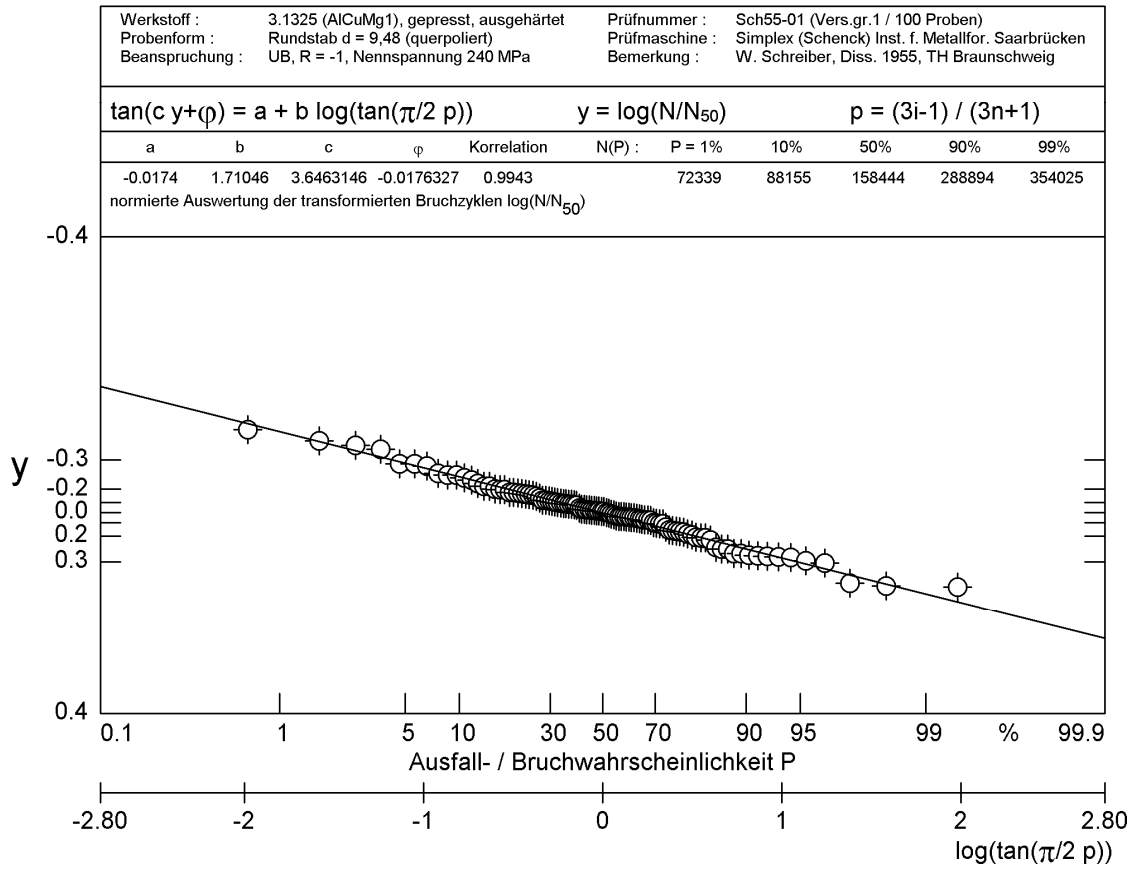
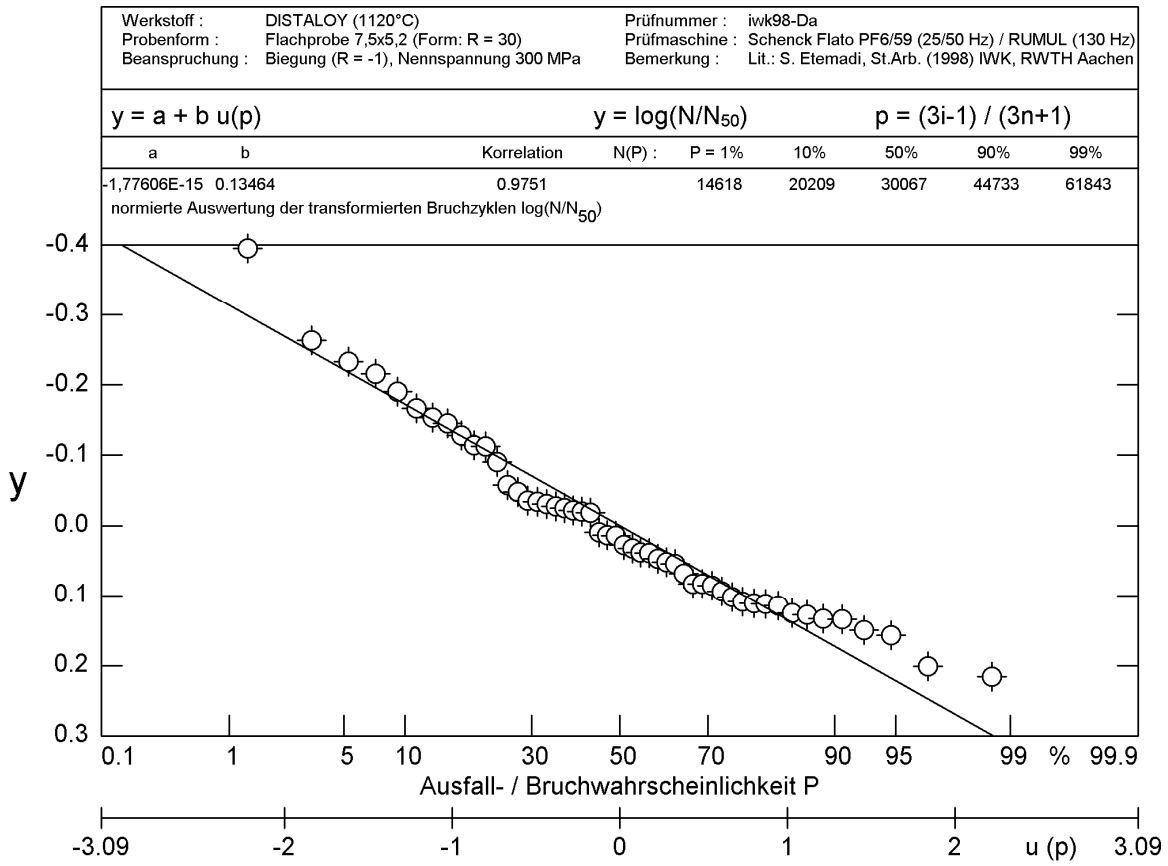


Bild 4.29b: Kompensation einer S-Kurve mit der tan-Transformation, Phasenwinkel $\varphi \approx 0$ (Bruchhorizont Nr. 33 aus Tabelle 4.6, tan-Verteilung)



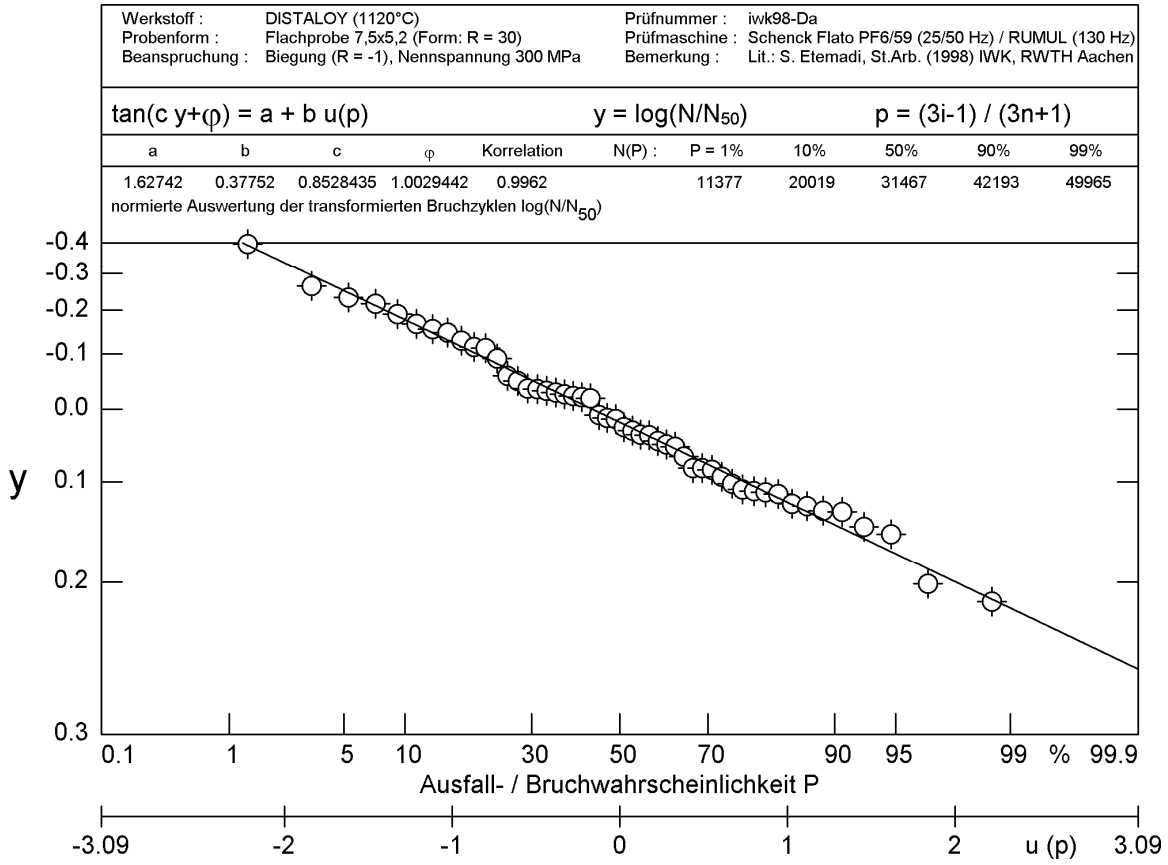


Bild 4.29c: Kompensation einer Linkskurve mit der tan-Transformation, Phasenwinkel $\varphi > 0$ (Bruchhorizont Nr. 32 aus Tabelle 4.6, Normalverteilung)

Prüfnummer	Horizont	n	Normalverteilung							
			ohne Transformation			tan(c log(N/N_{50}) + φ)				
			Korrelation	N90:10	N99:01	φ	c	Korrelation	N90:10	N99:01
iwk94-AB	1	6	0,9771	2,849	6,691	-0,5106378	3,06066866	0,9994	2,709	4,598
	2	6	0,9601	6,828	32,691	-π/2 + 1,18421E-06	1,01265E-06	0,9900	6,185	86,178
iwk89-2	3	6	0,9496	6,184	27,308	0,1164792	5,1038058	0,9814	3,844	3,969
	4	6	0,9765	5,497	22,057	-0,0418436	3,3219292	0,9911	4,451	5,919
iwk89-2b	5	6	0,9505	4,931	18,107	0,0709844	5,0528517	0,9607	3,831	3,989
	6	6	0,9445	8,759	51,380	-0,5652106	2,2397354	0,9976	6,834	12,821
iwk90-1	7	8	0,9643	2,064	3,727	0,5226339	4,8449346	0,9976	1,968	2,752
	8	8	0,9541	2,985	7,279	π/2 - 4,34027E-04	7,36300E-04	0,9827	2,937	20,654
	9	8	0,9519	3,494	9,688	0,456969	4,3012674	0,9985	3,072	3,989
	10	8	0,9673	8,050	44,077	-0,1207207	3,0116474	0,9980	6,046	7,841
	11	8	0,8693	6,188	27,345	0,6659935	3,8764511	0,9921	4,144	5,272
TUB67-1	12	14	0,9891	1,901	3,208	0,0673118	5,5107211	0,9929	1,897	2,408
	13	14	0,9706	2,153	4,024	0,1930302	6,6483767	0,9929	2,063	2,406
	14	14	0,9911	2,415	4,957	0,1306946	4,1685966	0,9977	2,405	3,291
	15	14	0,9887	2,212	4,226	-π/2 + 1,41527E-04	1,41750E-05	0,9888	2,211	4,228
	16	14	0,9827	2,108	3,872	-π/2 + 5,82579E-06	5,32100E-06	0,9906	2,079	4,039
	17	14	0,9725	4,115	13,040	-0,4605285	2,1278137	0,9975	3,887	8,149
TUB66-1	18	20	0,9861	2,284	4,480	0,1149687	4,5772569	0,9959	2,285	3,025
	19	20	0,9917	2,296	4,523	-π/2 + 1,23327E-04	7,3568E-06	0,9918	2,296	4,524
	20	20	0,9938	2,526	5,375	-0,1536085	2,5212683	0,9975	2,544	4,300
	21	20	0,9802	2,518	5,347	-π/2 + 2,41239E-06	2,41205E-06	0,9952	2,423	5,787
	22	20	0,9852	2,925	7,018	-0,4944883	1,4292869	0,9951	2,870	6,433
	23	20	0,9761	2,934	7,055	-π/2 + 1,08790E-09	9,69495E-10	0,9953	2,774	7,650
	24	20	0,9801	4,677	16,452	-0,4585906	1,3763737	0,9950	4,533	12,668
	25	20	0,9886	4,947	18,211	-0,7506468	0,4643219	0,9963	4,795	18,588
	26	20	0,9807	4,023	12,514	-1,5678104	9,51089E-04	0,9852	3,955	12,790
	27	20	0,9914	5,388	21,265	-π/2 + 4,51279E-06	1,13614E-06	0,9948	5,290	21,816
	28	20	0,9959	5,643	23,130	-1,5075061	0,0041053	0,9962	5,636	23,176
	29	20	0,9874	10,914	76,590	-0,097003	1,5904082	0,9976	10,857	24,229
	30	20	0,9868	12,160	93,204	-0,2095707	1,4923421	0,9979	12,214	29,607
	31	24	0,9940	11,348	82,212	-0,2723869	0,628639	0,9969	11,408	63,470
iwk98-Da	32	50	0,9751	2,214	4,231	1,0029442	0,8528435	0,9962	2,108	4,392
Sch55-01	33	100	0,9876	3,094	7,769	-0,0337018	2,9819989	0,9959	3,234	5,027
Sch55-02	34	106	0,9239	3,789	11,222	1,5699917	0,0013052	0,9898	2,902	18,432
Sch55-03	35	98	0,9881	2,631	5,791	π/2 - 6,99727E-04	3,54690E-04	0,9955	2,574	5,812
Sch55-04	36	98	0,9914	3,597	10,215	-π/2 + 9,44268E-05	9,23175E-06	0,9918	3,589	10,213
Sch55-05	37	63	0,9912	2,172	4,087	-0,4232904	0,0492673	0,9912	2,172	4,087
Sch55-06	38	80	0,9643	4,006	12,416	π/2 - 1,95669E-06	8,7404E-07	0,9803	3,758	12,159
Sch55-07	39	106	0,9910	5,123	19,409	0,3018528	1,2048877	0,9982	5,216	15,139
Sch55-10	40	85	0,9592	3,861	11,617	-π/2 + 4,03910-10	2,07251E-10	0,9801	3,581	11,341
Sch55-11	41	145	0,9850	2,627	5,774	π/2 - 1,96064E-06	8,51551E-07	0,9934	2,568	5,719
Sch55-13	42	100	0,9928	1,889	3,174	1,5222559	0,003836	0,9929	1,889	3,173
Sch55-14	43	100	0,9858	2,172	4,088	1,5677226	3,60533E-04	0,9862	2,171	4,091
Sch55-15	44	100	0,9962	1,818	2,959	0,1446002	2,6951749	0,9977	1,836	2,766
Sch55-16	45	102	0,9959	2,209	4,213	0,143558	1,7014198	0,9969	2,230	3,951
Sch55-23	46	173	0,9767	2,757	6,304	-π/2 + 1,97827E-04	2,62804E-05	0,9777	2,743	6,267
Sch55-24	47	103	0,9951	4,808	17,294	0,099981	0,9471038	0,9964	4,916	14,752
Sch-55-30	48	106	0,9824	1,410	1,865	-π/2 + 2,03268E-05	1,24446E-05	0,9852	1,405	1,860
Sch-55-39	49	100	0,8962	3,509	9,765	π/2 - 6,34295E-07	9,05241E-07	0,9911	2,537	8,175
	50	106	0,9877	2,365	4,773	1,5663795	9,71603E-04	0,9895	2,356	4,766
	51	106	0,9910	5,123	19,406	0,30181	1,2092617	0,9982	5,217	15,113
Sch-55-40	52	202	0,9947	2,251	4,361	0,1798084	2,4817722	0,9980	2,299	3,825
	53	101	0,9874	2,745	6,253	π/2 - 1,15568-05	3,1269E-06	0,9905	2,727	6,268
	54	101	0,9971	3,262	8,553	0,0780454	0,8079915	0,9974	3,291	8,131
iwk04-28	55	21	0,9856	1,383	1,801	-0,152307	10,0825384	0,9911	1,388	1,589
	56	103	0,9888	1,485	2,050	-π/2 + 1,33627E-04	3,67751E-05	0,9892	1,484	2,048
	57	500	0,9979	1,866	3,102	0,1529126	1,0447178	0,9982	1,870	3,067
	58	101	0,9951	2,037	3,640	0,0114588	2,5497112	0,9964	2,070	3,285
iwk04-29	59	19	0,9345	1,474	2,024	-π/2 + 8,66649E-08	3,76478E-07	0,9845	1,400	2,218
	60	101	0,9946	1,364	1,757	-1,5688645	1,76717E-04	0,9947	1,364	1,757
	61	316	0,9964	1,608	2,368	1,5143371	0,0067794	0,9966	1,607	2,368
	62	104	0,9849	2,334	4,658	π/2 - 3,73268E-05	1,20161E-05	0,9887	2,313	4,638

Tabelle 4.6a: Gegenüberstellung von Korrelation und Streuspanne mit der Normalverteilung ohne und mit tan-Transformation des Merkmals

Prüfnummer	Horizont	n	tan-Verteilung							
			ohne Transformation			tan(c log(N/N_{50}) + φ)				
			Korrelation	N90:10	N99:01	φ	c	Korrelation	N90:10	N99:01
iwk94-AB	1	6	0,9763	2,930	11,278	-0,4027282	4,0469518	0,9993	2,706	4,127
	2	6	0,9653	7,097	82,860	-π/2 + 2,04891E-04	1,75606E-04	0,9945	6,490	3458,909
iwk89-2	3	6	0,9372	6,643	71,396	0,1223541	5,2728457	0,9816	3,826	3,891
	4	6	0,9703	5,808	52,739	-0,0384576	3,5723185	0,9921	4,452	5,918
iwk89-2b	5	6	0,9467	5,172	40,601	0,0685144	5,1224253	0,9664	3,830	3,982
	6	6	0,9438	9,276	151,519	-0,504209	2,5588635	0,9983	6,793	11,554
iwk90-1	7	8	0,9623	2,081	5,217	0,4268755	6,078107	0,9984	1,971	2,603
	8	8	0,9496	3,030	12,166	1,569864	0,0016656	0,9803	3,027	11270,003
	9	8	0,9472	3,556	17,453	0,4267344	4,7104453	0,9988	3,078	3,897
	10	8	0,9556	8,416	121,668	-0,1148118	3,1755391	0,9984	6,044	7,846
	11	8	0,8683	6,305	63,450	0,6387327	4,1256253	0,9941	4,153	5,098
TUB67-1	12	14	0,9794	1,891	4,206	0,0727206	6,8672584	0,9919	1,902	2,343
	13	14	0,9559	2,150	5,613	0,1848908	7,2209879	0,9927	2,065	2,398
	14	14	0,9815	2,399	7,190	0,1236723	4,982983	0,9975	2,413	3,229
	15	14	0,9919	2,177	5,772	-0,1282268	0,8465769	0,9921	2,180	5,541
	16	14	0,9840	2,079	5,206	-0,3300712	2,5735564	0,9924	2,075	4,147
	17	14	0,9668	4,049	23,388	-0,3534717	2,8289506	0,9974	3,928	7,265
TUB66-1	18	20	0,9725	2,253	6,238	0,1143621	5,2766736	0,9958	2,288	3,017
	19	20	0,9906	2,241	6,167	-0,0250061	2,6162998	0,9916	2,298	4,515
	20	20	0,9866	2,472	7,689	-0,0925945	3,7445824	0,9979	2,565	4,065
	21	20	0,9802	2,449	7,527	-0,4093595	2,325077	0,9952	2,428	5,552
	22	20	0,9818	2,842	10,528	-0,2934023	2,6554331	0,9951	2,897	5,973
	23	20	0,9795	2,829	10,425	-0,5581455	1,4730255	0,9963	2,743	8,992
	24	20	0,9759	4,492	29,553	-0,308485	2,2421967	0,9955	4,672	10,590
	25	20	0,9866	4,727	33,152	-0,2957634	1,6751858	0,9960	4,925	15,550
	26	20	0,9833	3,843	20,785	-0,4422075	0,5969751	0,9862	3,809	19,407
	27	20	0,9893	5,137	39,995	-0,2304773	1,2601124	0,9927	5,302	22,180
	28	20	0,9948	5,365	44,095	-0,0813964	1,1892207	0,9960	5,629	24,356
	29	20	0,9733	10,497	200,188	-0,0908855	1,8421342	0,9968	10,892	23,816
	30	20	0,9738	11,641	252,793	-0,2003963	1,7317113	0,9971	12,339	29,131
	31	24	0,9883	10,537	201,946	-0,1633579	1,2114273	0,9962	11,737	53,586
iwk98-Da	32	50	0,9727	2,124	5,465	0,4662671	2,8354753	0,9949	2,114	4,297
Sch55-01	33	100	0,9659	2,943	11,392	-0,0176327	3,6463146	0,9943	3,277	4,894
Sch55-02	34	106	0,9232	3,473	16,544	0,5899721	2,3558695	0,9911	3,128	8,297
Sch55-03	35	98	0,9882	2,470	7,679	0,3224019	1,7517105	0,9958	2,530	6,494
Sch55-04	36	98	0,9875	3,325	15,002	-0,1301831	1,5046678	0,9897	3,553	11,030
Sch55-05	37	63	0,9932	2,072	5,169	0,1135161	0,339918	0,9933	2,074	5,148
Sch55-06	38	80	0,9769	3,613	18,091	π/2 - 4,61194E-07	1,98508E-07	0,9898	3,409	18,566
Sch55-07	39	106	0,9796	4,682	32,443	0,2311505	1,82525	0,9976	5,315	14,772
Sch55-10	40	85	0,9705	3,494	16,773	-π/2 + 5,18027E-04	2,47499E-04	0,9865	3,263	17,140
Sch55-11	41	145	0,9892	2,447	7,515	0,8768787	0,3553907	0,9956	2,403	7,512
Sch55-13	42	100	0,9864	1,819	3,854	-0,0224402	3,1091416	0,9898	1,880	3,257
Sch55-14	43	100	0,9942	2,052	5,054	π/2 - 8,34268E-05	7,13161E-06	0,9944	2,051	5,056
Sch55-15	44	100	0,9844	1,760	3,576	0,1258262	4,4548464	0,9949	1,836	2,776
Sch55-16	45	102	0,9850	2,114	5,404	0,1122037	3,0894507	0,9944	2,224	4,016
Sch55-23	46	173	0,9877	2,538	8,161	-π/2 + 2,98268E-05	4,93775E-06	0,9891	2,524	8,138
Sch55-24	47	103	0,9836	4,412	28,375	0,020883	1,7046285	0,9946	4,946	14,404
Sch-55-30	48	106	0,9943	1,373	2,042	-π/2 + 5,40768E-05	3,35679E-05	0,9967	1,369	2,040
Sch-55-39	49	100	0,9138	3,161	13,384	1,0337928	0,8765912	0,9920	2,414	13,205
	50	106	0,9939	2,223	6,056	π/2 - 1,03097E-04	2,18807E-05	0,9953	2,215	6,066
	51	106	0,9795	4,682	32,439	0,2320045	1,8293396	0,9975	5,318	14,742
Sch-55-40	52	202	0,9792	2,147	5,598	0,1709008	3,6077019	0,9956	2,309	3,846
	53	101	0,9896	2,564	8,351	0,4488059	0,5149091	0,9915	2,561	8,241
	54	101	0,9888	3,047	12,325	0,0242214	2,0030685	0,9967	3,298	8,114
iwk04-28	55	21	0,9747	1,373	2,044	-0,155857	12,3372822	0,9905	1,391	1,581
	56	103	0,9868	1,448	2,304	-0,2189168	1,448366	0,9875	1,449	2,279
	57	500	0,9877	1,787	3,702	0,0163729	3,9161307	0,9973	1,891	3,005
	58	101	0,9824	1,961	4,565	-0,0083996	3,9465543	0,9951	2,071	3,283
iwk04-29	59	19	0,9405	1,455	2,327	-0,8396855	3,945351	0,9824	1,395	2,371
	60	101	0,9960	1,336	1,921	-0,0253175	4,2020242	0,9968	1,348	1,852
	61	316	0,9968	1,551	2,687	0,0418712	3,0855894	0,9986	1,582	2,528
	62	104	0,9917	2,195	5,884	π/2 - 1,56489E-05	4,89658E-06	0,9947	2,177	5,895

Tabelle 4.6b: Gegenüberstellung von Korrelation und Streuspanne mit der tan-Verteilung ohne und mit tan-Transformation des Merkmals

Prüfnummer	Horizont	n	sin-Verteilung							
			ohne Transformation			tan(c log(N/N_{50}) + φ)				
			Korrelation	N90:10	N99:01	φ	c	Korrelation	N90:10	N99:01
iwk94-AB	1	6	0,9767	2,790	4,555	-0,764367	1,7966568	0,9995	2,708	4,705
	2	6	0,9551	6,627	16,363	-π/2 + 4,01514E-08	3,42343E-08	0,9856	5,961	20,570
iwk89-2	3	6	0,9582	5,861	13,647	0,1108309	4,9565733	0,9831	3,861	3,999
	4	6	0,9802	5,274	11,674	-0,0460987	3,0915864	0,9903	4,448	5,651
iwk89-2b	5	6	0,9524	4,756	10,021	-π/2 + 7,58807E-04	4,44260E-04	0,9585	4,829	11,498
	6	6	0,9440	8,384	23,163	-0,6493219	1,9019978	0,9970	6,887	13,192
iwk90-1	7	8	0,9641	2,051	2,891	0,7433504	3,1334498	0,9970	1,973	2,847
	8	8	0,9558	2,950	4,947	π/2 - 1,47134E-11	2,39557E-11	0,9830	2,874	6,445
	9	8	0,9540	3,446	6,224	0,5034749	3,8420749	0,9982	3,075	3,967
	10	8	0,9747	7,778	20,730	-0,1288683	2,8500697	0,9976	6,059	7,561
	11	8	0,8686	6,097	14,467	0,7186418	3,5150428	0,9905	4,174	5,511
TUB67-1	12	14	0,9934	1,908	2,598	0,0831416	3,382331	0,9940	1,902	2,414
	13	14	0,9791	2,155	3,111	0,2074793	5,983973	0,9930	2,068	2,371
	14	14	0,9954	2,428	3,710	0,1585428	3,0532608	0,9978	2,411	3,224
	15	14	0,9824	2,242	3,297	-1,4983492	0,0067132	0,9825	2,241	3,296
	16	14	0,9781	2,132	3,061	-π/2 + 1,49188E-06	1,31287E-06	0,9860	2,102	3,078
	17	14	0,9736	4,168	8,245	-0,9206207	0,8365543	0,9977	3,902	8,946
TUB66-1	18	20	0,9925	2,310	3,446	0,1232436	3,6285489	0,9958	2,295	2,943
	19	20	0,9878	2,343	3,519	-1,5541174	9,32365E-04	0,9878	2,343	3,519
	20	20	0,9949	2,570	4,035	-1,5697362	4,63199E-04	0,9973	2,557	4,058
	21	20	0,9754	2,577	4,051	-π/2 + 6,38100E-04	6,18527E-04	0,9918	2,475	4,055
	22	20	0,9832	2,995	5,060	-π/2 + 4,22405E-06	3,22217E-06	0,9940	2,908	5,146
	23	20	0,9685	3,023	5,130	-1,569508215	0,0011097	0,9900	2,849	5,058
	24	20	0,9787	4,834	10,265	-π/2 + 1,12762E-06	7,57866E-07	0,9945	4,564	10,831
	25	20	0,9854	5,134	11,221	-1,568019605	0,0012386	0,9947	4,954	11,407
	26	20	0,9737	4,179	8,276	-1,56927936	5,64551E-04	0,9797	4,112	8,351
	27	20	0,9883	5,602	12,763	-π/2 + 6,99471E-06	1,94808E-06	0,9929	5,499	12,824
	28	20	0,9920	5,882	13,719	-1,5641628	5,51943E-04	0,9925	5,875	13,739
	29	20	0,9943	11,255	35,792	-0,1203343	1,2417306	0,9980	11,003	22,719
	30	20	0,9927	12,588	42,233	-0,2442082	1,159509	0,9983	12,308	27,409
	31	24	0,9933	12,059	39,636	-π/2 + 3,47480E-06	6,05212E-07	0,9965	11,837	40,061
iwk98-Da	32	50	0,9694	2,292	3,408	π/2 - 7,35427E-04	9,61313E-04	0,9935	2,171	3,372
Sch55-01	33	100	0,9965	3,225	5,643	-0,0986105	1,6028819	0,9975	3,240	5,153
Sch55-02	34	106	0,9149	4,086	8,008	1,5697494	0,0016622	0,9841	3,112	7,850
Sch55-03	35	98	0,9780	2,779	4,530	1,5683533	0,0013137	0,9871	2,716	4,485
Sch55-04	36	98	0,9847	3,849	7,331	-1,5621332	0,001276	0,9858	3,840	7,337
Sch55-05	37	63	0,9807	2,261	3,340	-1,4571687	0,0062951	0,9808	2,261	3,340
Sch55-06	38	80	0,9442	4,390	8,902	1,568753	9,26435E-04	0,9626	4,099	8,446
Sch55-07	39	106	0,9908	5,530	12,523	1,5686813	7,61767E-04	0,9978	5,362	12,602
Sch55-10	40	85	0,9401	4,219	8,396	-π/2 + 1,95748E-06	1,04953E-06	0,9651	3,890	7,916
Sch55-11	41	145	0,9707	2,796	4,571	1,5700000	3,54306E-04	0,9806	2,728	4,481
Sch55-13	42	100	0,9883	1,951	2,686	-0,0048452	0,06593	0,9883	1,951	2,686
Sch55-14	43	100	0,9685	2,284	3,389	π/2 - 3,56818E-05	4,86851E-06	0,9692	2,283	3,390
Sch55-15	44	100	0,9963	1,868	2,519	π/2 - 1,65768E-05	6,08297E-06	0,9973	1,866	2,520
Sch55-16	45	102	0,9952	2,292	3,407	π/2 - 5,91568E-05	1,39290E-05	0,9960	2,289	3,409
Sch55-23	46	173	0,9559	2,970	4,996	-1,5627182	9,05632E-04	0,9568	2,955	4,965
Sch55-24	47	103	0,9950	5,171	11,340	1,5678795	2,88319E-04	0,9955	5,154	11,325
Sch-55-30	48	106	0,9621	1,443	1,720	-1,5664686	0,0026886	0,9652	1,439	1,714
Sch-55-39	49	100	0,8722	3,855	7,347	π/2 - 1,02399E-08	1,46948E-08	0,9808	2,703	5,267
	50	106	0,9723	2,498	3,868	π/2 - 5,00668E-05	1,11790E-05	0,9744	2,487	3,855
	51	106	0,9908	5,529	12,520	π/2 - 3,74236E-06	1,34700E-06	0,9978	5,361	12,595
Sch-55-40	52	202	0,9965	2,342	3,518	π/2 - 4,86507E-04	1,85647E-04	0,9985	2,333	3,524
	53	101	0,9755	2,913	4,856	π/2 - 5,15859E-06	1,51533E-06	0,9796	2,892	4,846
	54	101	0,9943	3,457	6,254	π/2 - 2,93127E-04	1,56196E-05	0,9944	3,455	6,252
iwk04-28	55	21	0,9898	1,390	1,627	-0,1783162	6,6007529	0,9913	1,390	1,573
	56	103	0,9805	1,518	1,853	-1,5404818	0,0065256	0,9808	1,516	1,851
	57	500	0,9937	1,936	2,655	1,5155881	0,0074955	0,9939	1,935	2,654
	58	101	0,9960	2,104	3,002	0,7159632	0,0501151	0,9960	2,104	3,002
iwk04-29	59	19	0,9252	1,491	1,805	-π/2 + 5,32027E-04	0,0023743	0,9820	1,414	1,806
	60	101	0,9833	1,389	1,625	-1,2393596	0,0336237	0,9834	1,389	1,625
	61	316	0,9836	1,660	2,114	π/2 - 3,11427E-04	3,64421E-05	0,9838	1,659	2,114
	62	104	0,9689	2,463	3,789	π/2 - 4,72679E-06	1,54784E-06	0,9734	2,439	3,759

Tabelle 4.6c: Gegenüberstellung von Korrelation und Streuspanne mit der sin-Verteilung ohne und mit tan-Transformation des Merkmals

Prüfnummer	Horizont	n	Weibull-Verteilung							
			ohne Transformation			tan(c log(logN/logN_{50}) + φ)				
			Korrelation	N90:10	N99:01	φ	c	Korrelation	N90:10	N99:01
iwk94-AB	1	6	0,9423	2,918	8,009	-0,6465877	41,0232704	0,9996	2,696	4,367
	2	6	0,9292	6,913	40,470	-π/2 + 4,07432E-04	6,34240E-03	0,9897	5,829	43,166
iwk89-2	3	6	0,9485	6,128	31,672	0,0942202	53,9514493	0,9890	3,878	4,071
	4	6	0,9606	5,548	26,953	-0,1446479	43,0175707	0,9890	4,468	6,035
iwk89-2b	5	6	0,9410	4,904	21,024	-π/2 + 4,09972E-06	4,92868E-05	0,9667	5,008	23,507
	6	6	0,8999	9,064	65,811	-0,6957623	25,6849336	0,9979	6,961	15,312
iwk90-1	7	8	0,9893	2,022	3,929	0,3100812	44,6264939	0,9980	1,968	2,583
	8	8	0,9647	2,934	8,011	π/2 - 5,83265E-08	5,32457E-07	0,9714	2,928	19,303
	9	8	0,9796	3,364	10,450	0,3597223	50,2026766	0,9983	3,073	3,908
	10	8	0,9430	8,077	53,531	-0,1947017	36,8149436	0,9977	6,069	8,055
	11	8	0,9194	5,663	28,016	0,6060565	52,8858267	0,9924	4,156	4,996
TUB67-1	12	14	0,9773	1,885	3,459	-0,1797899	55,6475899	0,9932	1,896	2,460
	13	14	0,9704	2,117	4,325	0,0732901	74,7235927	0,9943	2,064	2,416
	14	14	0,9848	2,379	5,415	-0,1001945	44,9912073	0,9981	2,402	3,399
	15	14	0,9740	2,193	4,639	-1,569902374	0,011588	0,9887	2,198	4,081
	16	14	0,9521	2,112	4,318	-π/2 + 2,13124E-04	0,0054236	0,9925	2,059	3,758
	17	14	0,9252	4,180	15,893	-0,8502564	20,3870572	0,9977	3,866	11,228
TUB66-1	18	20	0,9744	2,248	4,852	-0,1369436	44,7584542	0,9955	2,277	3,174
	19	20	0,9765	2,264	4,920	-π/2 + 5,30439E-06	6,53469E-05	0,9922	2,293	4,395
	20	20	0,9663	2,507	5,981	-0,6527419	20,950286	0,9980	2,532	4,687
	21	20	0,9371	2,526	6,072	-π/2 + 7,19158E-04	0,0160443	0,9939	2,400	5,283
	22	20	0,9451	2,926	8,037	-1,0572564	10,9249109	0,9937	2,856	6,941
	23	20	0,9341	2,932	8,076	-π/2 + 7,25974E-04	0,0146169	0,9958	2,733	6,743
	24	20	0,9382	4,652	19,282	-0,6952002	17,7854444	0,9954	4,549	12,270
	25	20	0,9542	4,873	21,046	-0,6811091	14,7674238	0,9957	4,926	14,258
	26	20	0,9550	3,945	14,176	-0,8439535	10,3300082	0,9847	4,010	11,225
	27	20	0,9630	5,273	24,434	-0,7409432	10,497706	0,9905	5,377	17,763
	28	20	0,9795	5,455	26,076	-0,7135792	7,9303756	0,9955	5,701	20,028
	29	20	0,9622	10,526	87,811	-0,2378769	21,2393492	0,9969	10,864	23,933
	30	20	0,9540	11,824	108,754	-0,3225485	21,3205845	0,9987	12,318	27,592
	31	24	0,9679	10,806	92,600	-0,5702079	10,1906598	0,9958	11,553	55,445
iwk98-Da	32	50	0,9967	2,119	4,323	0,1556369	5,6450245	0,9968	2,113	4,319
Sch55-01	33	100	0,9565	3,013	8,496	-0,2499193	33,8367625	0,9966	3,225	5,116
Sch55-02	34	106	0,9698	3,452	10,882	0,4678395	21,5372079	0,9883	3,316	7,633
Sch55-03	35	98	0,9925	2,513	5,997	-1,56420892	0,0169992	0,9946	2,562	5,802
Sch55-04	36	98	0,9642	3,471	11,157	-0,5101801	17,3540175	0,9893	3,784	8,745
Sch55-05	37	63	0,9722	2,123	4,351	-1,569564759	0,0125771	0,9882	2,153	3,954
Sch55-06	38	80	0,9792	3,756	12,844	π/2 - 1,97433E-04	9,39796E-05	0,9794	3,719	12,967
Sch55-07	39	106	0,9912	4,768	20,240	-0,1019081	14,1123037	0,9979	5,220	15,124
Sch55-10	40	85	0,9242	3,693	12,458	-π/2 + 9,05508E-05	0,0010303	0,9855	3,488	9,574
Sch55-11	41	145	0,9876	2,510	5,993	-π/2 + 1,05054E-04	9,75847E-05	0,9880	2,528	5,919
Sch55-13	42	100	0,9737	1,851	3,344	-0,6366666	21,1156234	0,9922	1,909	3,025
Sch55-14	43	100	0,9692	2,116	4,324	-π/2 + 1,24802E-07	6,42003E-07	0,9775	2,133	4,055
Sch55-15	44	100	0,9802	1,781	3,102	-0,8033773	14,845577	0,9969	1,826	2,873
Sch55-16	45	102	0,9797	2,149	4,448	-1,569771664	0,0111036	0,9961	2,211	4,128
Sch55-23	46	173	0,9469	2,674	6,765	-π/2 + 1,15465E-06	7,38927E-06	0,9686	2,672	5,897
Sch55-24	47	103	0,9796	4,550	18,534	-0,2838155	16,2458265	0,9962	5,078	12,991
Sch-55-30	48	106	0,9525	1,398	1,937	-π/2 + 2,07481E-06	4,67732E-05	0,9832	1,391	1,811
Sch-55-39	49	100	0,9408	3,338	10,141	π/2 - 3,62128E-04	0,0026942	0,9882	2,540	10,033
	50	106	0,9801	2,284	4,995	-1,5698647	0,0036736	0,9858	2,321	4,747
	51	106	0,9912	4,767	20,235	-0,1010767	14,1308705	0,9979	5,219	15,114
Sch-55-40	52	202	0,9812	2,178	4,564	-0,4834939	16,7591387	0,9977	2,273	4,053
	53	101	0,9777	2,643	6,613	-π/2 + 4,81561E-06	1,38392E-05	0,9813	2,684	6,286
	54	101	0,9790	3,135	9,169	-0,7084376	9,4658116	0,9971	3,306	7,954
iwk04-28	55	21	0,9555	1,382	1,887	-0,3190023	88,7541554	0,9928	1,395	1,554
	56	103	0,9541	1,475	2,148	-1,5683452	0,0419142	0,9752	1,469	2,002
	57	500	0,9747	1,824	3,251	-0,4602369	29,032146	0,9961	1,899	2,909
	58	101	0,9710	1,998	3,887	-0,409824	37,8075211	0,9960	2,079	3,228
iwk04-29	59	19	0,8756	1,487	2,174	-π/2 + 3,11052E-04	0,0142548	0,9811	1,392	2,063
	60	101	0,9731	1,351	1,811	-π/2 + 1,66635E-06	4,41290E-05	0,9948	1,359	1,733
	61	316	0,9776	1,578	2,454	-1,569669575	0,0187809	0,9963	1,600	2,329
	62	104	0,9820	2,248	4,873	-π/2 + 2,53009E-05	8,98112E-05	0,9852	2,279	4,692

Tabelle 4.6d: Gegenüberstellung von Korrelation und Streuspanne mit der Weibull-Verteilung ohne und mit tan-Transformation des Merkmals

Prüfnummer	Horizont	n	Müller-Verteilung							
			ohne Transformation			tan(c log(N/N_{50}) + φ)				
			Korrelation	N90:10	N99:01	φ	c	Korrelation	N90:10	N99:01
iwk94-AB	1	6	0,9734	2,844	5,956	-0,5737072	2,8298087	0,9995	2,706	4,499
	2	6	0,9548	6,827	26,552	-1,569491962	0,001204	0,9888	6,118	41,474
iwk89-2	3	6	0,9532	6,081	21,789	0,1102613	5,0289682	0,9829	3,855	4,000
	4	6	0,9766	5,444	18,043	-0,0582685	3,2545959	0,9906	4,452	5,853
iwk89-2b	5	6	0,9507	4,886	14,999	-π/2 + 6,00883E-04	4,21029E-04	0,9597	4,998	18,698
	6	6	0,9392	8,761	40,648	-0,6034734	2,1393696	0,9975	6,854	12,854
iwk90-1	7	8	0,9690	2,054	3,416	0,5207203	4,5959987	0,9974	1,968	2,756
	8	8	0,9575	2,966	6,398	π/2 - 3,81817E-04	5,98169E-04	0,9817	2,922	15,030
	9	8	0,9577	3,458	8,315	0,4508196	4,204756	0,9984	3,071	3,987
	10	8	0,9676	8,008	34,862	-0,1354099	2,962824	0,9979	6,052	7,771
	11	8	0,8770	6,066	21,703	0,6629218	3,8393597	0,9915	4,143	5,265
TUB67-1	12	14	0,9911	1,902	2,998	0,0290988	4,9897478	0,9934	1,897	2,419
	13	14	0,9755	2,151	3,696	0,1767016	6,4701385	0,9931	2,064	2,400
	14	14	0,9938	2,417	4,511	0,1001475	3,864456	0,9979	2,405	3,294
	15	14	0,9865	2,222	3,908	-1,5659189	0,0011747	0,9873	2,221	3,876
	16	14	0,9788	2,120	3,606	-1,569964531	9,04895E-04	0,9900	2,088	3,612
	17	14	0,9679	4,164	11,417	-0,5720417	1,8090771	0,9978	3,893	8,356
TUB66-1	18	20	0,9892	2,291	4,116	0,0806647	4,2896526	0,9960	2,286	3,020
	19	20	0,9906	2,311	4,179	-1,5537474	0,0037692	0,9913	2,312	4,150
	20	20	0,9926	2,544	4,923	-0,3019369	1,8445004	0,9977	2,543	4,365
	21	20	0,9742	2,548	4,937	-1,56980772	0,0011297	0,9946	2,442	4,954
	22	20	0,9806	2,961	6,378	-0,912174	0,7052337	0,9948	2,875	6,292
	23	20	0,9689	2,979	6,444	-1,570065456	7,37660E-04	0,9942	2,801	6,366
	24	20	0,9752	4,762	14,354	-0,687397	0,942705	0,9950	4,530	12,923
	25	20	0,9840	5,036	15,796	-π/2 + 3,28211E-06	1,73586E-06	0,9960	4,845	15,849
	26	20	0,9760	4,087	11,059	-π/2 + 2,07388E-06	8,71803E-07	0,9838	4,008	10,811
	27	20	0,9878	5,481	18,252	-π/2 + 7,43791E-06	2,54819E-06	0,9941	5,365	17,804
	28	20	0,9940	5,726	19,666	-π/2 + 1,22558E-05	1,80632E-06	0,9954	5,718	19,302
	29	20	0,9880	11,068	60,578	-0,134779	1,5083248	0,9976	10,909	23,716
	30	20	0,9858	12,391	73,457	-0,24746215	1,4310772	0,9979	12,299	28,444
	31	24	0,9916	11,637	65,984	-0,69915439	0,2817536	0,9969	11,451	61,521
iwk98-Da	32	50	0,9806	2,225	3,918	π/2 - 1,05789E-06	1,18023E-06	0,9961	2,122	4,172
Sch55-01	33	100	0,9900	3,138	7,045	-0,092908	2,6588327	0,9969	3,230	5,080
Sch55-02	34	106	0,9332	3,815	9,830	π/2 - 9,13845E-07	1,35011E-06	0,9880	2,959	14,795
Sch55-03	35	98	0,9898	2,665	5,331	π/2 - 8,68579E-06	3,20977E-06	0,9940	2,617	5,408
Sch55-04	36	98	0,9878	3,684	9,264	-1,56567712	0,0011634	0,9902	3,675	9,118
Sch55-05	37	63	0,9878	2,200	3,843	-π/2 + 2,51628E-05	4,56679E-06	0,9885	2,201	3,821
Sch55-06	38	80	0,9644	4,085	11,050	π/2 - 1,67879E-06	6,15623E-07	0,9757	3,859	11,149
Sch55-07	39	106	0,9954	5,214	16,762	0,2931038	0,8556458	0,9984	5,198	15,307
Sch55-10	40	85	0,9478	4,003	10,674	-1,569983042	4,87505E-04	0,9771	3,679	9,667
Sch55-11	41	145	0,9851	2,668	5,341	π/2 - 6,66209E-06	2,14382E-06	0,9901	2,618	5,367
Sch55-13	42	100	0,9919	1,909	3,014	-π/2 + 4,75268E-05	8,75156E-06	0,9923	1,911	3,006
Sch55-14	43	100	0,9811	2,206	3,859	0,6724861	0,0023007	0,9811	2,206	3,859
Sch55-15	44	100	0,9982	1,832	2,811	0,0441674	1,456317	0,9982	1,837	2,762
Sch55-16	45	102	0,9973	2,232	3,939	-0,0396143	0,3840539	0,9973	2,234	3,925
Sch55-23	46	173	0,9681	2,830	5,905	-π/2 + 3,07928E-05	6,7063E-06	0,9712	2,808	5,770
Sch55-24	47	103	0,9963	4,914	15,147	-0,0083793	0,5363323	0,9963	4,951	14,456
Sch-55-30	48	106	0,9739	1,421	1,822	-π/2 + 1,97479E-06	1,71636E-06	0,9797	1,416	1,805
Sch-55-39	49	100	0,9027	3,544	8,669	π/2 - 2,91227E-04	3,8171E-04	0,9887	2,586	7,572
	50	106	0,9850	2,402	4,465	π/2 - 1,21927E-04	1,24106E-05	0,9854	2,397	4,478
	51	106	0,9953	5,214	16,758	0,2926222	0,8607976	0,9984	5,198	15,284
Sch-55-40	52	202	0,9981	2,275	4,069	0,1015693	1,7843696	0,9987	2,296	3,831
	53	101	0,9860	2,791	5,767	1,5658746	8,25703E-04	0,9873	2,777	5,822
	54	101	0,9970	3,321	7,761	-1,56333319	5,93290E-04	0,9972	3,326	7,727
iwk04-28	55	21	0,9851	1,386	1,746	-0,1955861	9,6201402	0,9909	1,390	1,577
	56	103	0,9846	1,497	1,990	-1,5640814	0,0034803	0,9864	1,494	1,977
	57	500	0,9977	1,887	2,957	-1,4941587	0,0091819	0,9978	1,889	2,952
	58	101	0,9958	2,058	3,429	-0,1147465	1,7906754	0,9965	2,075	3,265
iwk04-29	59	19	0,9239	1,485	1,963	-π/2 + 4,46187E-04	0,0021166	0,9838	1,405	1,997
	60	101	0,9913	1,372	1,715	-π/2 + 4,65468E-05	2,32519E-05	0,9922	1,372	1,711
	61	316	0,9936	1,624	2,287	-π/2 + 2,57457E-04	4,00090E-05	0,9938	1,624	2,284
	62	104	0,9830	2,368	4,356	π/2 - 6,66329E-06	1,36692E-06	0,9846	2,352	4,375

Tabelle 4.6e: Gegenüberstellung von Korrelation und Streuspanne mit der Müller-Verteilung ohne und mit tan-Transformation des Merkmals

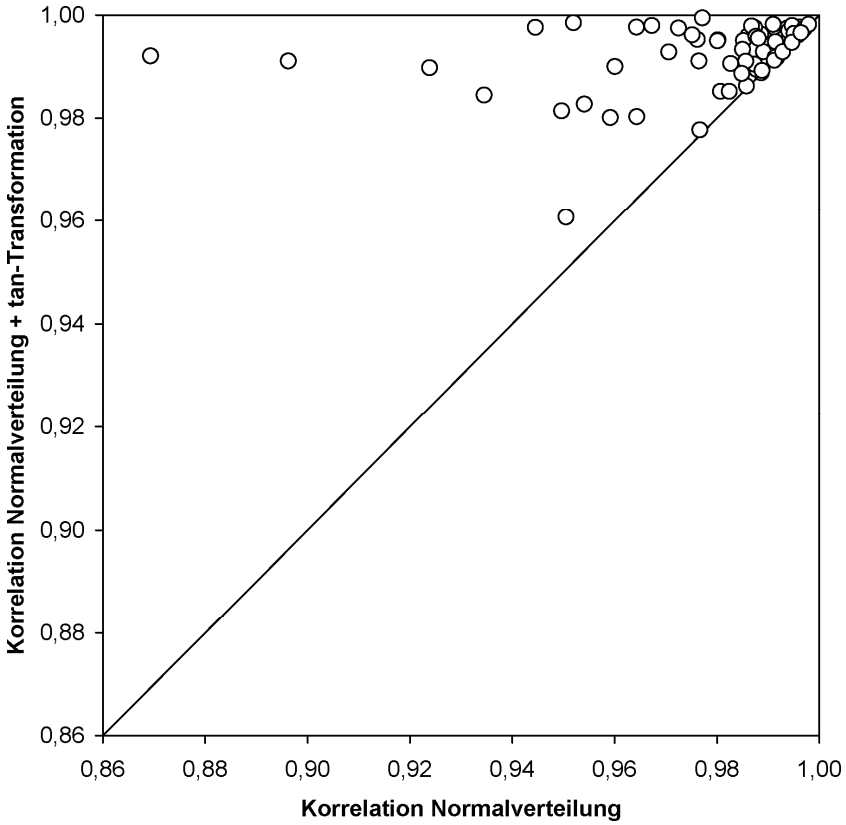


Bild 4.30a: Gegenüberstellung der Korrelationen mit der Normalverteilung und der Normalverteilung mit tan-Transformation

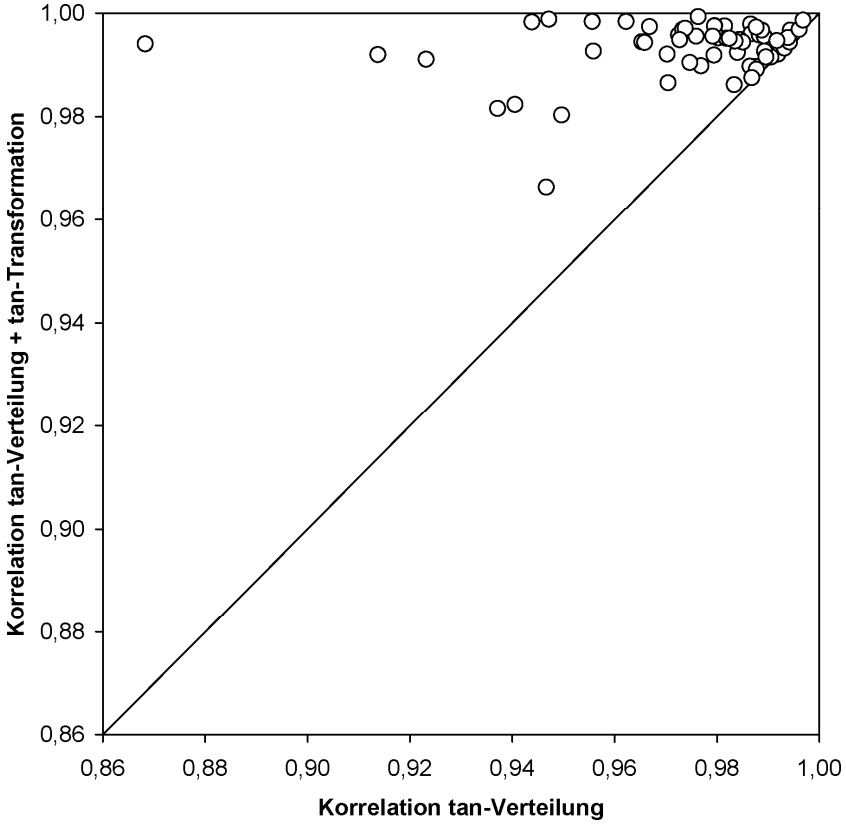


Bild 4.30b: Gegenüberstellung der Korrelationen mit der tan-Verteilung und der tan-Verteilung mit tan-Transformation

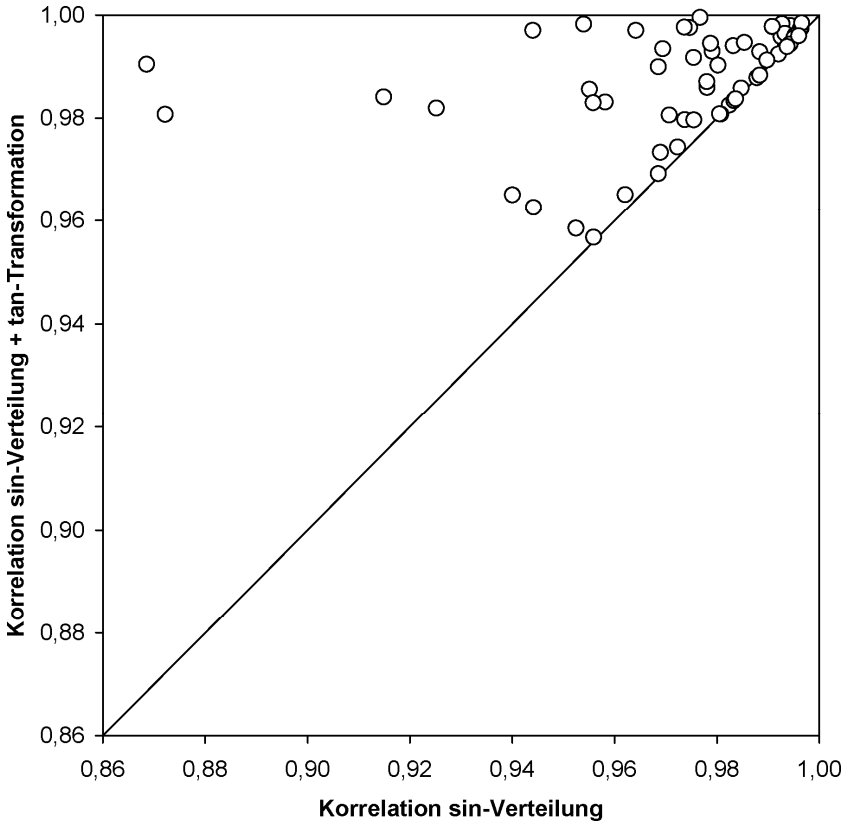


Bild 4.30c: Gegenüberstellung der Korrelationen mit der sin-Verteilung und der sin-Verteilung mit tan-Transformation

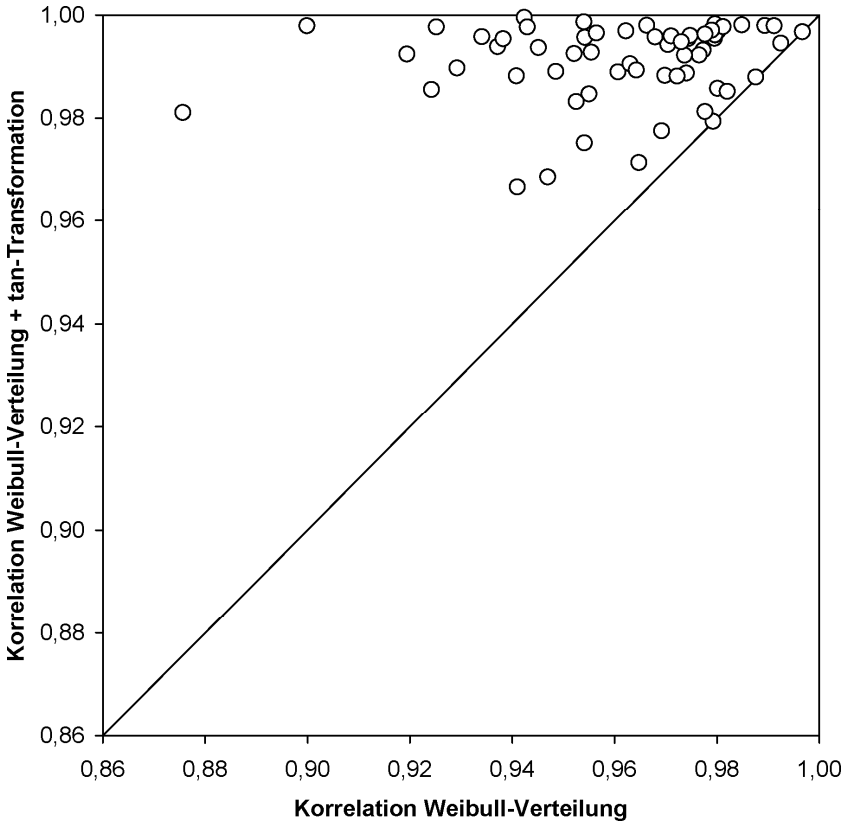


Bild 4.30d: Gegenüberstellung der Korrelationen mit der Weibull-Verteilung und der Weibull-Verteilung mit tan-Transformation

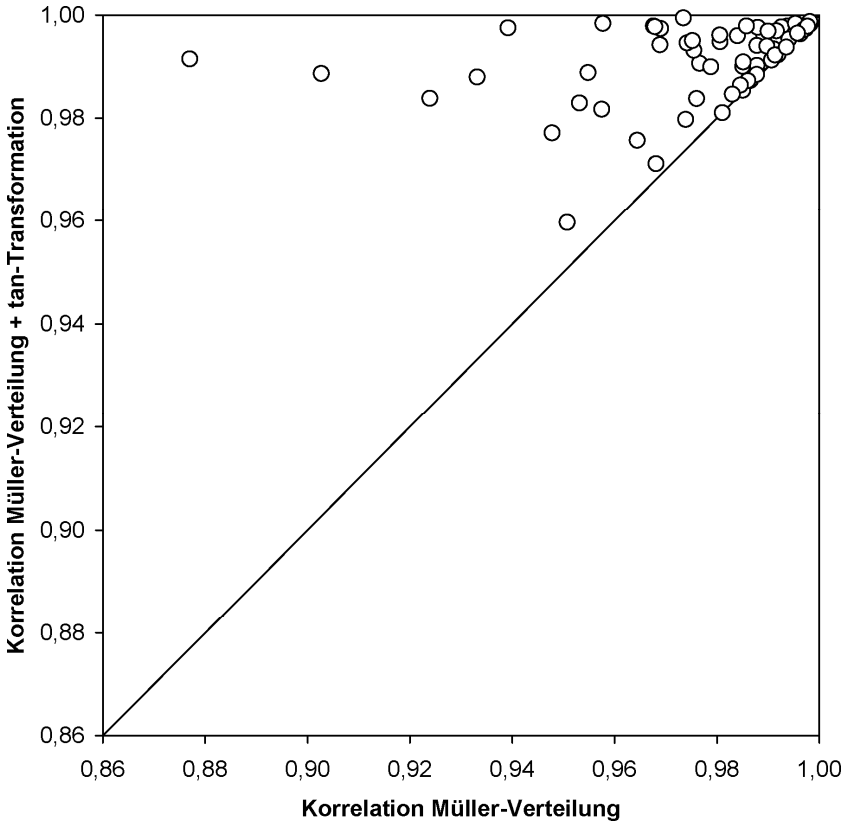


Bild 4.30e: Gegenüberstellung der Korrelationen mit der Müller-Verteilung und der Müller-Verteilung mit tan-Transformation

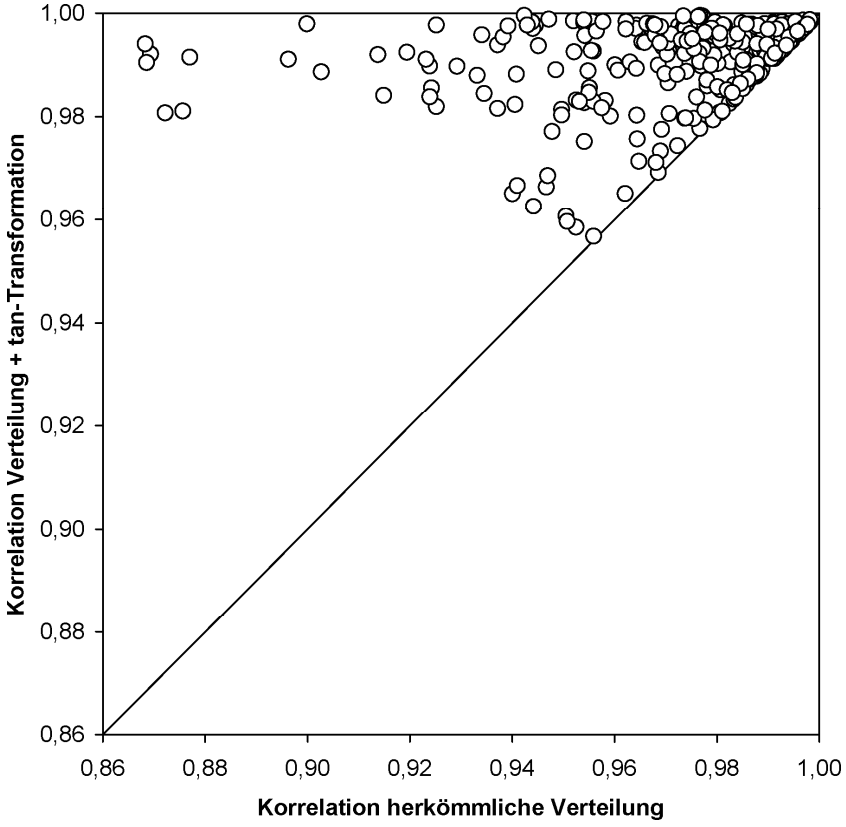


Bild 4.30f: Gegenüberstellung der Korrelationen mit herkömmlichen Verteilungen und den entsprechenden Verteilungen mit tan-Transformation

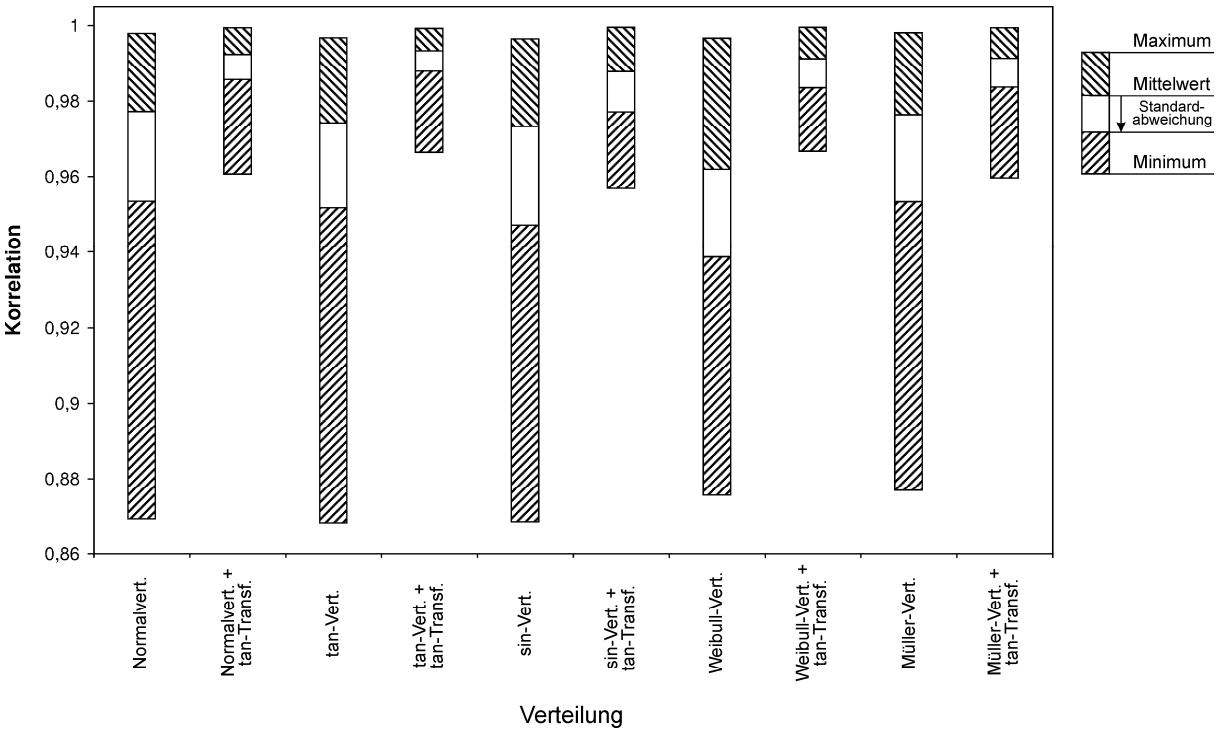


Bild 4.31: Gegenüberstellung der Korrelationen mit herkömmlichen Verteilungen und den entsprechenden Verteilungen mit tan-Transformation im Säulendiagramm

tan-Transformation +	Korrelationskoeffizient			
	Mittelwert	Standardabweichung	Maximum	Minimum
Normalverteilung	0,9924	0,0067	0,9994	0,9607
tan-Verteilung	0,9934	0,0054	0,9993	0,9664
sin-Verteilung	0,9879	0,0107	0,9995	0,9568
Weibull-Verteilung	0,9912	0,0077	0,9996	0,9667
Müller-Verteilung	0,9914	0,0077	0,9995	0,9597

Tabelle 4.7: Statistische Bewertung der erreichten Korrelationskoeffizienten mit der tan-Transformation

Hinweis: Zusätzlich zur tan-Transformation besteht auch die Möglichkeit, das Merkmal über die Umkehrfunktion, d.h. den arctan zu transformieren. Weil jedoch die arctan-Transformation nicht in allen Fällen konvergiert oder teilweise widersprüchliche Extrapolationen liefert, wird diese Art der Transformation nicht empfohlen. Dass dennoch der Korrelationskoeffizient über die arctan-Transformation in bestimmten Fällen signifikant verbessert werden kann, wird durch die Analysen in Kap. 6.3 gezeigt.

4.4 Extrapolationsfähigkeit der tan-Transformation für p = 0,01 und p = 0,99 in Abhängigkeit vom Stichprobenumfang am Beispiel zweier umfangreich belegter HCF-Lastniveaus

Ob die tan-Transformation des Merkmals die Extrapolationsfähigkeit herkömmlicher Verteilungen pauschal verbessert, wird im Folgenden analysiert. Herangezogen werden dafür zwei Bruchhorizonte mit hohem Probenumfang (n = 500 bzw. n = 316) aus eigenen Versuchsreihen, die an Schrauben zweier Festigkeitsklassen realisiert wurden, Kap. 3. Weil bei so umfangreicher Belegung zum einen die Quantile $N_{(p = 0,01)}$ und $N_{(p = 0,99)}$ innerhalb des Streubands liegen und daher zwangsläufig durch Interpolation bestimmt werden, und zum anderen mit dem Korrelationskoeffizienten auch die Interpolationsfähigkeit besser wird, wurden als Bezugswerte des Gesamtprobenumfangs diejenigen Ergebnisse herangezogen, die über das korrelationstechnisch günstigste Auswertemodell ermittelt wurden. Aus beiden Lastniveaus wurden anschließend per Zufallsgenerator Reihen à 10 Stichproben mit jeweils 10, 20, 50, 70 und 100 Werten entnommen. Pro Stichprobe wurden 1%- und 99%-Quantile statistisch ermittelt und mit den Bezugswerten verglichen. Als Verteilungsfunktionen wurden die symmetrische Normalverteilung, die asymmetrische Weibull-Verteilung sowie die tan-Verteilung eingesetzt.

4.4.1 1. Beispiel: Schrauben Festigkeitsklasse 8.8, n = 500 (Lastniveau Nr. 57 nach Tabelle 4.6)

Bild 4.32 zeigt die Bezugsauswertung des Lastniveaus Nr. 57, das mit guter Näherung als normalverteilt angesehen werden kann. Die Korrelationskoeffizienten für die Normalverteilung mit und ohne tan-Transformation liegen kaum auseinander, und auch die Quantile sind für beide Varianten sehr ähnlich. Als Bezugswerte wurden letztlich diejenigen nach der Normalverteilung mit tan-Transformation festgelegt. Laut Tabelle 4.6b und d wird Lastniveau Nr. 57 durch die tan-Verteilung suboptimal beschrieben, erst recht durch die Weibull-Verteilung.

In **Bild 4.33a-f** sind für jede Reihe à 10 Stichproben die prozentualen Abweichungen der ermittelten Quantile $N_{(p = 0,01)}$ gegenüber dem Bezugswert in Abhängigkeit vom Umfang n der Zufalls-Stichprobe aufgetragen. Dabei sind jeweils der Mittelwert sowie die aufgetretenen Minimal- und Maximalwerte eingezeichnet. Analog werden in **Bild 4.34a-f** die prozentualen Abweichungen der Quantile $N_{(p = 0,99)}$ wiedergegeben. Minimum und Maximum nähern sich erwartungsgemäß stets mit steigendem n an und sind zur besseren Visualisierung grob mit hyperbelförmigen Regressionskurven approximiert. Die Extrapolationsfähigkeit der Normalverteilung wird durch pauschale Anwendung der tan-Transformation eher verschlechtert, Bild 4.33a und b sowie 4.34a und b. Die Normalverteilung beschreibt das vorliegende Lastniveau ohnehin exzellent, insofern ist eine Optimierung nicht nötig. Dagegen wird ab ca. n = 30 die Extrapolationsfähigkeit der korrelationstechnisch hier ungünstigeren tan-Verteilung für $N_{(p = 0,01)}$ (Bild 4.33c und d) sowie $N_{(p = 0,99)}$ (Bild 4.34c und d) pauschal verbessert, ebenso die Extrapolationsfähigkeit der noch ungünstigeren Weibull-Verteilung für $N_{(p = 0,01)}$, Bild 4.33e und f. Der Mittelwert des 99%-Quantils nach der Weibull-Verteilung liegt generell besser, allerdings kann $N_{(p = 0,99)}$ gegebenenfalls überschätzt werden (4.34e und f). Da niedrige Bruchwahrscheinlichkeiten eine weitaus höhere Wertigkeit für sichere Bauteilauslegungen haben als hohe, ist dieser Effekt weniger wichtig. Unterhalb einer Schwelle von n = 30 sollte die tan-Transformation nicht angewendet werden.

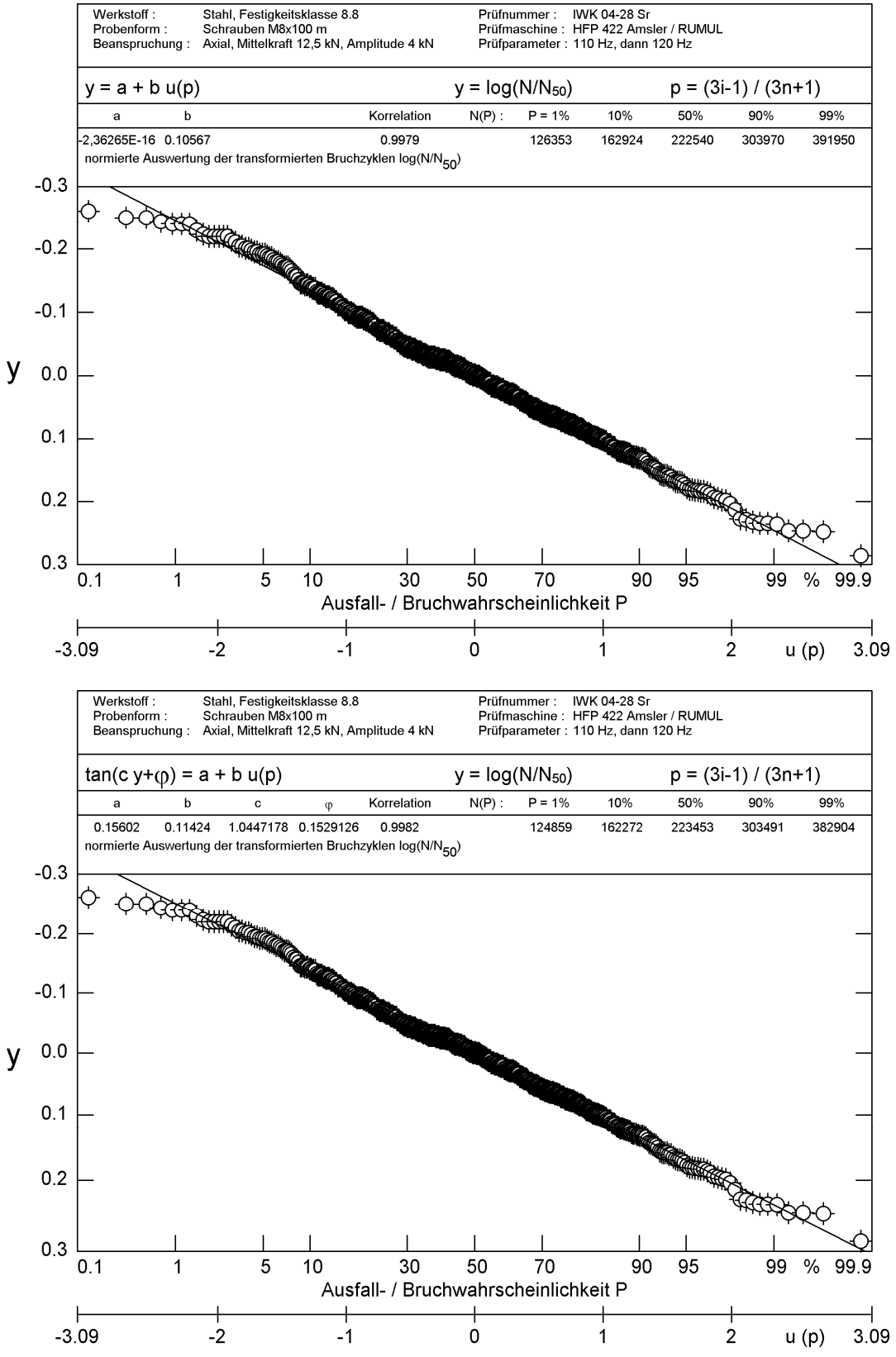


Bild 4.32: Bezugsauswertung für Lastniveau Nr. 57 (Schrauben Festigkeitsklasse 8.8);
oben: Normalverteilung ohne tan-Transformation
unten: Normalverteilung mit tan-Transformation des Merkmals
(beste Korrelation)

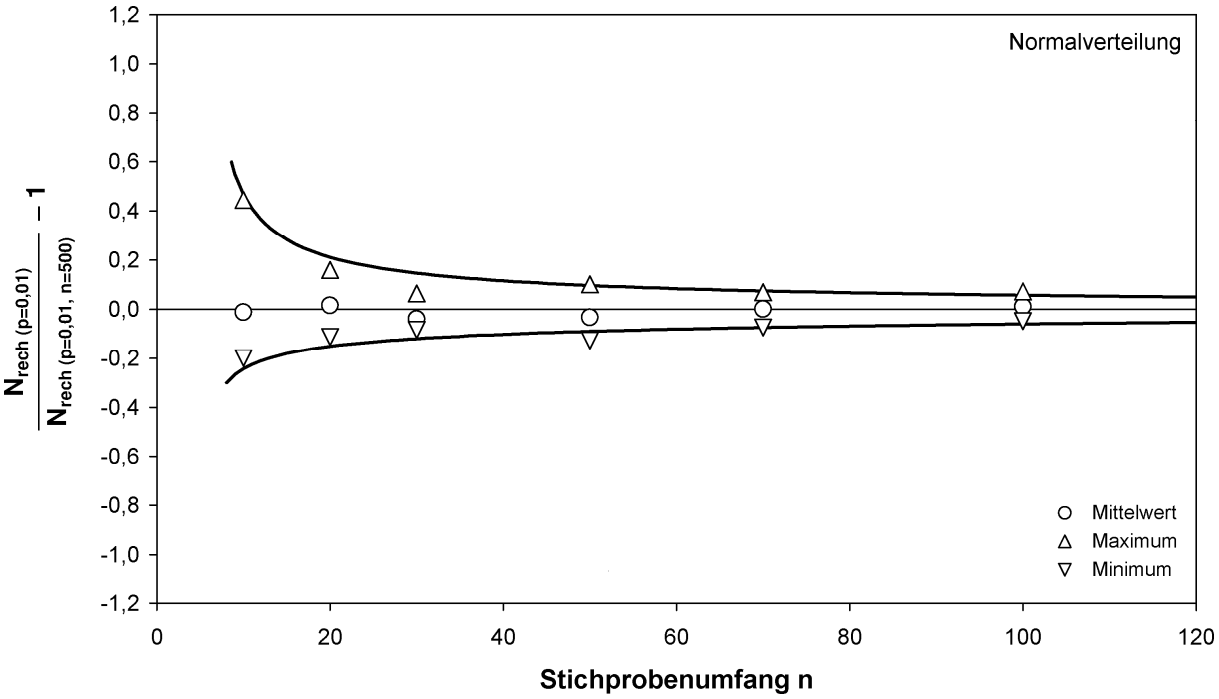


Bild 4.33a: Quantile $N_{(p = 0,01)}$ in Abhängigkeit vom diskreten Umfang n der Zufalls-Stichproben, bezogen auf das Quantil $N_{(p = 0,01,\ n = 500)}$

$N_{(p = 0,01)}$: extrapoliert mit der Normalverteilung aus Zufalls-Stichproben des Lastniveaus Nr. 57 mit unterschiedlichem Umfang n, pro Stichprobengröße 10 Reihen

$N_{(p = 0,01,\ n = 500)}$: Bezugswert, ermittelt über die Auswertung des Gesamtprobenumfangs, Bild 4.32 unten

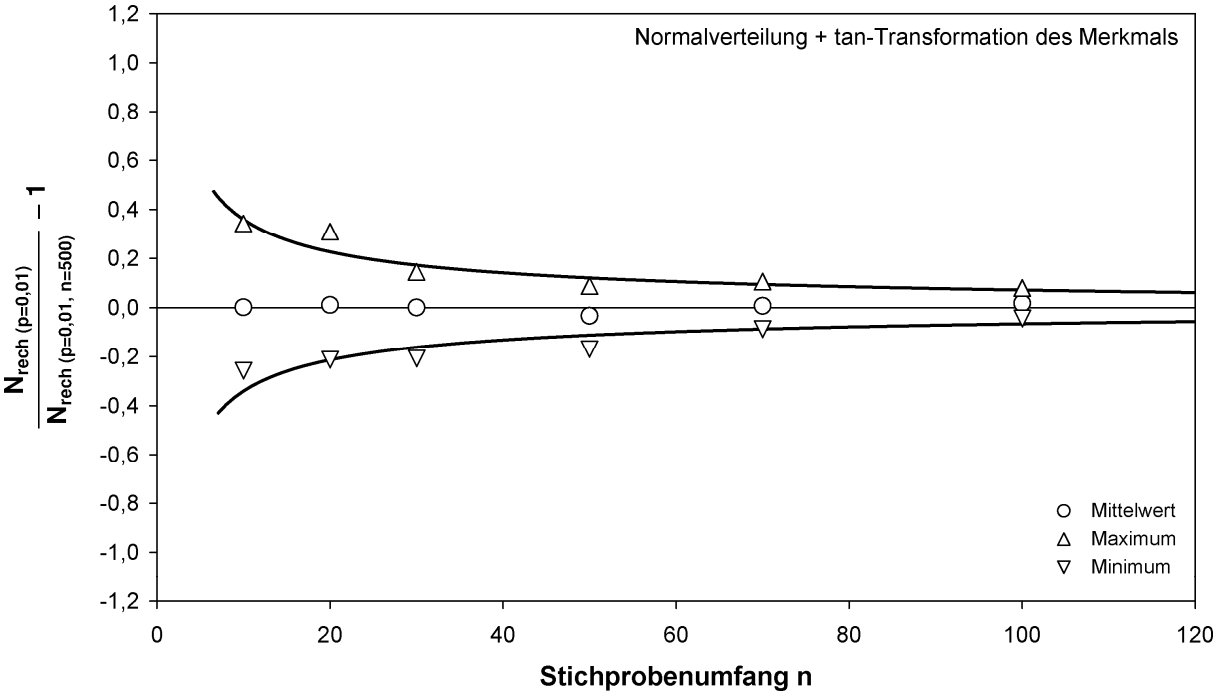


Bild 4.33b: $N_{(p = 0,01)}$ in Abhängigkeit vom diskreten Umfang n der Zufalls-Stichproben, bezogen auf $N_{(p = 0,01,\ n = 500)}$ (analog zu Bild 4.33a), Auswertung der Stichproben über Normalverteilung mit tan-Transformation des Merkmals

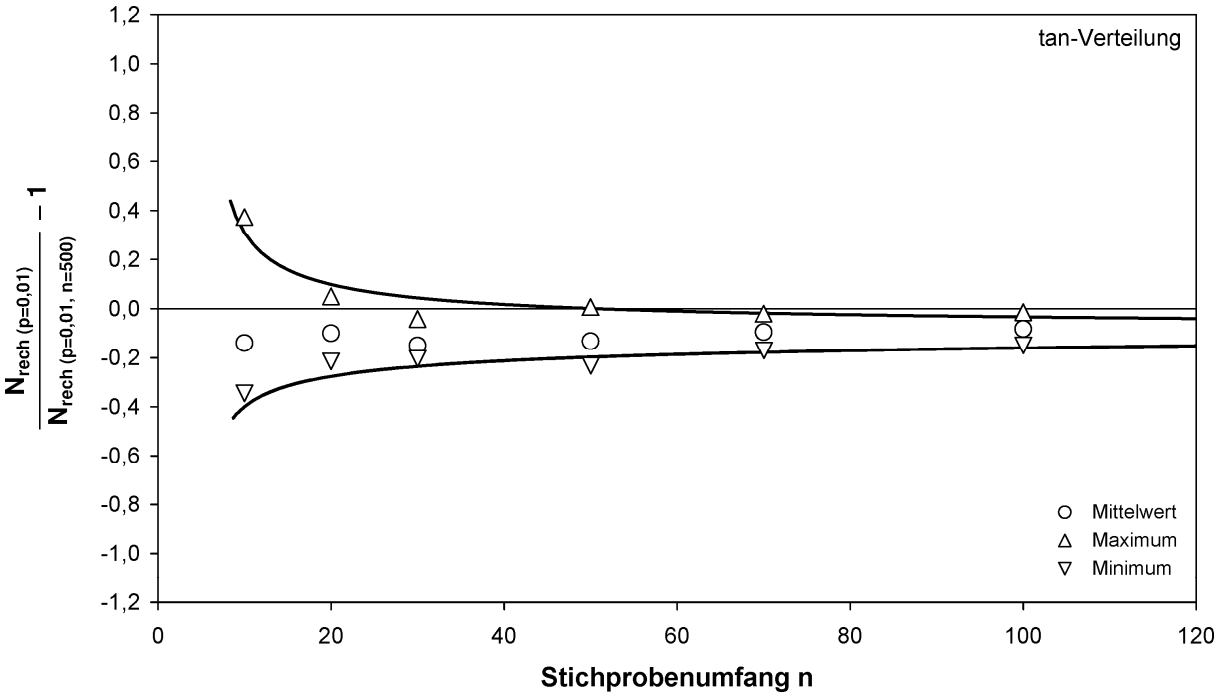


Bild 4.33c: $N_{(p = 0,01)}$ in Abhängigkeit vom diskreten Umfang n der Zufalls-Stichproben, bezogen auf $N_{(p = 0,01,\ n = 500)}$ (analog zu Bild 4.33a), Auswertung der Stichproben über tan-Verteilung

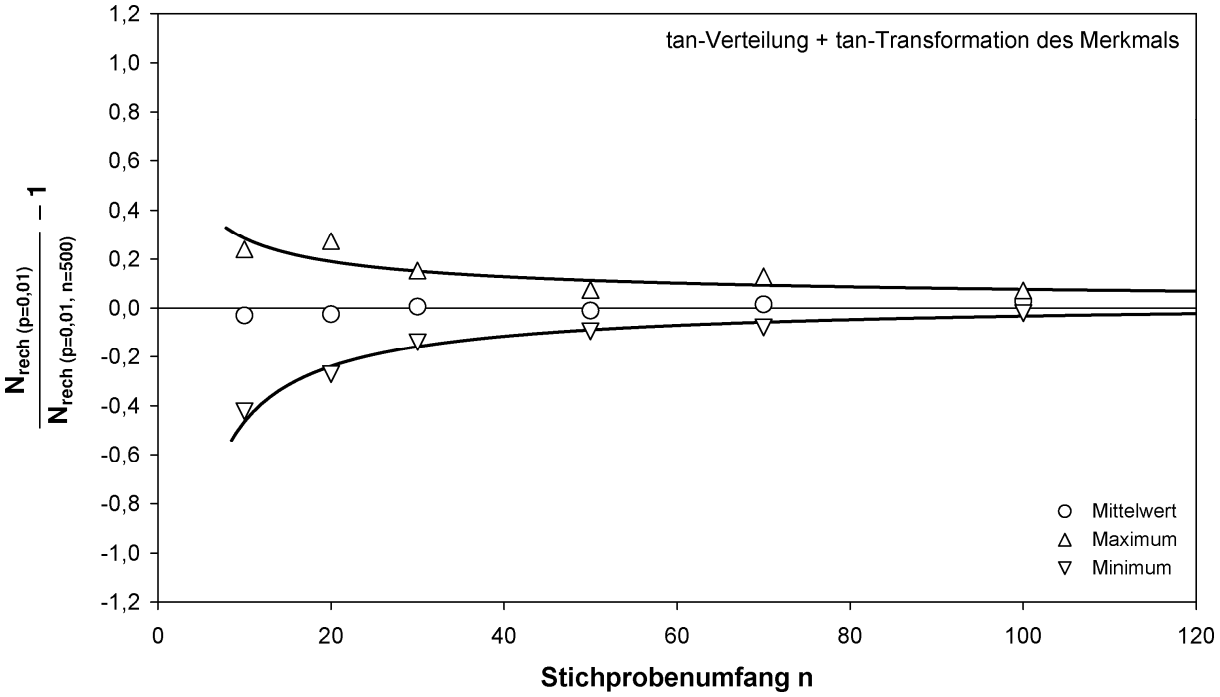


Bild 4.33d: $N_{(p = 0,01)}$ in Abhängigkeit vom diskreten Umfang n der Zufalls-Stichproben, bezogen auf $N_{(p = 0,01,\ n = 500)}$ (analog zu Bild 4.33a), Auswertung der Stichproben über tan-Verteilung mit tan-Transformation des Merkmals

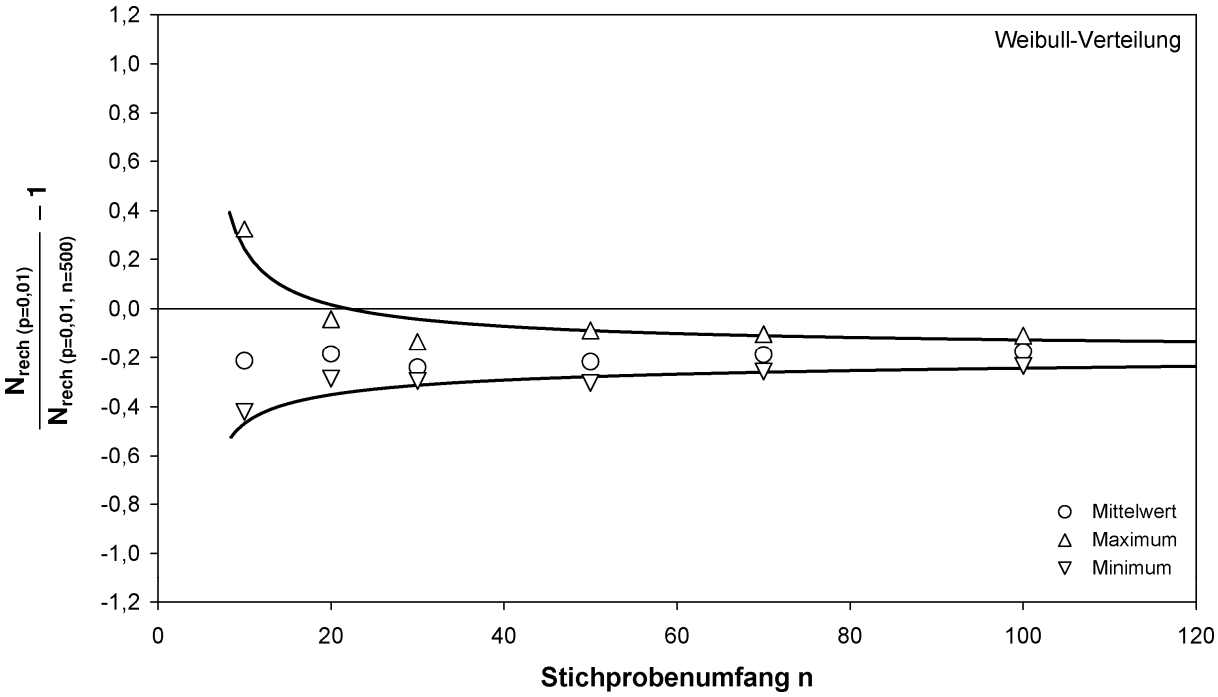


Bild 4.33e: $N_{(p = 0,01)}$ in Abhängigkeit vom diskreten Umfang n der Zufalls-Stichproben, bezogen auf $N_{(p = 0,01,\ n = 500)}$ (analog zu Bild 4.33a), Auswertung der Stichproben über Weibull-Verteilung

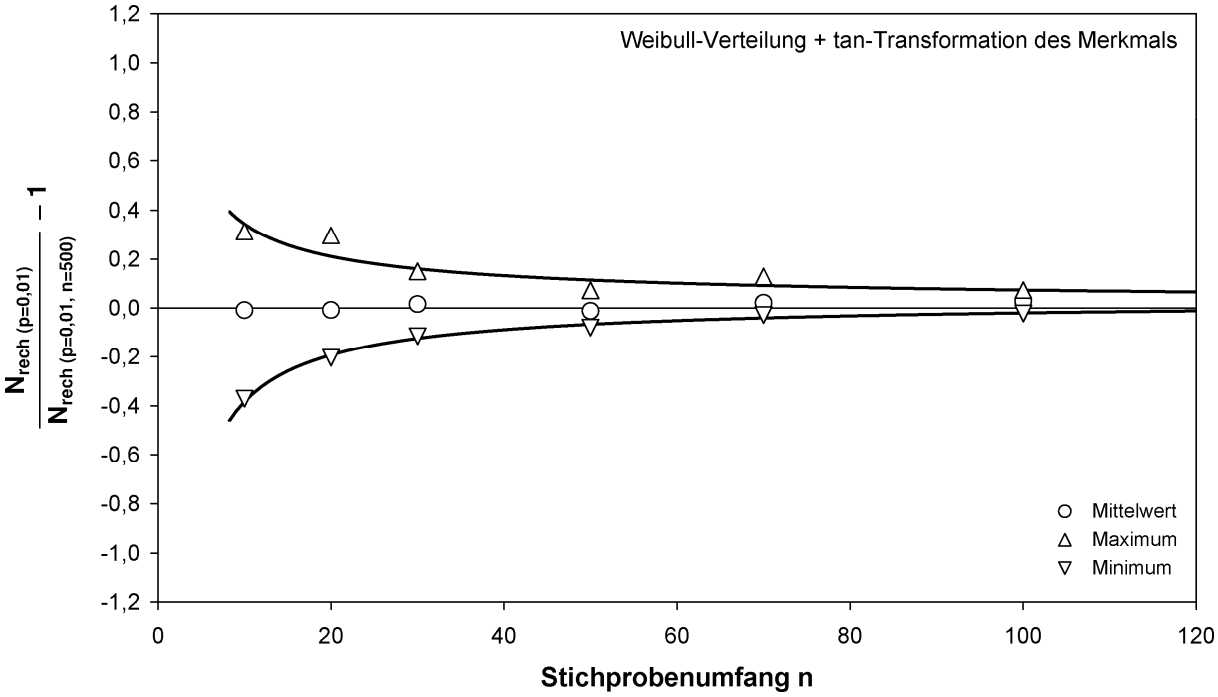


Bild 4.33f: $N_{(p = 0,01)}$ in Abhängigkeit vom diskreten Umfang n der Zufalls-Stichproben, bezogen auf $N_{(p = 0,01,\ n = 500)}$ (analog zu Bild 4.33a), Auswertung der Stichproben über Weibull-Verteilung mit tan-Transformation des Merkmals

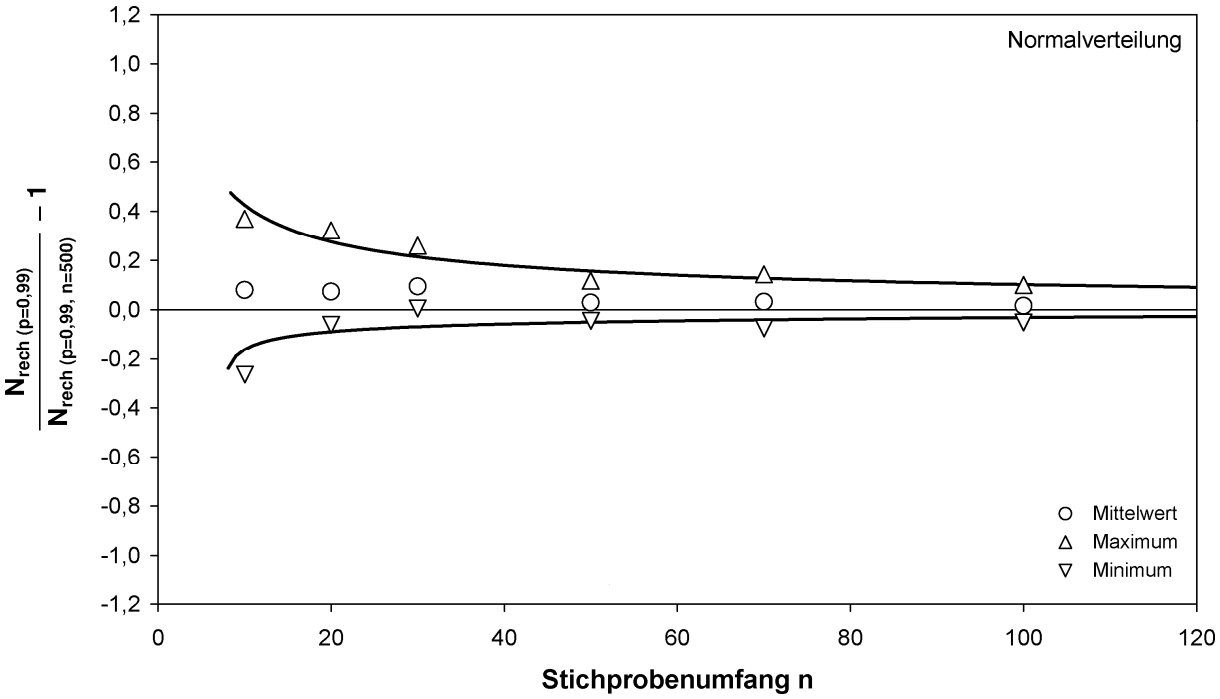


Bild 4.34a: Quantile $N_{(p = 0,99)}$ in Abhängigkeit vom diskreten Umfang n der Zufalls-Stichproben, bezogen auf das Quantil $N_{(p = 0,99,\ n = 500)}$

$N_{(p = 0,99)}$: extrapoliert mit der Normalverteilung aus Zufalls-Stichproben des Lastniveaus Nr. 57 mit unterschiedlichem Umfang n, pro Stichprobengröße 10 Reihen

$N_{(p = 0,99,\ n = 500)}$: Bezugswert, ermittelt über die Auswertung des Gesamtprobenumfangs, Bild 4.32 unten

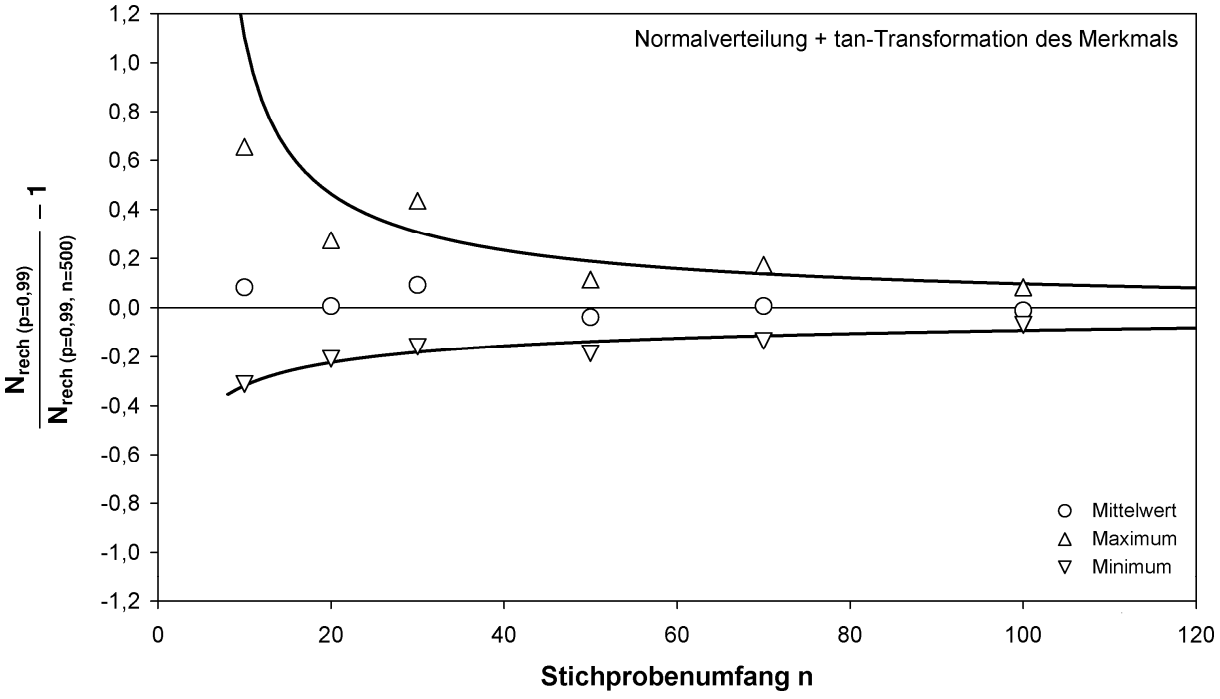


Bild 4.34b: $N_{(p = 0,99)}$ in Abhängigkeit vom diskreten Umfang n der Zufalls-Stichproben, bezogen auf $N_{(p = 0,99,\ n = 500)}$ (analog zu Bild 4.34a), Auswertung der Stichproben über Normalverteilung mit tan-Transformation des Merkmals

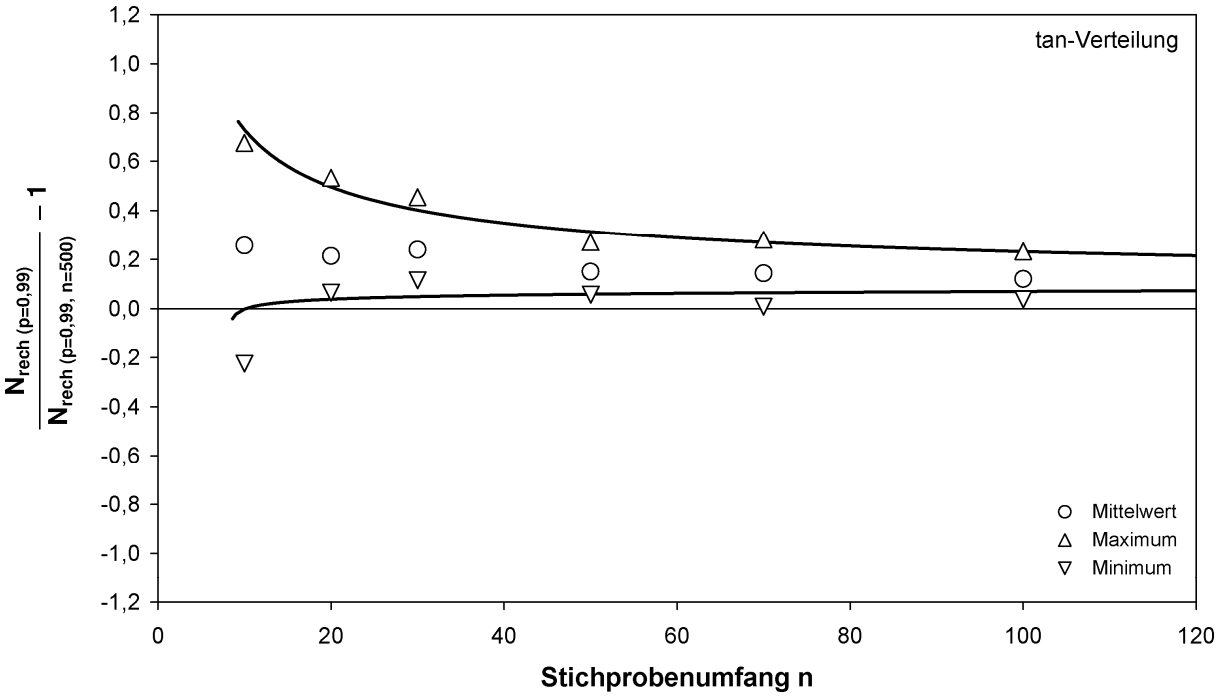


Bild 4.34c: $N_{(p = 0,99)}$ in Abhängigkeit vom diskreten Umfang n der Zufalls-Stichproben, bezogen auf $N_{(p = 0,99,\ n = 500)}$ (analog zu Bild 4.34a), Auswertung der Stichproben über tan-Verteilung

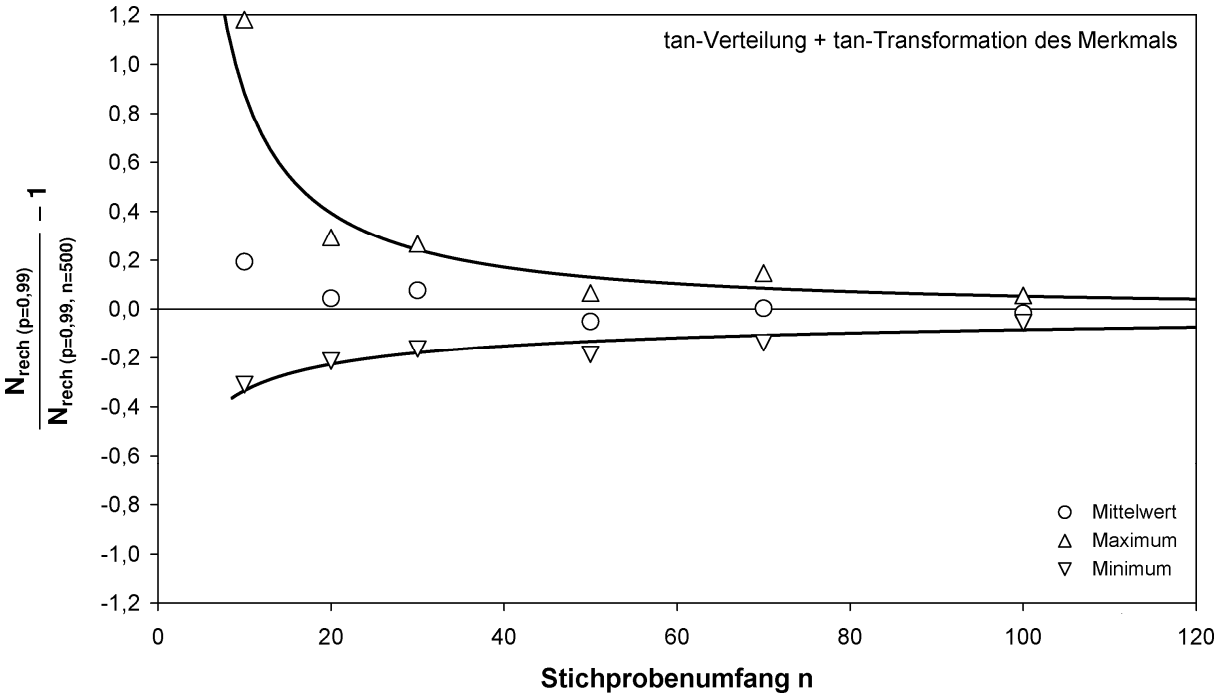


Bild 4.34d: $N_{(p = 0,99)}$ in Abhängigkeit vom diskreten Umfang n der Zufalls-Stichproben, bezogen auf $N_{(p = 0,99,\ n = 500)}$ (analog zu Bild 4.34a), Auswertung der Stichproben über tan-Verteilung mit tan-Transformation des Merkmals

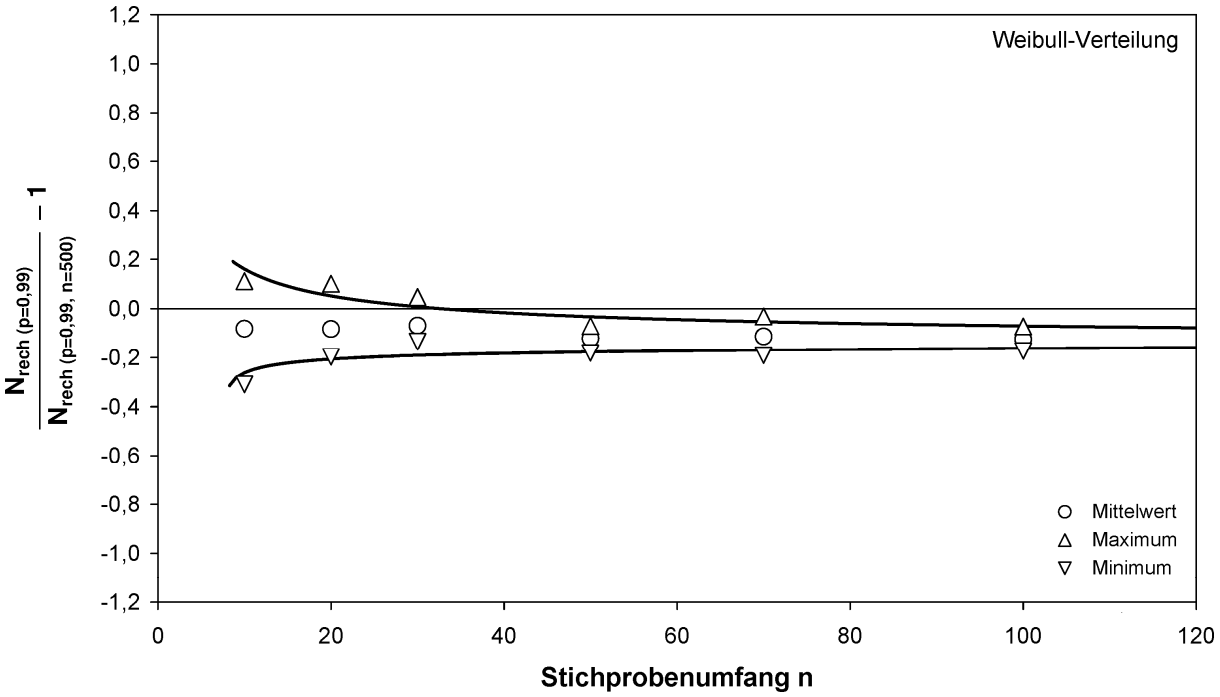


Bild 4.34e: $N_{(p = 0,99)}$ in Abhängigkeit vom diskreten Umfang n der Zufalls-Stichproben, bezogen auf $N_{(p = 0,99,\ n = 500)}$ (analog zu Bild 4.34a), Auswertung der Stichproben über Weibull-Verteilung

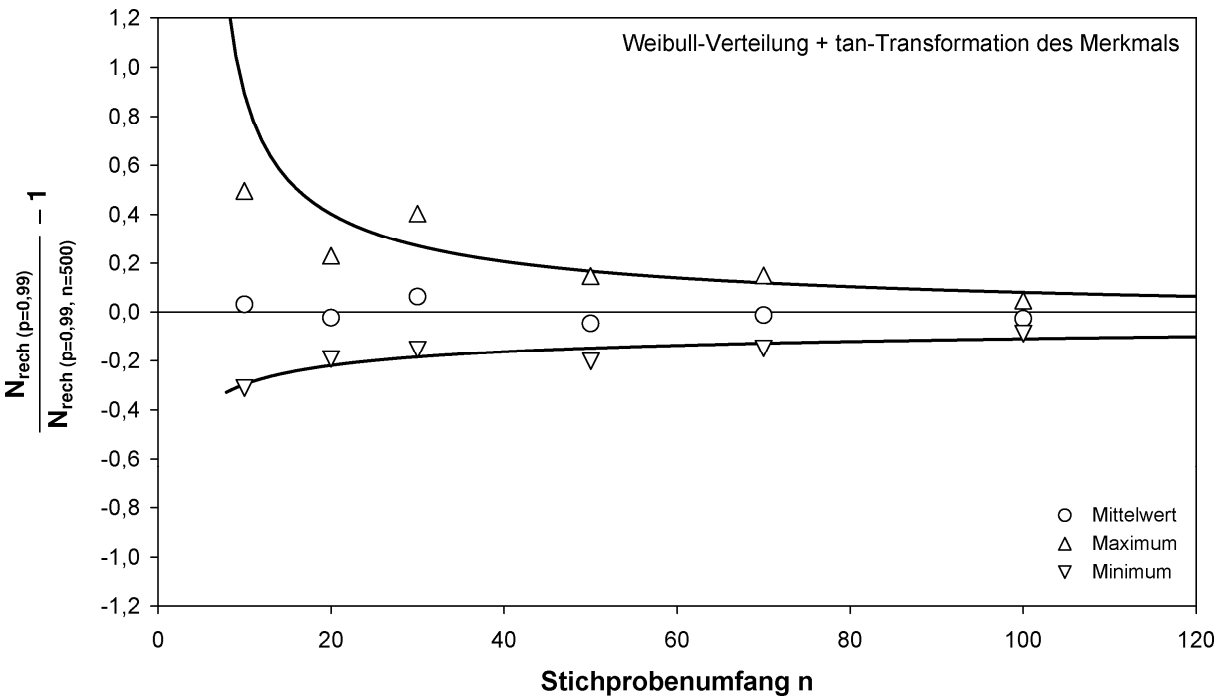


Bild 4.34f: $N_{(p = 0,99)}$ in Abhängigkeit vom diskreten Umfang n der Zufalls-Stichproben, bezogen auf $N_{(p = 0,99,\ n = 500)}$ (analog zu Bild 4.34a), Auswertung der Stichproben über Weibull-Verteilung mit tan-Transformation des Merkmals

4.4.2 2. Beispiel: Schrauben Festigkeitsklasse 12.9, n = 316 (Lastniveau Nr. 61 nach Tabelle 4.6)

In **Bild 4.35** ist die Bezugsauswertung des Lastniveaus Nr. 61 wiedergegeben. Auch dieser Horizont lässt sich durch die Normalverteilung sehr gut beschreiben, allerdings besser mit der tan-Verteilung. Letztendlich wurde wiederum die Auswertemethode mit dem höchsten Korrelationskoeffizienten gewählt, wobei die zusätzliche tan-Transformation die ohnehin sehr gute Korrelation der tan-Verteilung noch deutlicher verbessert als die der Normalverteilung im vorigen Beispiel. Die Weibull-Verteilung beschreibt das Lastniveau erneut weniger gut.

Die **Bilder 4.36a-f** und **4.37a-f** sind analog zu den Bildern 4.33a-f und 4.34a-f aufgebaut. Die Normalverteilung beschreibt das Lastniveau ohnehin sehr gut und wird mit der tan-Transformation kaum verbessert, Bild 4.36a und b sowie 4.37a und b. Dasselbe gilt für die tan-Verteilung, Bild 4.36c und d sowie Bild 4.37c und d. Die Abschätzung des Quantils $N_{(p = 0,99)}$ wird immerhin im Mittel besser und die Differenz zwischen Maximum und Minimum ab n = 70 kleiner, Bild 4.37c und d. Die leichte Änderung des Quantils $N_{(p = 0,99)}$ durch die tan-Transformation ist schon in Bild 4.35 bei der Bezugsauswertung andeutungsweise zu erkennen. Die Weibull-Verteilung ohne zusätzliche Transformation unterschätzt die Quantile für p = 0,01 (Bild 4.36e) und p = 0,99 (Bild 4.37e) durchgängig, mit tan-Transformation wird die Abschätzung ab n = 50 besser, Bild 4.36f und 4.37f.

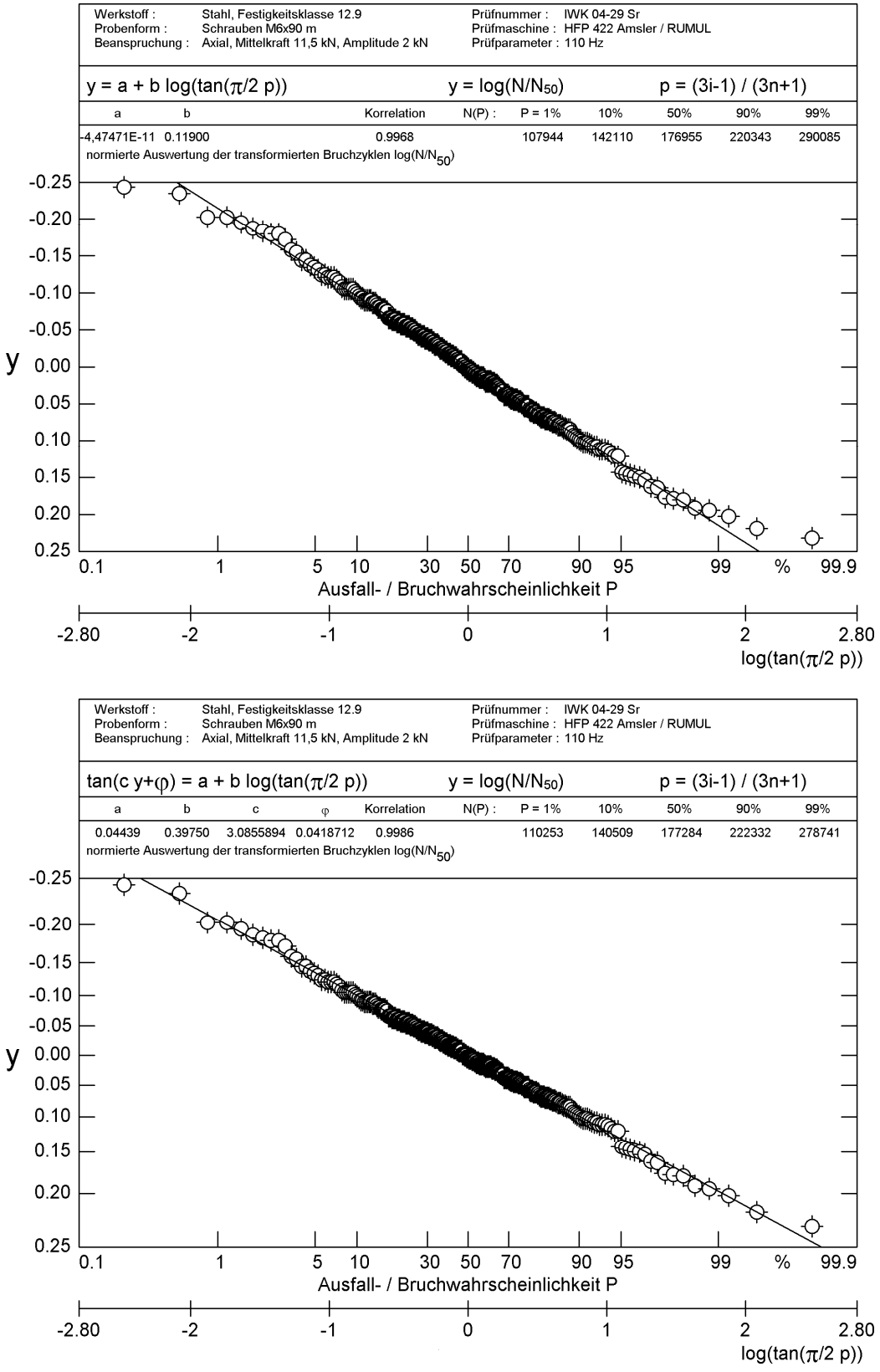


Bild 4.35: Bezugsauswertung für Lastniveau Nr. 61 (Schrauben Festigkeitsklasse 12.9)
oben: tan-Verteilung ohne tan-Transformation
unten: tan-Verteilung mit tan-Transformation des Merkmals
(beste Korrelation)

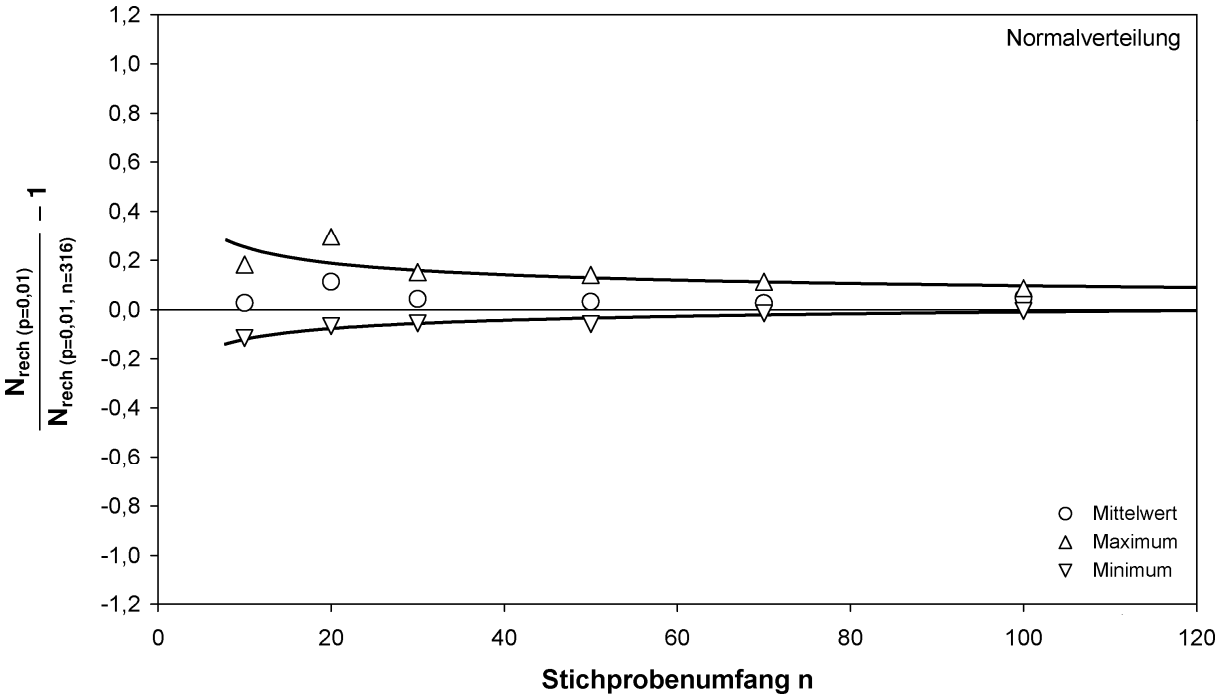


Bild 4.36a: Quantile $N_{(p = 0,01)}$ in Abhängigkeit vom diskreten Umfang n der Zufalls-Stichproben, bezogen auf das Quantil $N_{(p = 0,01,\ n = 316)}$

$N_{(p = 0,01)}$: extrapoliert mit der Normalverteilung aus Zufalls-Stichproben des Lastniveaus Nr. 61 mit unterschiedlichem Umfang n, pro Stichprobengröße 10 Reihen

$N_{(p = 0,01,\ n = 316)}$: Bezugswert, ermittelt über die Auswertung des Gesamtprobenumfangs, Bild 4.35 unten

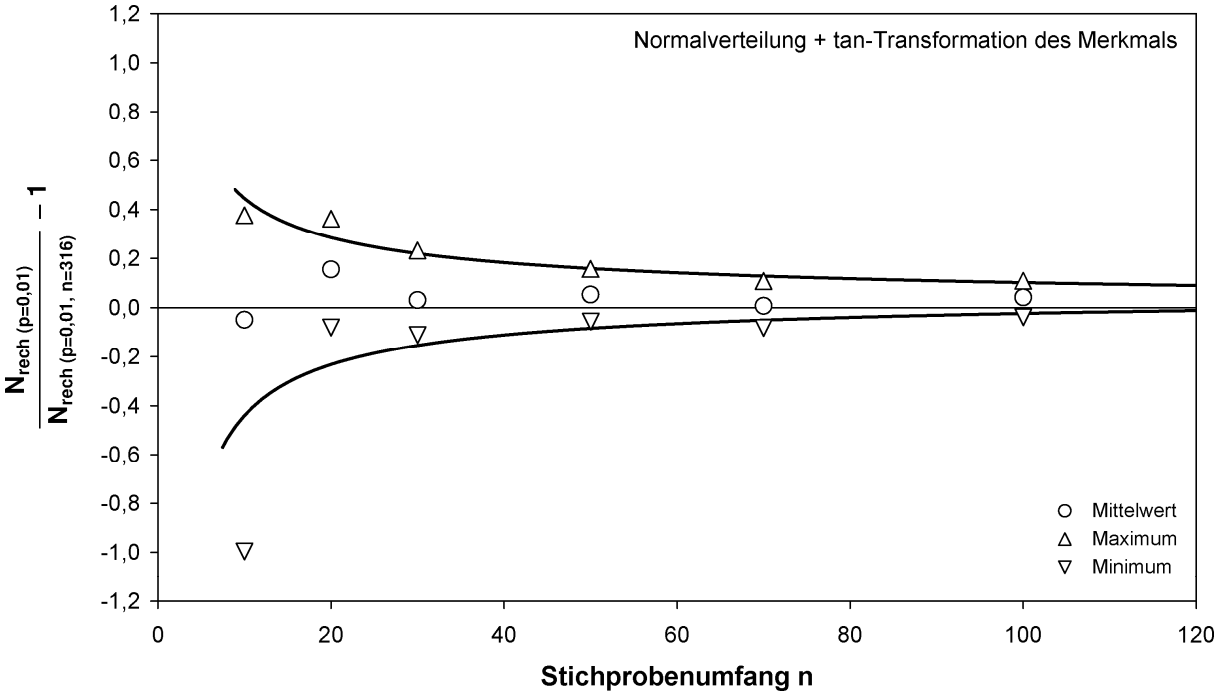


Bild 4.36b: $N_{(p = 0,01)}$ in Abhängigkeit vom diskreten Umfang n der Zufalls-Stichproben, bezogen auf $N_{(p = 0,01,\ n = 316)}$ (analog zu Bild 4.36a), Auswertung der Stichproben über Normalverteilung mit tan-Transformation des Merkmals

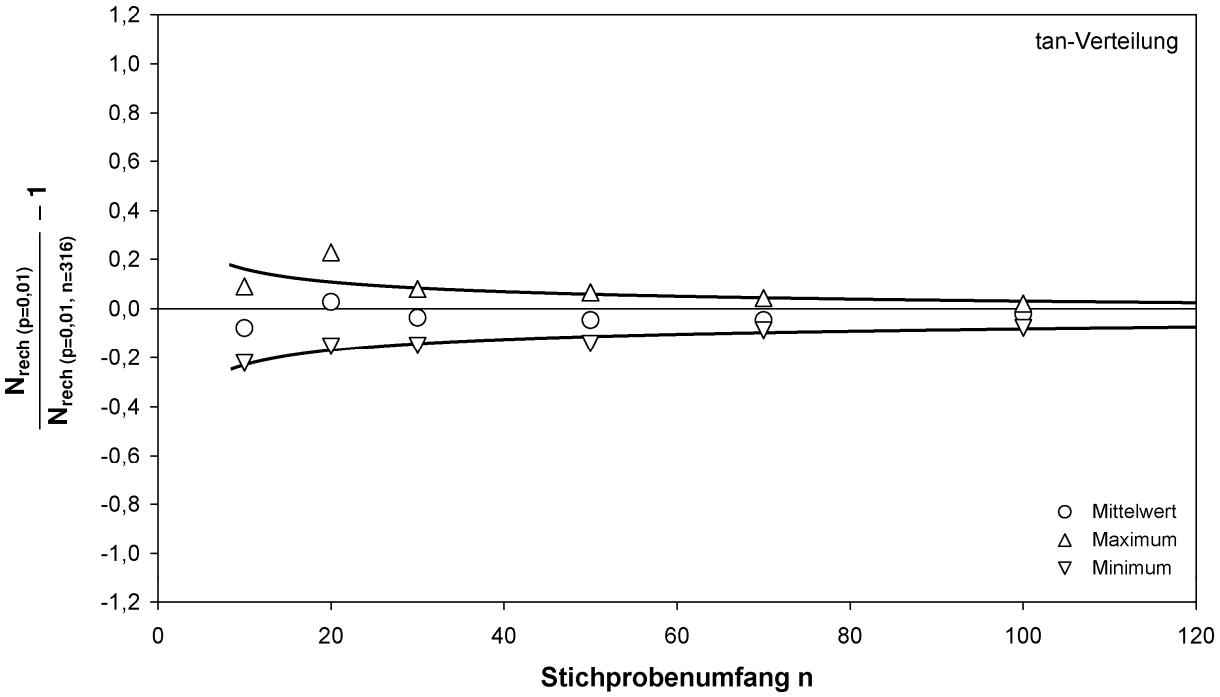


Bild 4.36c: $N_{(p = 0,01)}$ in Abhängigkeit vom diskreten Umfang n der Zufalls-Stichproben, bezogen auf $N_{(p = 0,01,\ n = 316)}$ (analog zu Bild 4.36a), Auswertung der Stichproben über tan-Verteilung

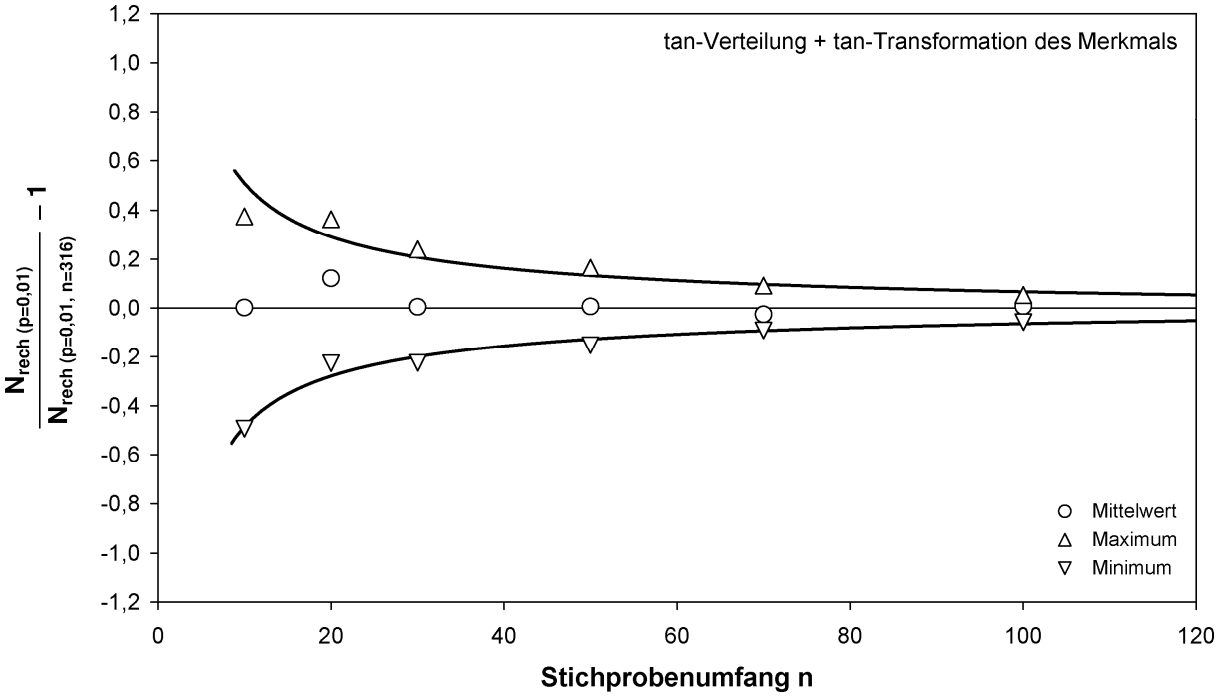


Bild 4.36d: $N_{(p = 0,01)}$ in Abhängigkeit vom diskreten Umfang n der Zufalls-Stichproben, bezogen auf $N_{(p = 0,01,\ n = 316)}$ (analog zu Bild 4.36a), Auswertung der Stichproben über tan-Verteilung mit tan-Transformation des Merkmals

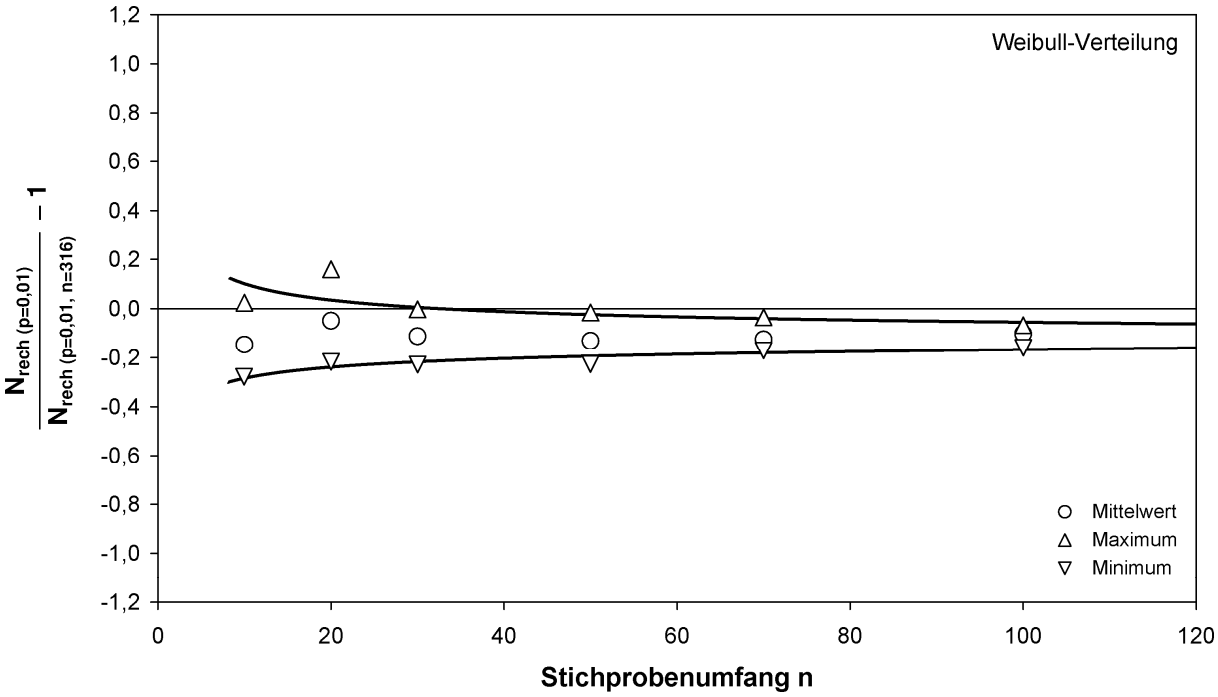


Bild 4.36e: $N_{(p = 0,01)}$ in Abhängigkeit vom diskreten Umfang n der Zufalls-Stichproben, bezogen auf $N_{(p = 0,01,\ n = 316)}$ (analog zu Bild 4.36a), Auswertung der Stichproben über Weibull-Verteilung

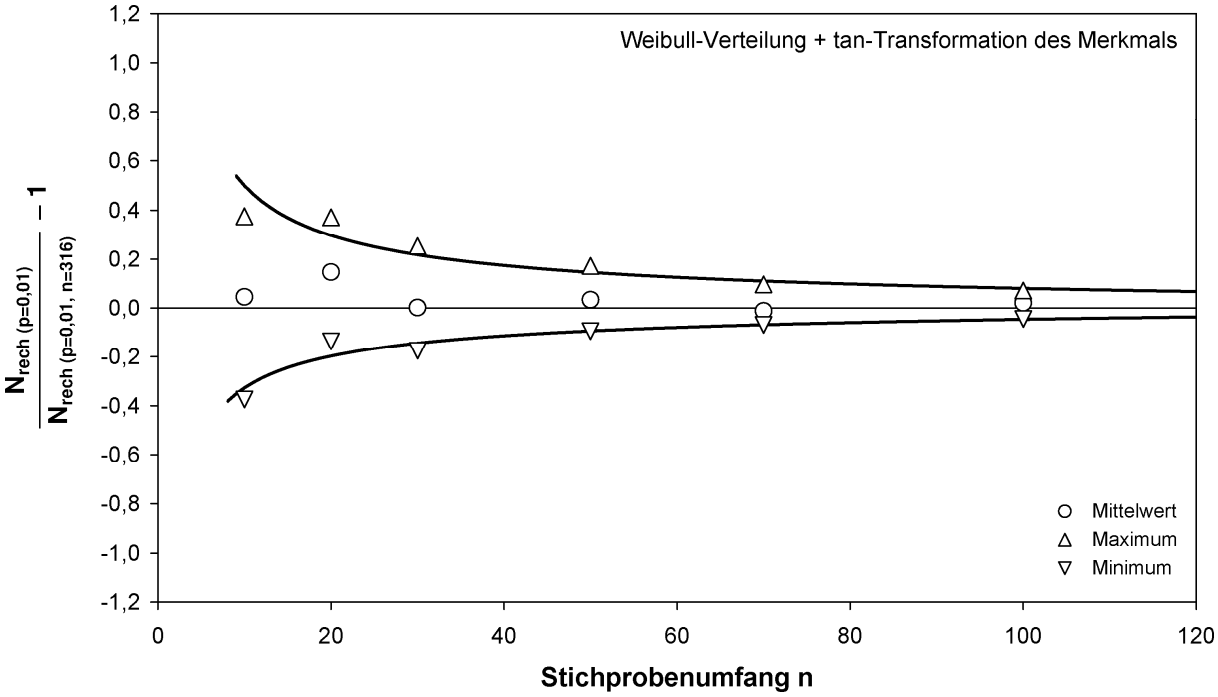


Bild 4.36f: $N_{(p = 0,01)}$ in Abhängigkeit vom diskreten Umfang n der Zufalls-Stichproben, bezogen auf $N_{(p = 0,01,\ n = 316)}$ (analog zu Bild 4.36a), Auswertung der Stichproben über Weibull-Verteilung mit tan-Transformation des Merkmals

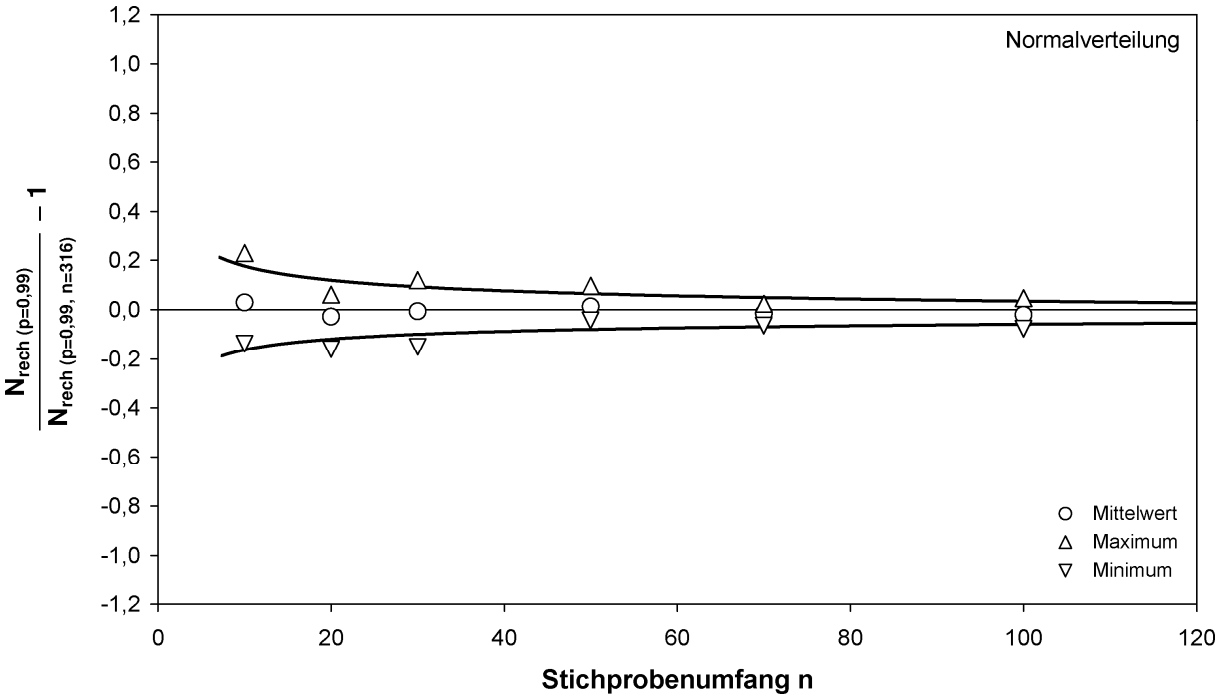


Bild 4.37a: Quantile $N_{(p = 0,99)}$ in Abhängigkeit vom diskreten Umfang n der Zufalls-Stichproben, bezogen auf das Quantil $N_{(p = 0,99,\ n = 316)}$

$N_{(p = 0,99)}$: extrapoliert mit der Normalverteilung aus Zufalls-Stichproben des Lastniveaus Nr. 61 mit unterschiedlichem Umfang n, pro Stichprobengröße 10 Reihen

$N_{(p = 0,99,\ n = 316)}$: Bezugswert, ermittelt über die Auswertung des Gesamtprobenumfangs, Bild 4.35 unten

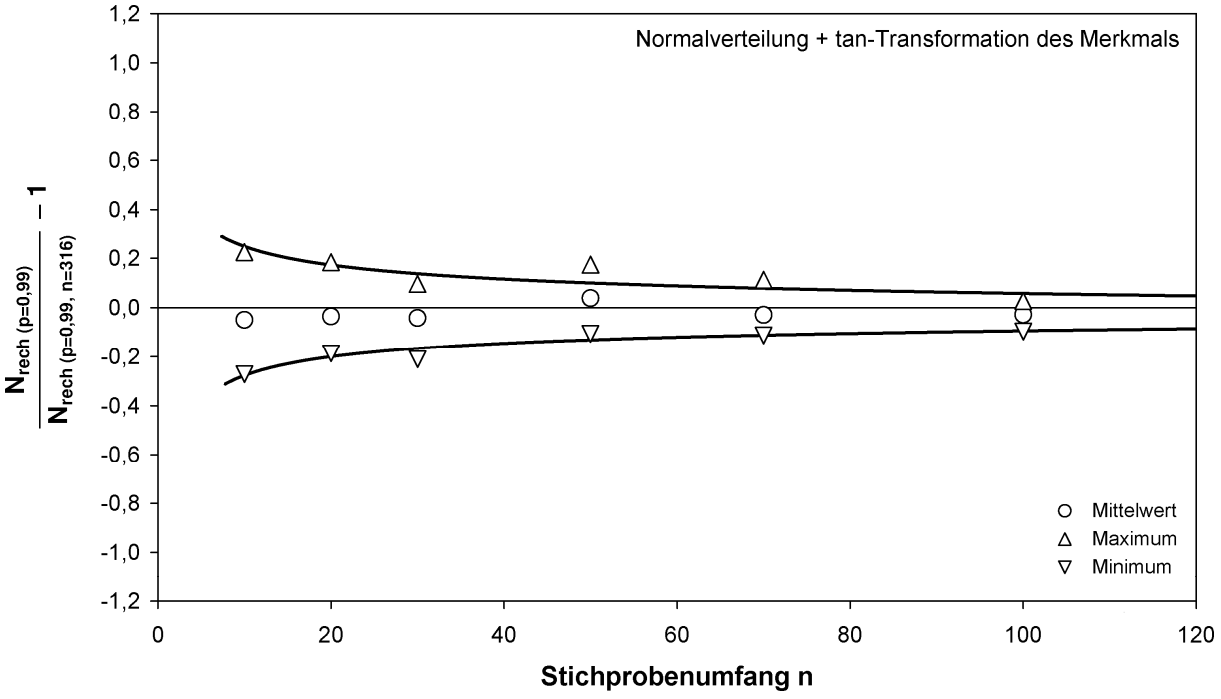


Bild 4.37b: $N_{(p = 0,99)}$ in Abhängigkeit vom diskreten Umfang n der Zufalls-Stichproben, bezogen auf $N_{(p = 0,99,\ n = 316)}$ (analog zu Bild 4.37a), Auswertung der Stichproben über Normalverteilung mit tan-Transformation des Merkmals

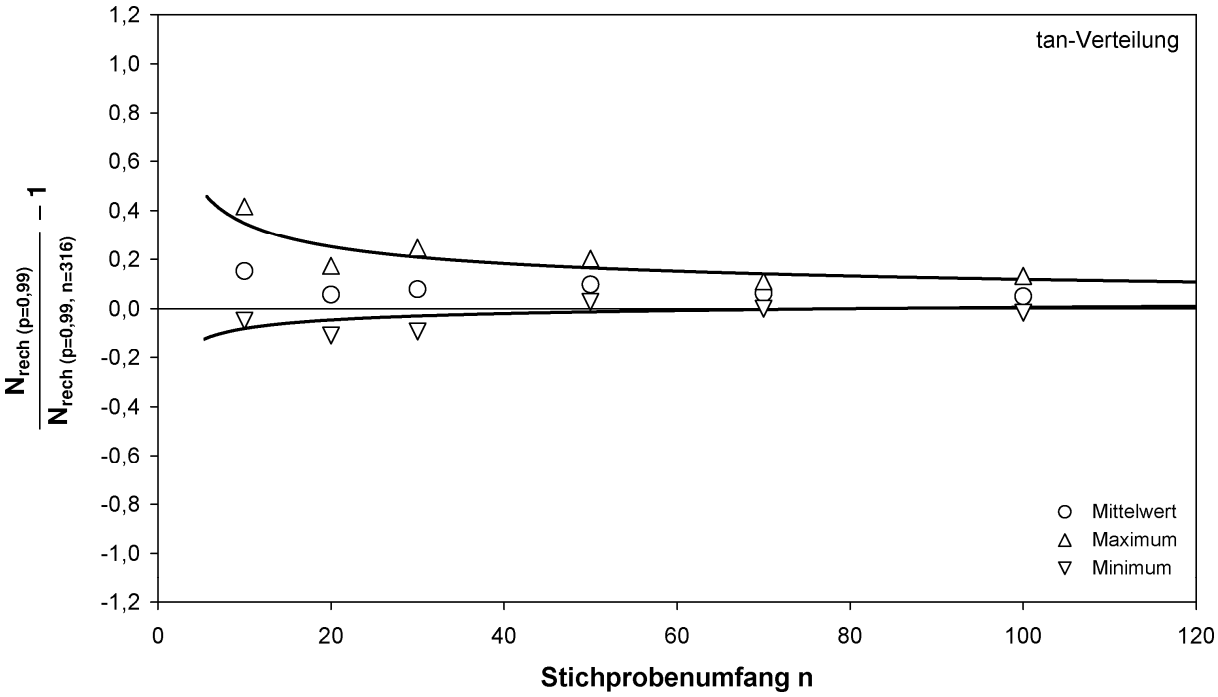


Bild 4.37c: $N_{(p = 0,99)}$ in Abhängigkeit vom diskreten Umfang n der Zufalls-Stichproben, bezogen auf $N_{(p = 0,99,\ n = 316)}$ (analog zu Bild 4.37a), Auswertung der Stichproben über tan-Verteilung

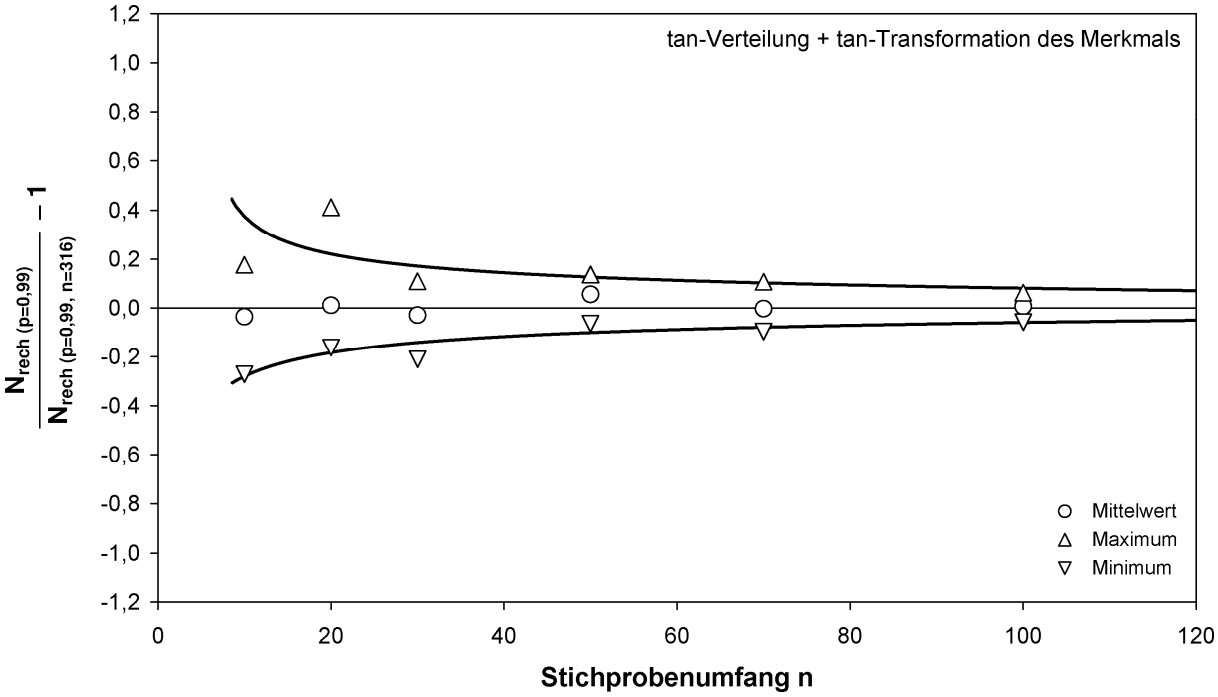


Bild 4.37d: $N_{(p = 0,99)}$ in Abhängigkeit vom diskreten Umfang n der Zufalls-Stichproben, bezogen auf $N_{(p = 0,99,\ n = 316)}$ (analog zu Bild 4.37a), Auswertung der Stichproben über tan-Verteilung mit tan-Transformation des Merkmals

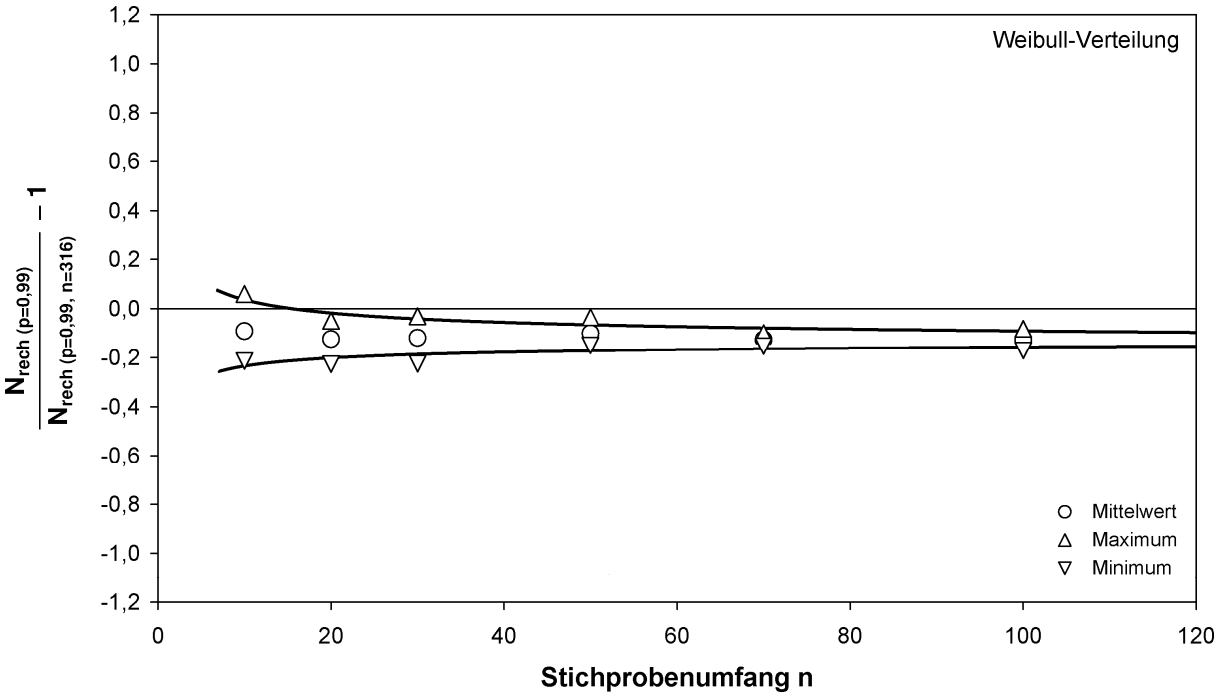


Bild 4.37e: $N_{(p = 0,99)}$ in Abhängigkeit vom diskreten Umfang n der Zufalls-Stichproben, bezogen auf $N_{(p = 0,99,\ n = 316)}$ (analog zu Bild 4.37a), Auswertung der Stichproben über Weibull-Verteilung

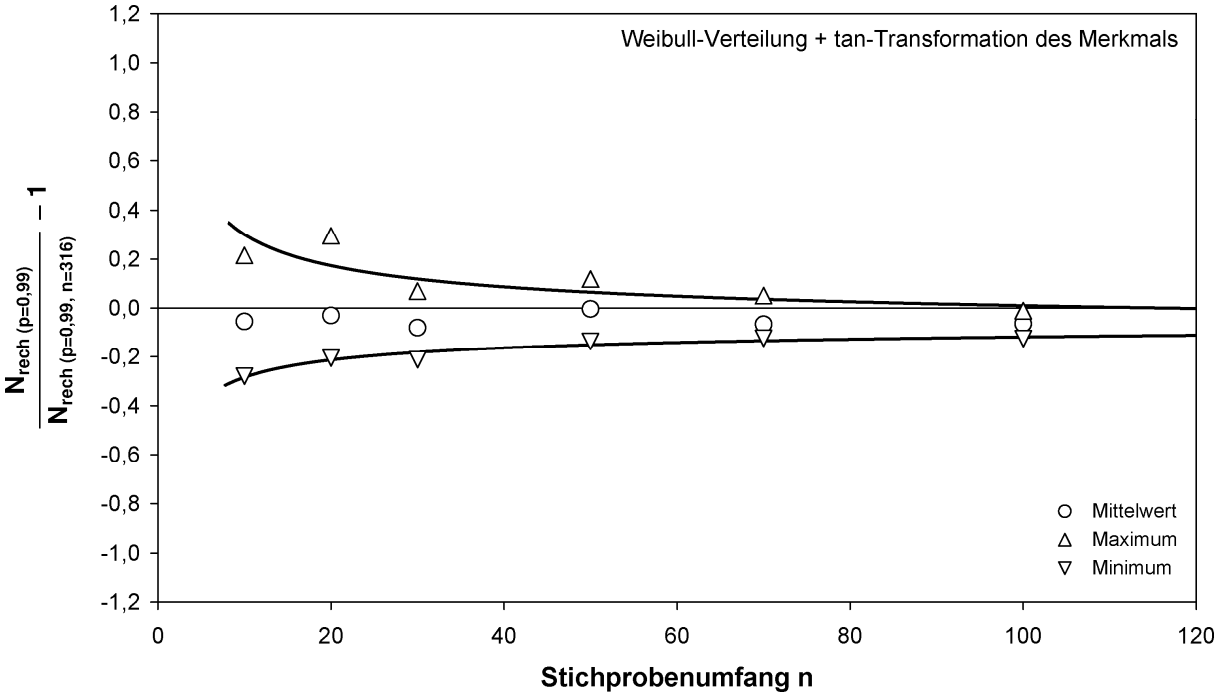


Bild 4.37f: $N_{(p = 0,99)}$ in Abhängigkeit vom diskreten Umfang n der Zufalls-Stichproben, bezogen auf $N_{(p = 0,99,\ n = 316)}$ (analog zu Bild 4.37a), Auswertung der Stichproben über Weibull-Verteilung mit tan-Transformation des Merkmals

4.4.3 Bemerkungen

Dass eine Korrelationsoptimierung von einzelnen HCF-Lastniveaus mit der tan-Transformation erst ab relativ großen Stichprobenzahlen pauschal nutzbringend angewendet werden kann, wurde anhand der zwei vorausgegangenen Beispiele deutlich gezeigt. Wie die Extrapolationsfähigkeit eines Auswertemodells durch die Einführung weiterer Parameter gegebenenfalls schlechter statt besser werden kann, ist in den **Bildern 4.38** sowie **4.39a** und **b** exemplarisch demonstriert. Hier wurden aus Lastniveau Nr. 57 per Zufallsgenerator 10 Werte entnommen. Obwohl die Auswertung dieser Stichprobe, in Bild 4.38 mit Rauten dargestellt, nach der herkömmlichen Normalverteilung einen äußerst bescheidenen Korrelationskoeffizienten ergibt, ist zufälligerweise die Abschätzung der Quantile für 1% und 99% sogar exzellent (Bild 4.39a). Hingegen wird der Korrelationskoeffizient bei Anwendung der tan-Transformation zwar dramatisch verbessert, aber die entsprechenden Quantile werden weitaus schlechter beschrieben (Bild 4.39b). Die Wahrscheinlichkeit wird mit der Schätzfunktion über die Ordnungszahl approximiert, somit können bei kleinen Stichprobenzahlen in der Darstellung Unstetigkeiten entstehen. Besonders deutlich wird dies für den Stützwert in Bild 4.39a, der eine weitaus niedrigere Lebensdauer als die restlichen aufweist. Dieses Einzelergebnis würde in der Praxis gerne als „Ausreißer“ abgetan werden, obwohl es offensichtlich innerhalb der Streuung liegt, die bekannt ist, wenn mehr Versuchspunkte vorliegen (in Bild 4.38 mit Kreuzen symbolisiert). Durch die tan-Transformation wird das Wahrscheinlichkeitsnetz in dem Bemühen, den scheinbaren „Ausreißer“ wieder einzufangen, aufgrund der geringen Zahl an Versuchspunkten und somit mangelndem Gegengewicht ungünstig verzerrt. Die Beurteilung eines Auswertemodells allein anhand des Korrelationskoeffizienten ist also für kleine Stichprobenzahlen zweifelhaft. Die allgemeine Unsicherheit aufgrund mangelhafter Probenbelegung kann durch Korrelationsoptimierung nicht kompensiert werden.

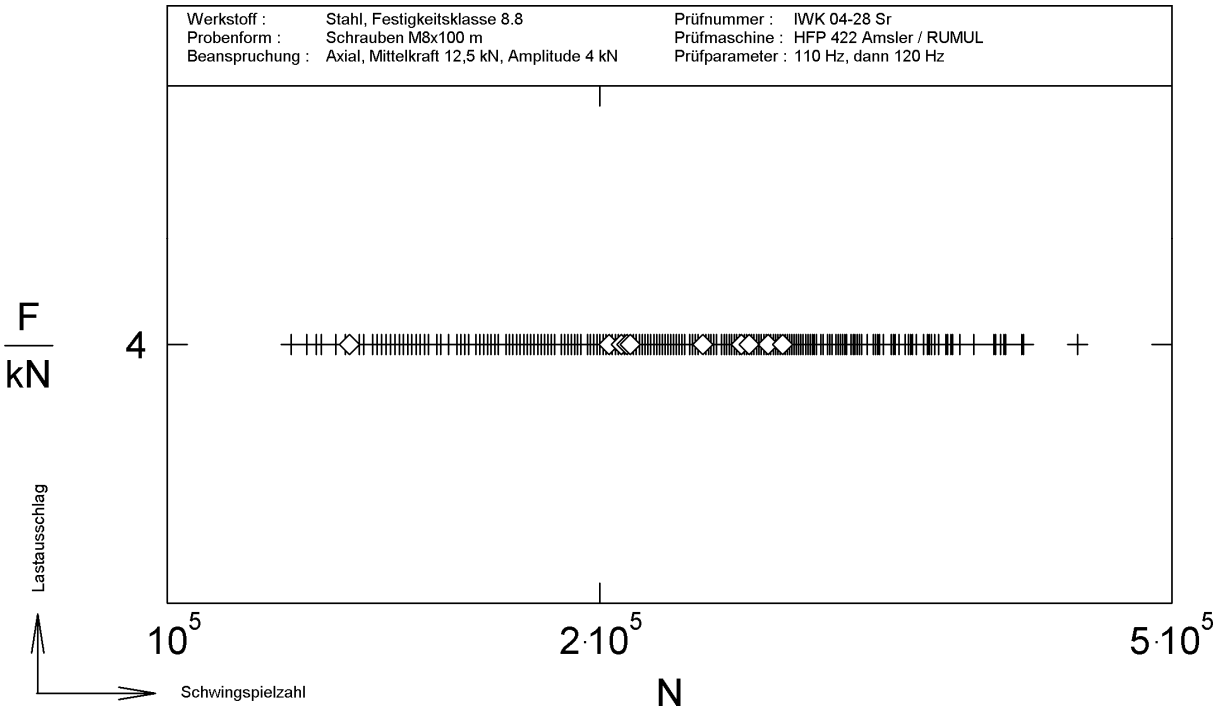


Bild 4.38: Stichprobe (n = 10) aus Lastniveau Nr. 57; Überlegung, dass Versuchspunkt mit weitaus geringster Lebensdauer „Ausreißer“ sein könnte, mit steigender Stichprobenzahl widerlegt

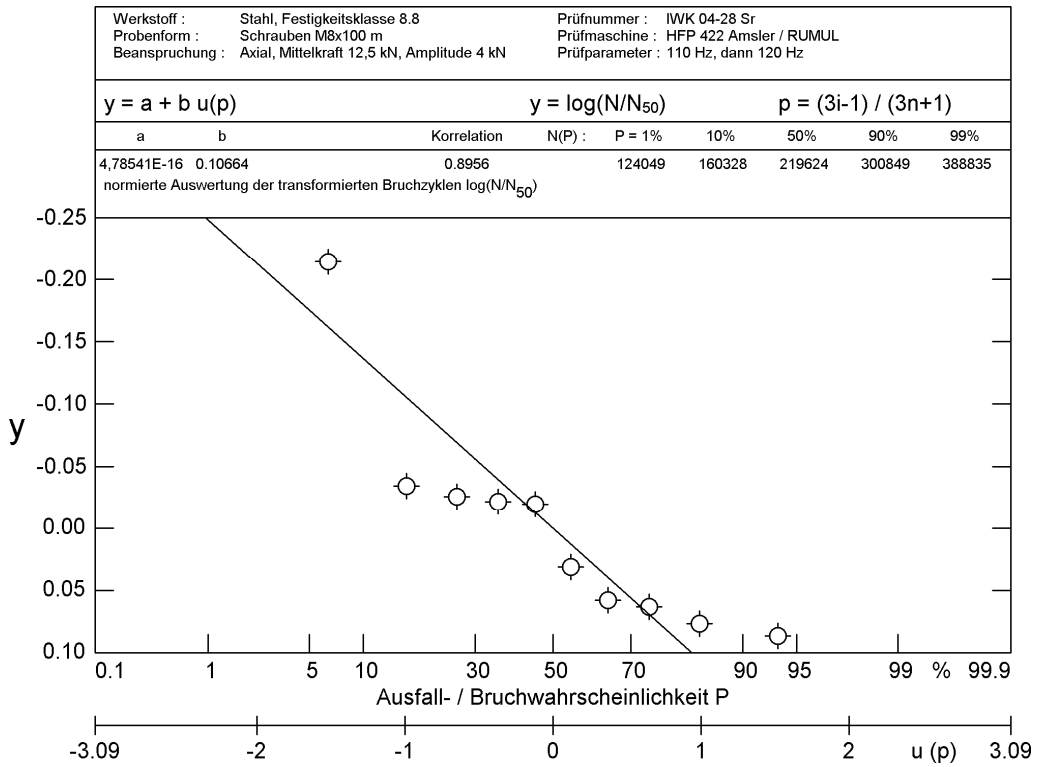


Bild 4.39a: Auswertung der Stichprobe aus Bild 4.38 über Normalverteilung; aufgrund des „Ausreißers“ Abschätzung der Quantile des vollständig belegten Lastniveaus exzellent (1%-Quantil: Abweichung 0%, 99%-Quantil: Abweichung +2%)

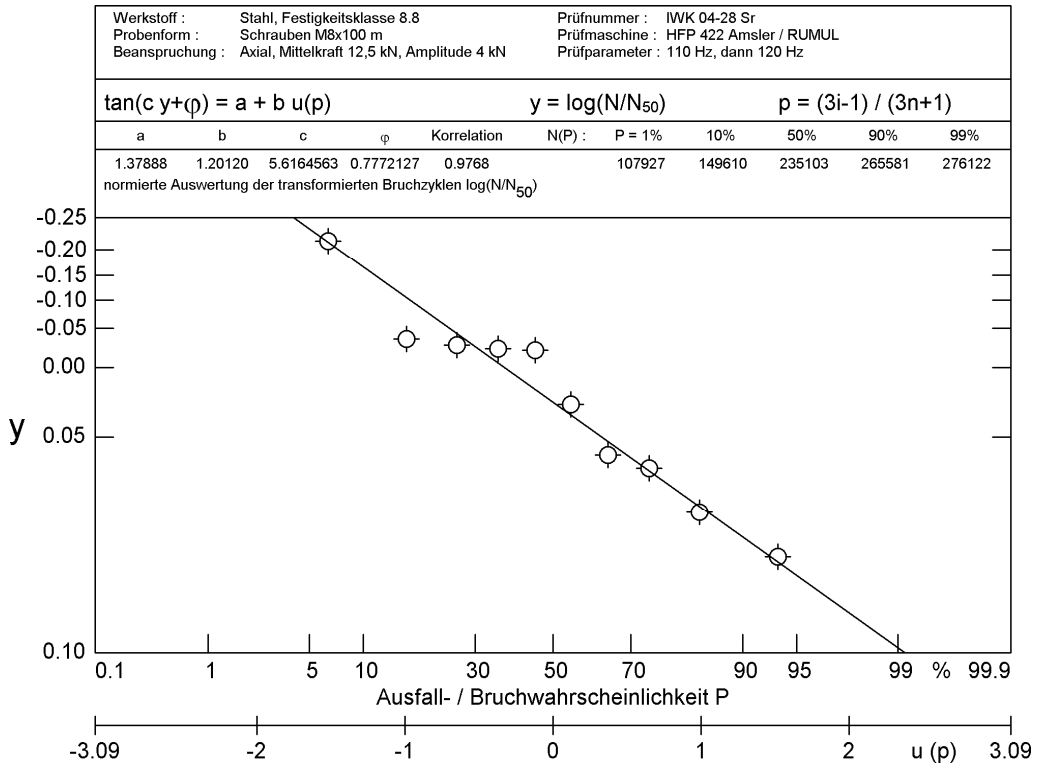


Bild 4.39b: Auswertung der Stichprobe aus Bild 4.38 über Normalverteilung und tan-Transformation; „Ausreißer“ eingefangen auf Kosten der Extrapolation der 1- und 99%-Quantile (1%-Quantil: Abweichung −14%, 99%-Quantil: Abweichung −28%)

Die Anwendung der tan-Transformation ist offensichtlich dann sinnvoll, wenn ein systematischer Fehler der Verteilung im Wahrscheinlichkeitsnetz eindeutig (in diesem Fall für die Weibull-Verteilung) zu erkennen ist und eine ausreichende Probenanzahl vorliegt. Diese Zahl könnte anhand dieser Studie mit etwa n = 50 beziffert werden, jedoch ist eine genaue Quantifizierung nicht möglich aufgrund der notgedrungen niedrigen Zahl an Stichproben pro Serie und der daraus resultierenden Instabilität der Kurven in den Bildern 4.33 und 34 sowie 4.36 und 37.

Mit dieser Studie wurde deutlich, dass eine Auswertung von kleinen Stichprobenumfängen mit der tan-Transformation riskant ist. Insofern ist sie eher zur Beschreibung von Merkmalswerten geeignet, die in Großserien gemessen werden und mit herkömmlichen Verteilungen nur unzureichend erfasst werden können. In Kap 6.3 wird sich beispielsweise für die globale Auswertung der umfangreichen Schwingversuche aus Kap. 3 mit einer nichtlinearen Wöhlerkurve die Anwendung der tan-Transformation als vorteilhaft erweisen.

Trotz aller Optimierungsansätze zur Beschreibung der Streuung von Schwingversuchen lässt sich ohne ein plausibles Wöhlerkurvenmodell das Wöhlerfeld nicht ganzheitlich erfassen. Im Folgenden werden viel versprechende Wöhlerkurvenmodelle aus der Literatur miteinander verglichen.

5 Nichtlineare Modelle im Vergleich

Im Rahmen dieser Arbeit wurden die Modelle nach Palmgren und Stüssi sowie das Neutrale und Goniometrische Modell als potentiell geeignet für die ganzheitliche Beschreibung der Wöhlerkurve angesehen. Die Wöhlerkurvenverläufe sind leider nicht auf den ersten Blick ersichtlich. Für diese Dissertation wurden die genannten Varianten daher eigens in eine Arbeitsversion von SAFD unter Delphi implementiert. Somit können sie visualisiert und miteinander verglichen werden. Angesichts der in [Mül74a] verwendeten Schreibweise

$$\ln\frac{S}{D} = 2\mu \arctan \sqrt[\nu]{\frac{\Omega}{N}} \tag{5.1}$$

für das Goniometrische Modell wurden die Parameter ν und Ω in die Software durchgängig übernommen. Die Modelle lauten dementsprechend

$$S \text{ bzw. } \log S = a + b/(1+N/\Omega)^{1/\nu} \quad \text{(Palmgren)}, \tag{5.2}$$

$$S = a + b/(1+(N/\Omega)^{1/\nu}) \quad \text{(Stüssi)}, \tag{5.3}$$

$$\log S = a + b/(1+(N/\Omega)^{1/\nu}) \quad \text{(Neutrales Modell) und} \tag{5.4}$$

$$S \text{ bzw. } \log S = a + b \arctan((N/\Omega)^{1/\nu}) \quad \text{(Goniometrisches Modell).} \tag{5.5}$$

Darüber hinaus wurden im Rahmen dieser Arbeit zur Optimierung der Auswertung zahlreiche Zusatzoptionen in die SAFD-Arbeitsversion integriert. Sie sind in **Bild 5.1** aufgelistet und werden im Folgenden kurz vorgestellt. Eine ausführliche Beschreibung der Auswertealgorithmen wird im nächsten Kapitel vorgenommen.

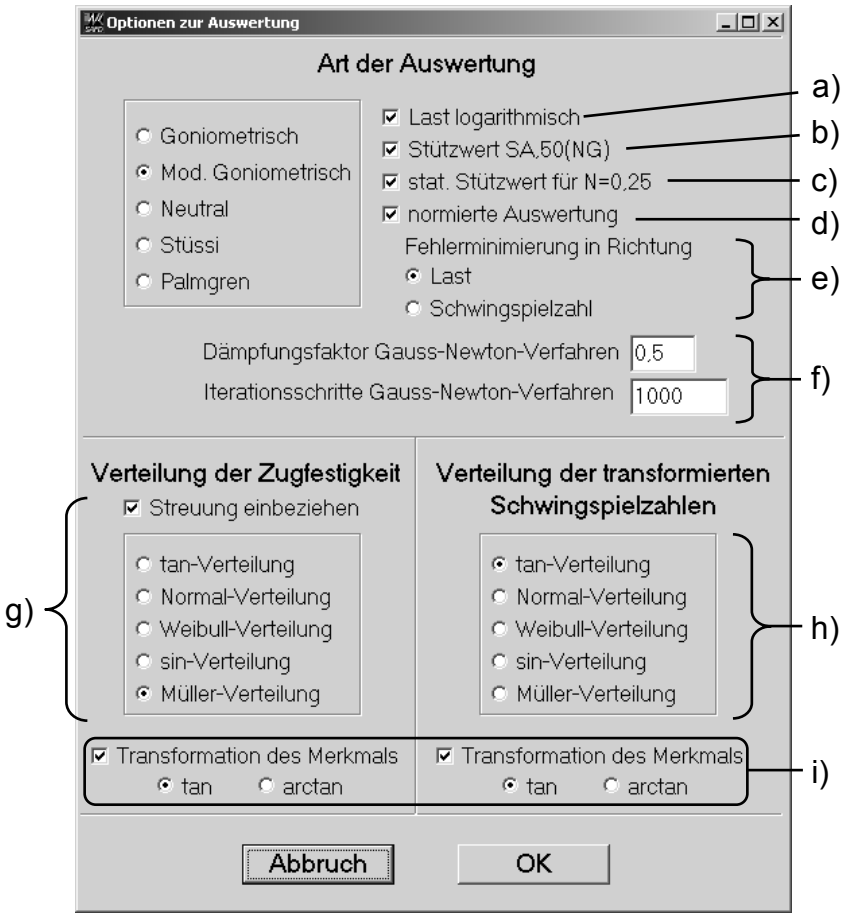


Bild 5.1: Mögliche Optionen zur Auswertung der Wöhlerkurve

a) Neben der Auswahl zwischen implementierten nichtlinearen Auswertemodellen besteht die Möglichkeit, mit logarithmischer oder linearer Lastauftragung zu rechnen. Dieser Unterschied war Müller immerhin Anlass genug, dem entsprechend modifizierten Modell nach Stüssi einen neuen Namen zu geben [Mül74a]. Auf den Unterschied Last linear – Last logarithmisch wird wiederholt eingegangen werden.

b) Zur Stabilisierung der Wöhlerkurve kann als Stützwert

$$S_{(N=N_G)} = S_{A50} \tag{5.6}$$

herangezogen werden. Die Schwingfestigkeit S_{A50} wird über eine herkömmliche Auswertung bei N_G ermittelt, beispielsweise mit dem Treppenstufenverfahren oder dem Horizontverfahren und der Normalverteilung. In der vorliegenden Arbeitsversion von SAFD wird für das Übergangsgebiet die Normalverteilung mit logarithmisch gerechneter Last standardmäßig verwendet. Die Verteilung könnte gegebenenfalls noch variiert werden, obwohl Verteilungsfunktionen sich bezüglich des Mittelwerts meist nur unwesentlich unterscheiden. Die Quantile des Streubands bei N_G werden bewusst nicht als Stützwerte für $p \neq 0{,}5$ einbezogen, da die zugrunde liegende Auswertung vom Verhältnis zwischen Brüchen und Durchläufern abhängt und demzufolge instabil ist. Die Bestimmung des Mittelwerts dagegen ist vergleichsweise stabil.

Falls der Wert für S_{A50} dennoch im Widerspruch zu den Versuchsergebnissen steht (z.B. in Bild 1.1), dem Anwender ungeeignet erscheint oder aufgrund mangelnder Probenbelegung nicht ermittelbar ist, berücksichtigt die SAFD-Arbeitsversion Durchläufer dadurch, dass sie wie Brüche behandelt werden. Dies ist insbesondere dann hilfreich, wenn sämtliche Bruchschwingspielzahlen deutlich niedriger als N_G liegen und somit die Extrapolation Richtung UHCF-Bereich ohne Einbeziehung der Durchläufer zu konservativ ausfallen würde.

c) Für eine ganzheitliche Auswertung des Wöhlerfelds sollte

$$S_{(N=0,25)} = K^* = \frac{K}{2}(1-R) \tag{5.7}$$

gewährleistet sein, d.h. die Wöhlerkurve mündet in einen plausiblen statischen Kennwert K* mit der „Lebensdauer“ einer Viertelschwingung. K* wird aus dem Spannungsverhältnis R und einem geeigneten Werkstoffkennwert K gebildet, beispielsweise bei Axialbelastung und Umrechnung in Spannungen die Zugfestigkeit $K = R_m$. Auch wenn die Dehngeschwindigkeit während eines Zugversuchs weitaus niedriger als beim Schwingversuch liegt, wird der Einfluss der Dehngeschwindigkeit im Rahmen dieser Arbeit vernachlässigt, da Zugfestigkeiten mit hohen Abzugsgeschwindigkeiten selten verfügbar sind.

d) In Anlehnung an die normierte Auswertung nach Haibach können die transformierten Schwingspielzahlen

$$x = 1/(1+N/\Omega)^{1/\nu} \quad \text{(Palmgren)} \tag{5.8a}$$

$$x = 1/(1+(N/\Omega)^{1/\nu}) \quad \text{(Stüssi bzw. Neutrales Modell)} \tag{5.8b}$$

$$x = \arctan((N/\Omega)^{1/\nu}) \quad \text{(Goniometrisches Modell)} \tag{5.8c}$$

global ausgewertet werden über

$$x - x_{50} = a + b\,z(p) \tag{5.9}$$

mit der Verteilungsfunktion z(p) sowie x_{50} als mittlerer transformierter Schwingspielzahl, die anhand der Regressionskurve aus dem zugehörigen Lastniveau berechnet werden kann.

Zur Vermeidung des parallelen Streubands durch die globale Auswertung kann optional die Streuung $S_{(N = 0,25)}(p)$ in das Modell integriert werden. Somit erhalten Wöhlerkurven unterschiedlicher Bruchwahrscheinlichkeiten ihre eigenen Stützwerte bei N = 0,25. Der fiktive globale Lasthorizont benötigt dann jedoch für die Ermittlung der Streuspanne des Wöhlerfelds ein konkretes Niveau. Geeignet ist der gewichtete arithmetische bzw. geometrische Mittelwert S_{mittel}. Durch Einsetzen von S_{mittel} in die Regressionskurve lassen sich die zugehörigen transformierten Schwingspielzahlen $x(p, S_{mittel})$ bestimmen. Anschließend werden Verbindungsgeraden durch die entsprechenden Quantile $\{S_{(N = 0,25)}(p) , x(N = 0,25)\}$ und $\{S_{mittel} , x(p, S_{mittel})\}$ gelegt. Im nächsten Kapitel wird die Vorgehensweise anhand eines Beispiels erläutert.

Die globale Auswertung hat den Vorteil gegenüber dem Horizontverfahren, dass Brüche auf Mischhorizonten für die Auswertung berücksichtigt werden können. Lediglich die Differenz von transformierter Bruchschwingspielzahl und Mittelwert wird bewertet, während beim Horizontverfahren mit Absolutwerten gerechnet werden muss, was auf Mischhorizonten nicht möglich ist, da die Durchläufer mit dem Abbruch des Versuchs bei der Grenzschwingspielzahl am Versagen gehindert werden und keine konkreten Bruchaussagen liefern. Außerdem können Perlschnurversuche ausgewertet werden, die das Horizontverfahren nicht erfassen kann, weil die Brüche keine Vergleichswerte auf gleichem Lastniveau aufweisen.

e) Bei Durchführung von Regressionsrechnungen für die Bestimmung der Wöhlerlinie können die Fehlerquadrate in Richtung der Last S bzw. logS und in Richtung der Lebensdauer logN minimiert werden. Logisch ist die Fehlerquadratminimierung in Richtung der Lebensdauer, da bei Durchführung von Versuchen die Last vorgegeben wird, während die Lebensdauer als Zufallsereignis streut. Häufig liefert jedoch eine Fehlerquadratminimierung in Lastrichtung sinnvollere Ergebnisse.

f) Zur Beschleunigung und gleichzeitiger Präzisierung der Rechnung sowie zur Entlastung des Arbeitsspeichers wurde das Gauß-Newton-Verfahren, das gut für nichtlineare Regression geeignet ist, in die Arbeitsversion von SAFD implementiert (siehe Anhang), bisher jedoch nur für das Modifizierte Goniometrische Modell, das im nächsten Kapitel vorgestellt wird.

g) Wie oben erwähnt, kann neben dem Mittelwert auch die Streuung der statischen Bruchlasten (im allgemeinen Zugfestigkeitskennwerte) in das nichtlineare Modell einbezogen werden. Neben der sin-Verteilung, der Weibull-Verteilung und der Normalverteilung können auch Alternativen wie die Müller-Verteilung und die im Rahmen dieser Arbeit entwickelte tan-Verteilung (Kap. 4.1) verwendet werden.

h) Die in g) genannten Verteilungsfunktionen können zur Auswertung der transformierten Schwingspielzahlen ebenfalls herangezogen werden.

i) Falls systematische Abweichungen im Wahrscheinlichkeitsnetz zwischen Versuchspunkten und Regressionsgerade für die gewählten Verteilungen unvermeidlich sind, kann im Falle ausreichender Probenbelegung die Korrelation deutlich verbessert werden durch die Einführung einer Transformation des Merkmals über den Tangens (Kap. 4.3).

Zum Vergleich der implementierten nichtlinearen Modelle wurden Festigkeitsdaten aus eigenem Hause [Hem04] herangezogen, die Zugversuche, Treppenstufen- und HCF-Schwingversuche an Werkstoffproben aus Aluminiumguss beinhalten. **Bild 5.2** zeigt die Ergebnisse der Schwingversuche im Wöhlerdiagramm, zunächst exemplarisch linear nach der Weibull-Verteilung ausgewertet.

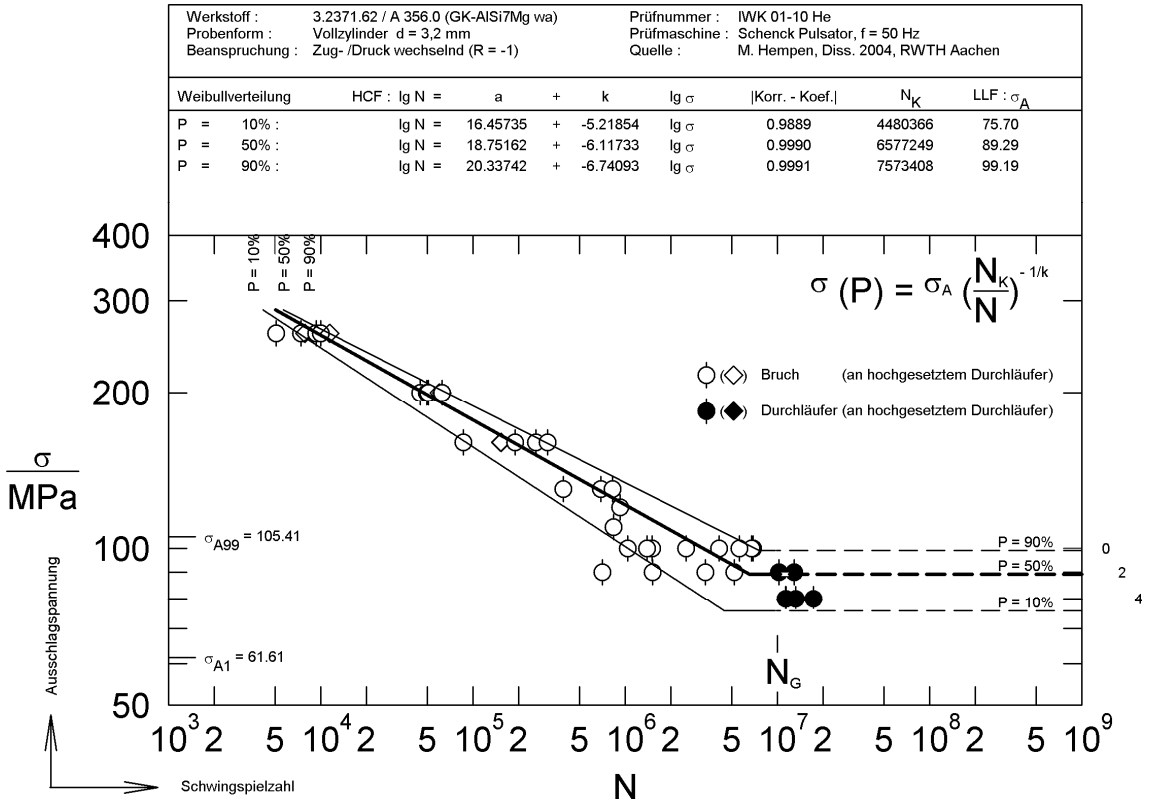


Bild 5.2: Lineare Auswertung der Ergebnisse aus [Hem04] mit der Weibull-Verteilung unter Annahme einer Dauerfestigkeit

Eine konstante Schwingfestigkeit jenseits der Grenzschwingspielzahl wie in Bild 5.2 ist insbesondere für Aluminium unrealistisch. Der kontinuierliche Abfall der Wöhlerkurve ist für die nachfolgende Bewertung der nichtlinearen Kurven maßgeblich.

In **Bild 5.3a-f** sind die Auswertungen der Daten nach Palmgren und Stüssi sowie dem Neutralen und Goniometrischen Modell wiedergegeben. Die Parameter $1/\nu$ und $\log\Omega$ für die Transformation der Schwingspielzahl wurden auf zwei Nachkommastellen bestimmt.

Alle Modelle wurden sowohl mit linearer als auch mit logarithmischer Last gerechnet, wobei das Modell nach Stüssi mit logarithmisch gerechneter Last und das Neutrale Modell identisch sind. Die am vorliegenden Beispiel ermittelten Kurvenverläufe der nichtlinearen Modelle zeigen spezifische Besonderheiten:

Das Modell nach Palmgren (Bild 5.3a und b) berücksichtigt zwar den kontinuierlichen Abfall der Schwingfestigkeit ab N_G bis in den UHCF-Bereich, jedoch fällt von N = 0,25 bis N = 200 die Festigkeit kaum ersichtlich ab, was der Erfahrung widerspricht.

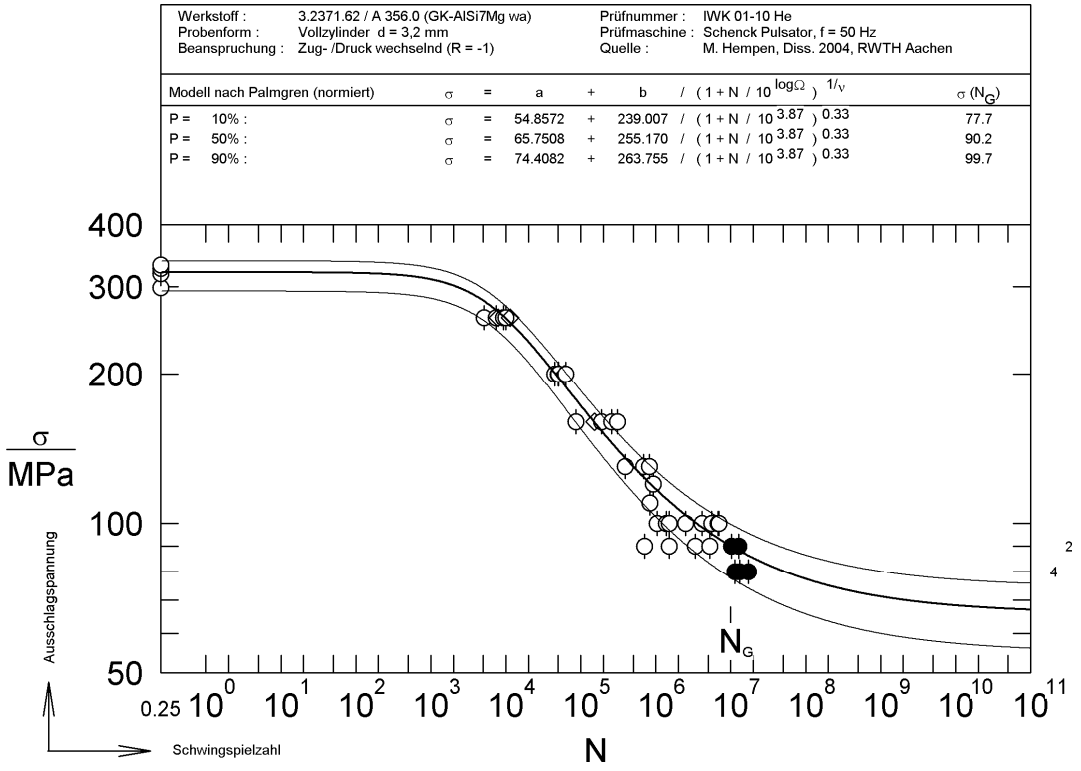


Bild 5.3a: Auswertung nach Palmgren (Last linear gerechnet)

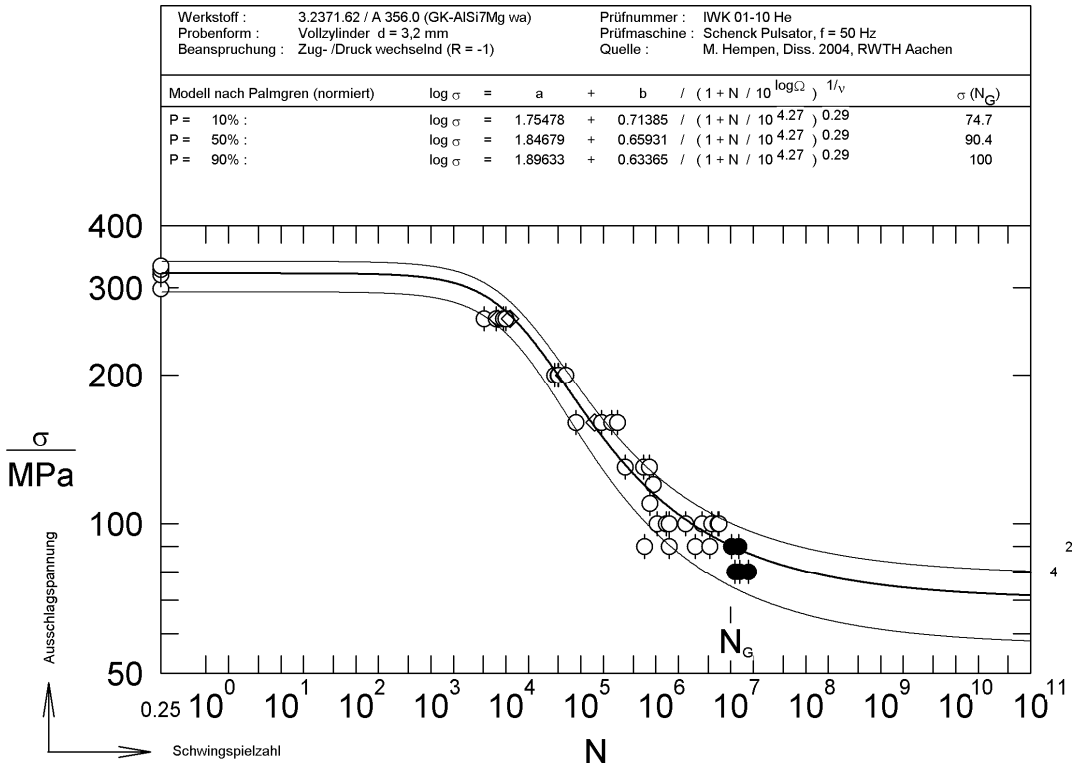


Bild 5.3b: Auswertung nach Palmgren (Last logarithmisch gerechnet)

Bei dem Modell nach Stüssi bzw. dem Neutralen Modell (Bild 5.3c und d) gelingt ein etwas harmonischerer Übergang von LCF zu HCF, die Kurve erfasst aber den kontinuierlichen Festigkeitsabfall im UHCF nur unzureichend, da sie bereits ab 10^9 konvergiert.

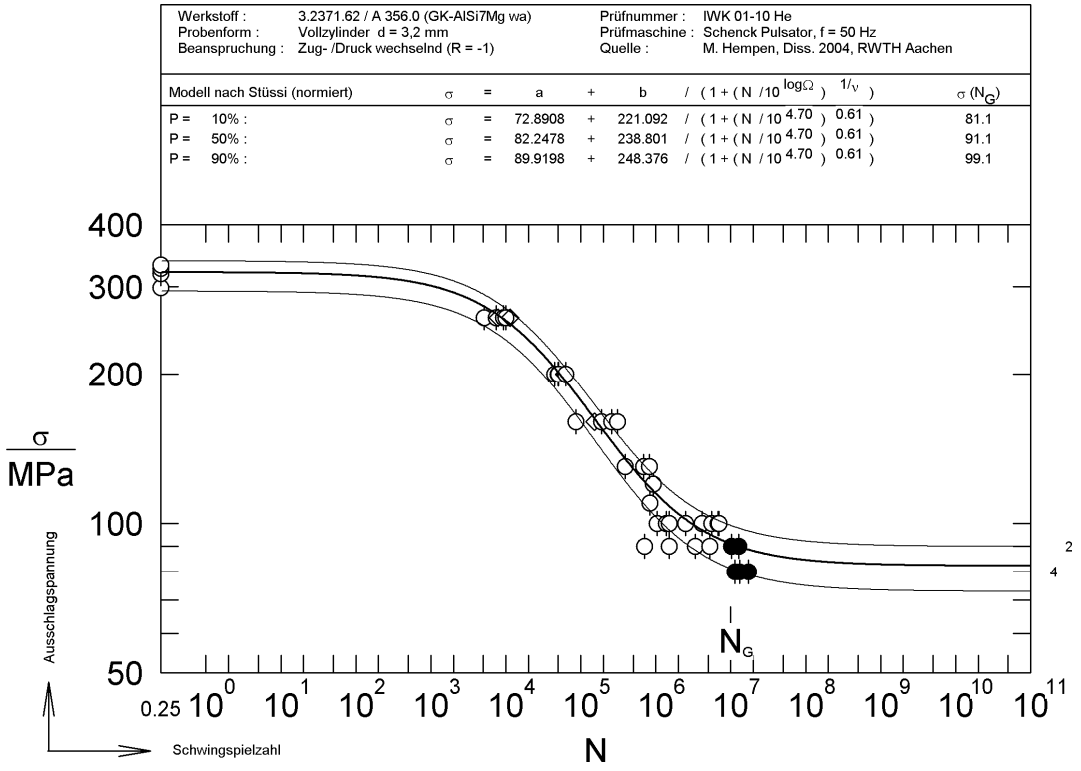


Bild 5.3c: Auswertung nach Stüssi (Last linear gerechnet)

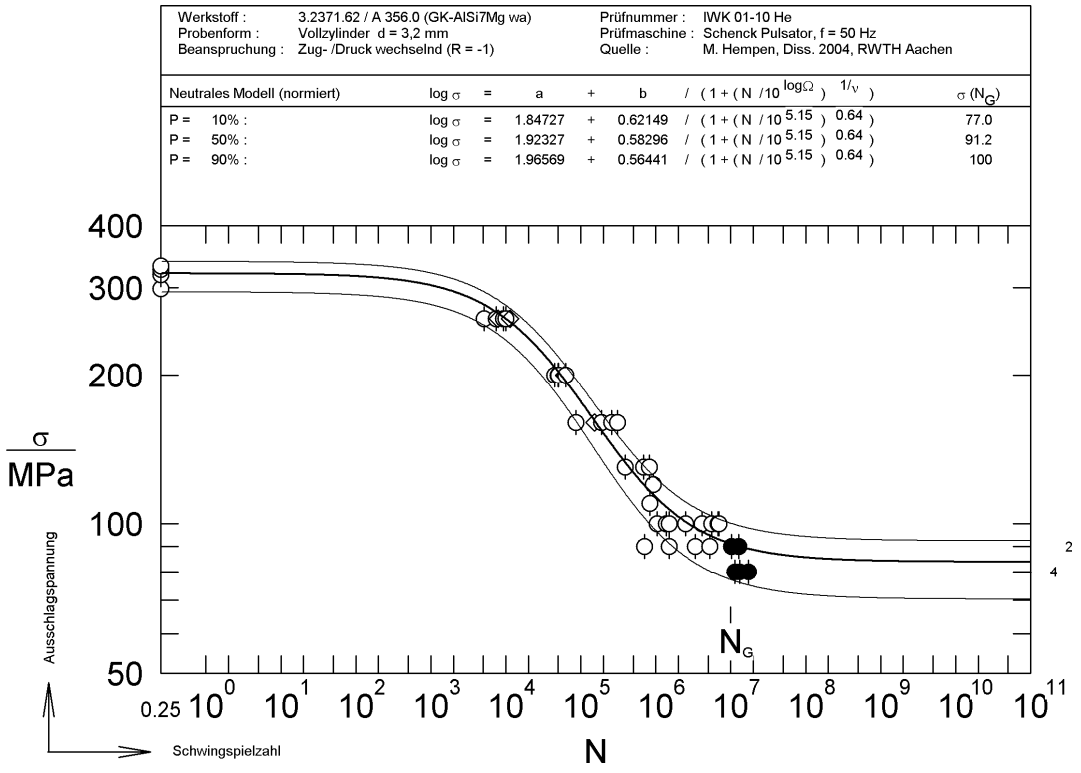


Bild 5.3d: Auswertung nach Stüssi (Last logarithmisch gerechnet), in [Mül74a] Neutrales Modell genannt

Mit dem Goniometrischen Modell (Bild 5.3e und f) ist der Verlauf von LCF zu HCF nur geringfügig plausibler als mit den anderen Modellen, und ein kontinuierlicher Festigkeitsabfall wird im UHCF-Bereich nicht wirklich beschrieben.

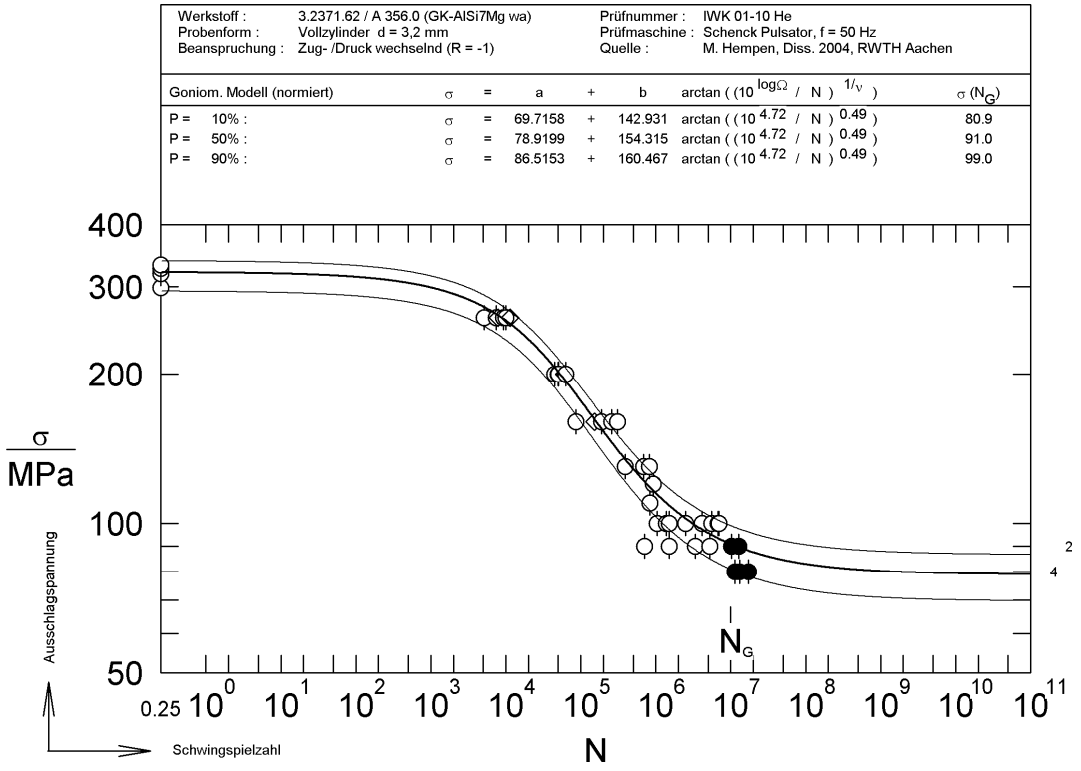


Bild 5.3e: Auswertung nach dem Goniometrischen Modell (Last linear gerechnet)

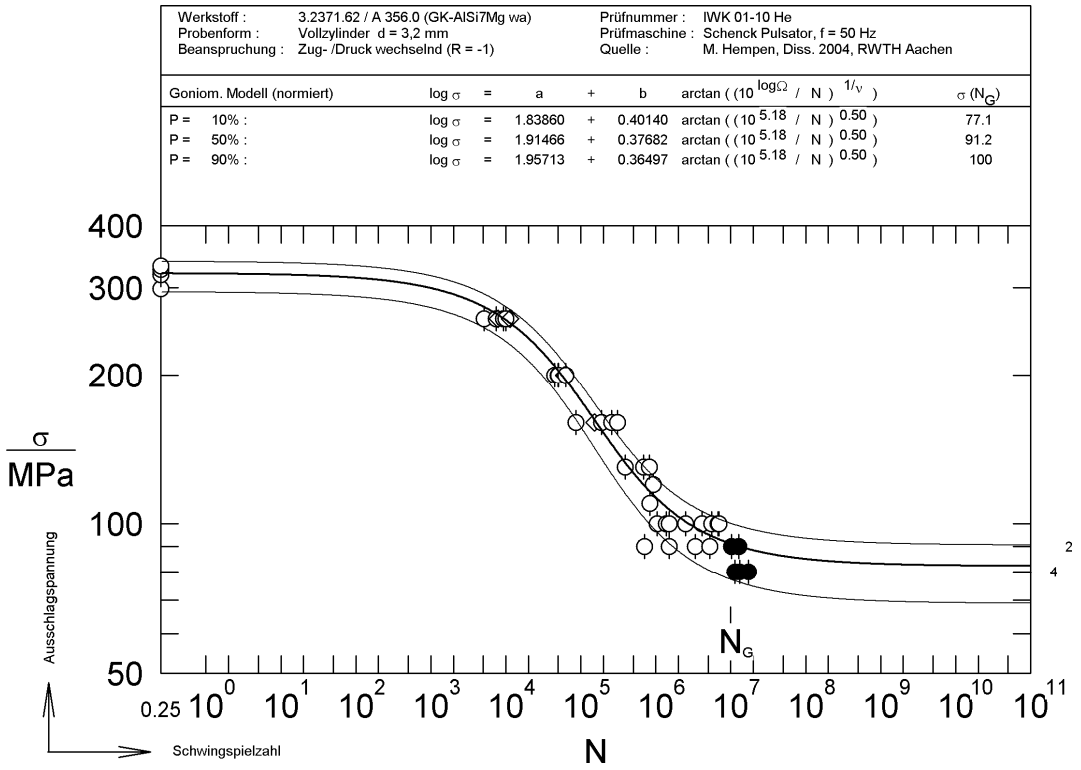


Bild 5.3f: Auswertung nach dem Goniometrischen Modell
(Last logarithmisch gerechnet)

Bei der Auswertung von Schwingversuchen waren die Unzulänglichkeiten der einzelnen Modelle reproduzierbar. Insofern wurde ein neues nichtlineares Modell als wünschenswert angesehen, das den real existierenden kontinuierlichen Abfall der Festigkeitsamplitude in der Wöhlerkurve vom LCF- bis in den UHCF-Bereich erfasst.

Aufgrund seiner einfachen Form erscheint das Goniometrische Modell am ausbaufähigsten. Eine Modifikation dieses Modells wird im folgenden Kapitel vorgestellt.

6 Modifiziertes Goniometrisches Modell (MGM)

6.1 Vergleich des MGM mit herkömmlichen nichtlinearen Modellen

Als vorteilhaft gegenüber den bisher vorgestellten Modellen erweist sich eine im Rahmen dieser Arbeit formulierte Modifikation des Goniometrischen Modells (5.5): Die Variante

$$S \text{ bzw. } \log S = a + b \arctan\left(\frac{1}{\nu}(\log\Omega - \log N)\right) \tag{6.1}$$

wird im Folgenden *Modifiziertes Goniometrisches Modell* genannt und mit *MGM* abgekürzt. Sein Wendepunkt lässt sich direkt aus den Regressionsparametern $\{\Omega, a\}$ ablesen.

Bild 6.1a und **b** zeigt den Wöhlerkurvenverlauf nach dem MGM mit linear und logarithmisch gerechneter Last. Das Gauß-Newton-Verfahren, bisher lediglich für das MGM implementiert, wird noch unterdrückt, um die gleichen Auswertebedingungen wie in Kap. 5 zu gewährleisten. Das MGM ist wie die Modelle nach Palmgren und Stüssi sowie das Neutrale und Goniometrische Modell durch den S-Verlauf konform mit der Vorstellung der so genannten „wahren Dauerfestigkeit“, siehe Kap. 2.7. Allerdings sei darauf hingewiesen, dass das MGM keinen werkstoffmechanischen Unterbau hat, sondern lediglich empirisch versucht, Versuchswerte vom LCF- bis zum UHCF-Bereich zu beschreiben.

Durch das Modifizierte Goniometrische Modell wird im Gegensatz zu den herkömmlichen Modellen der kontinuierliche Abfall der Schwingfestigkeit nicht nur von LCF zu HCF, sondern auch bis in den UHCF-Bereich erfasst. Der Unterschied zwischen linear und logarithmisch gerechneter Last ist im Vergleich zu den anderen vorgestellten nichtlinearen Modellen weitaus deutlicher ausgeprägt, was die Auswerteoptionen erweitert.

Da bei der Auswertung von Schwingversuchen stets zu beobachten war, dass das MGM die Versuchswerte mindestens gleich plausibel, meist sogar besser als die anderen Modelle beschreibt, werden die anderen Modelle im Rahmen dieser Arbeit nicht weiter berücksichtigt.

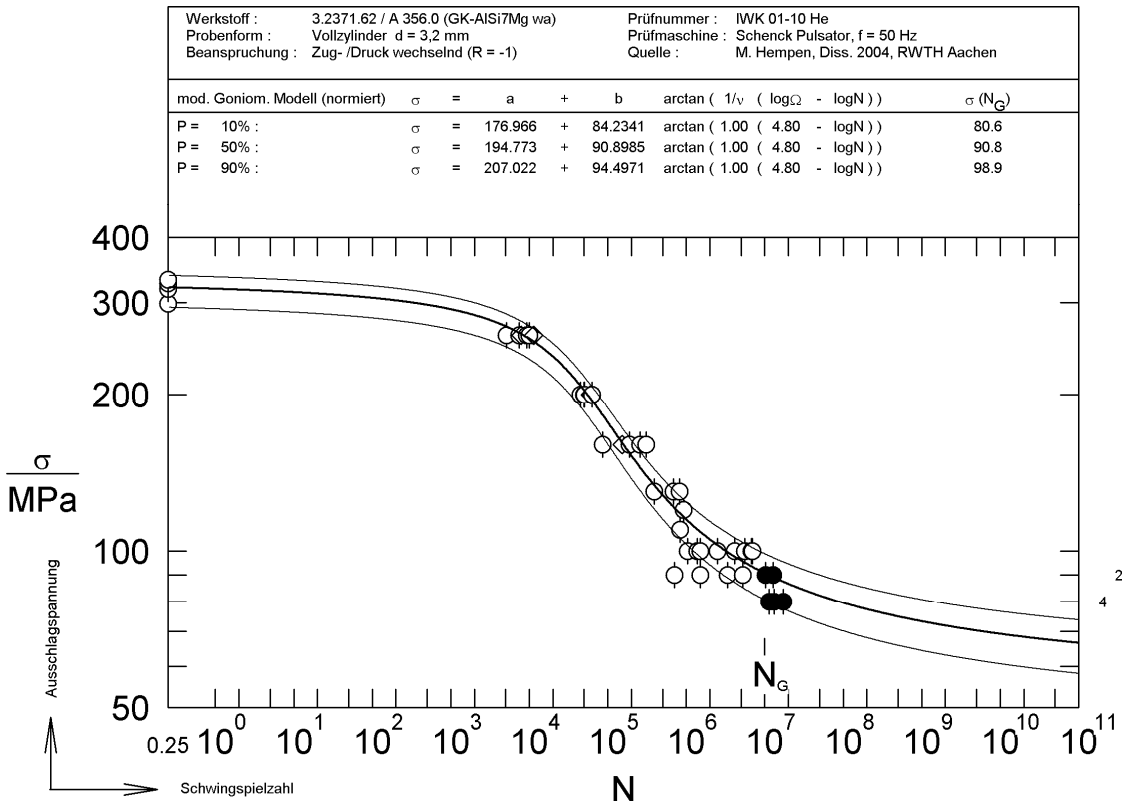


Bild 6.1a: Normierte Auswertung nach dem MGM (Last linear), Parameter ohne Gauß-Newton-Verfahren bestimmt

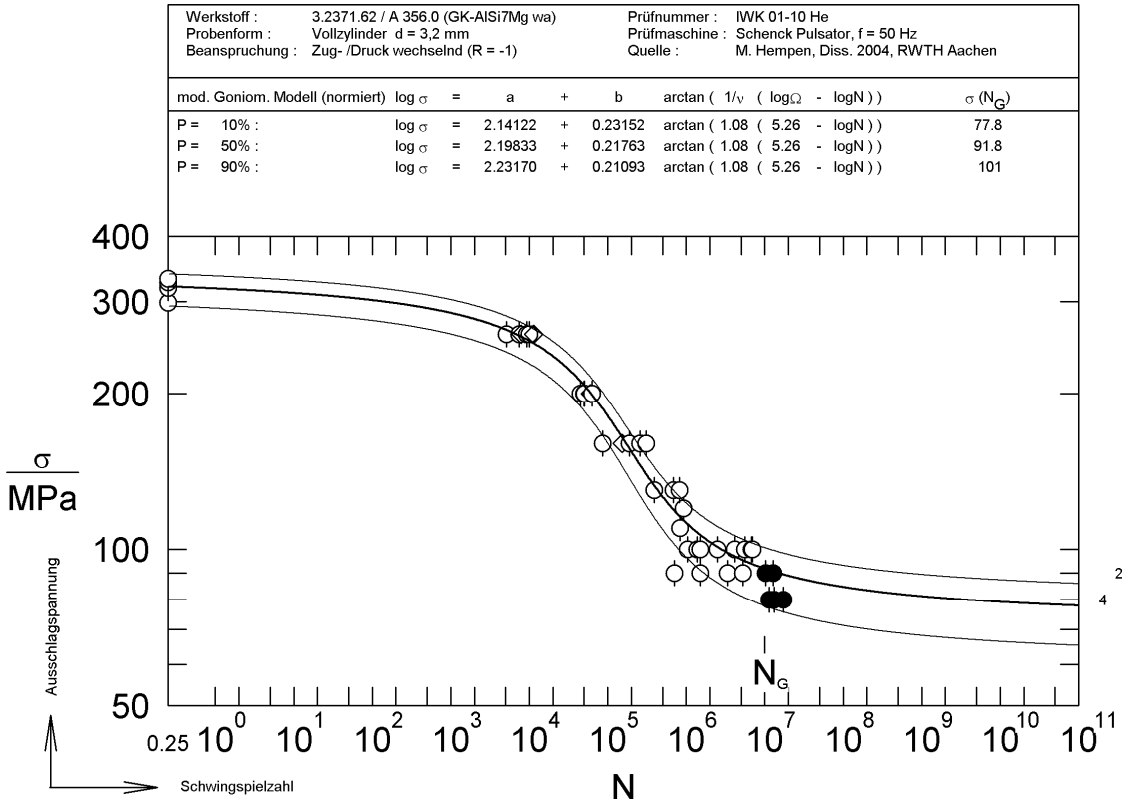


Bild 6.1b: Normierte Auswertung nach dem MGM (Last logarithmisch), Parameter ohne Gauß-Newton-Verfahren bestimmt

6.2 Ermittlung der Wöhlerkurve und ihrer Streuung nach dem MGM

Die Vorgehensweise zur Ermittlung der Wöhlerkurve und ihrer Streuung soll nun anhand der Daten aus [Hem04], siehe Kap. 5, näher erläutert werden. Der nachfolgend beschriebene Algorithmus hat sich im Rahmen dieser Arbeit bewährt:

1) Falls ein passender statischer Kennwert ermittelt wurde, bei Axialversuchen mit Umrechnung der Last in Spannungen also die Zugfestigkeit R_m, ist diese Größe besonders geeignet als Stützwert zur Stabilisierung der Wöhlerkurve. Nach (5.7) mit $K = R_m$ und dem Spannungsverhältnis $R = -1$ für Zug-Druck-Wechselbelastung lautet der Stützwert für die Lebensdauer $N = 0{,}25$ $\sigma_{(N = 0{,}25)} = R_m$. Das Ergebnis der statistischen Auswertung der Zugversuche ist in **Bild 6.2** wiedergegeben.

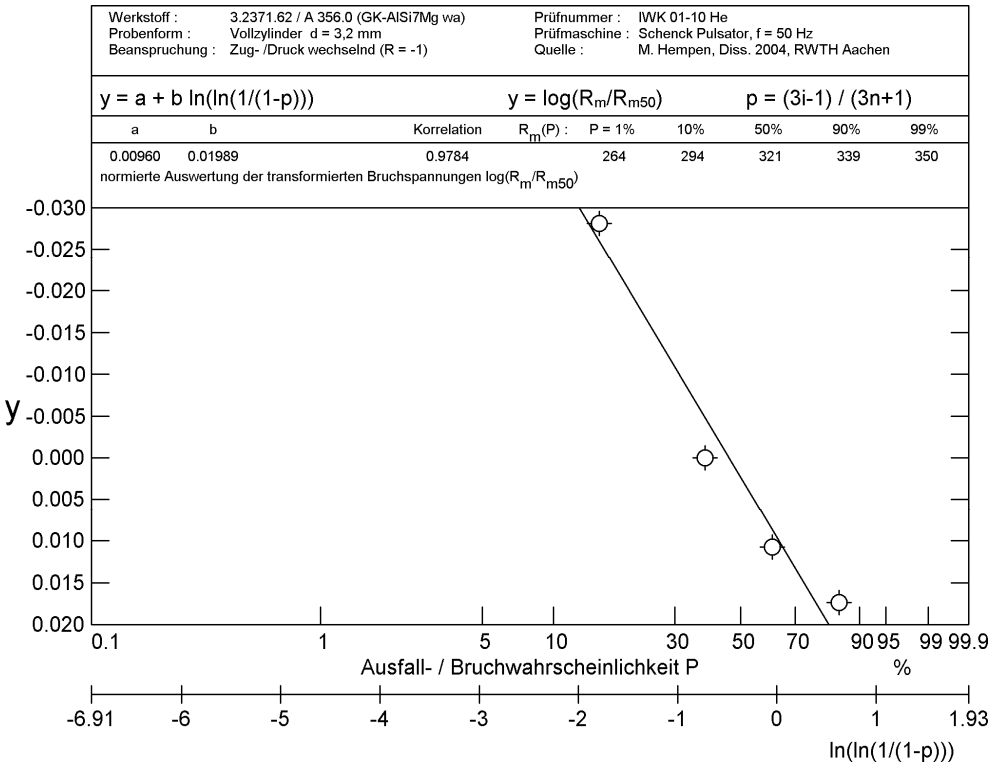


Bild 6.2: Auswertung der Zugfestigkeit mit der Weibull-Verteilung

2) Ebenfalls vorteilhaft ist die Einbeziehung eines Stützwerts für die Grenzschwingspielzahl N_G nach (5.6), womit Durchläufer zumindest indirekt für die Auswertung berücksichtigt werden. Im vorliegenden Fall ist dies der Mittelwert aus den Treppenstufenversuchen.

3) Für die Bestimmung von a, b, $\log\Omega$ und $1/\nu$ nach (6.1) werden zunächst zwei Parameter mit einer Nachkommastelle variiert und die restlichen über (5.6) und (5.7) berechnet, bis die Fehlerquadrate in Richtung der Last S (oder log S) bzw. der Lebensdauer logN zwischen den Versuchspunkten der Brüche und der Wöhlerkurve minimal sind. Mit den so ermittelten Startwerten werden die Parameter nach dem Gauß-Newton-Verfahren (siehe Anhang) präzisiert. Danach sind $\log\Omega$ und $1/\nu$ fix und somit auch die Linearisierung der Bruchschwingspielzahlen gemäß

$$x = \arctan\left(\frac{1}{\nu}(\log\Omega - \log N)\right). \tag{6.2}$$

Bild 6.3 zeigt die Brüche aus den Schwing- und Zugversuchen in linearisierter Darstellung.

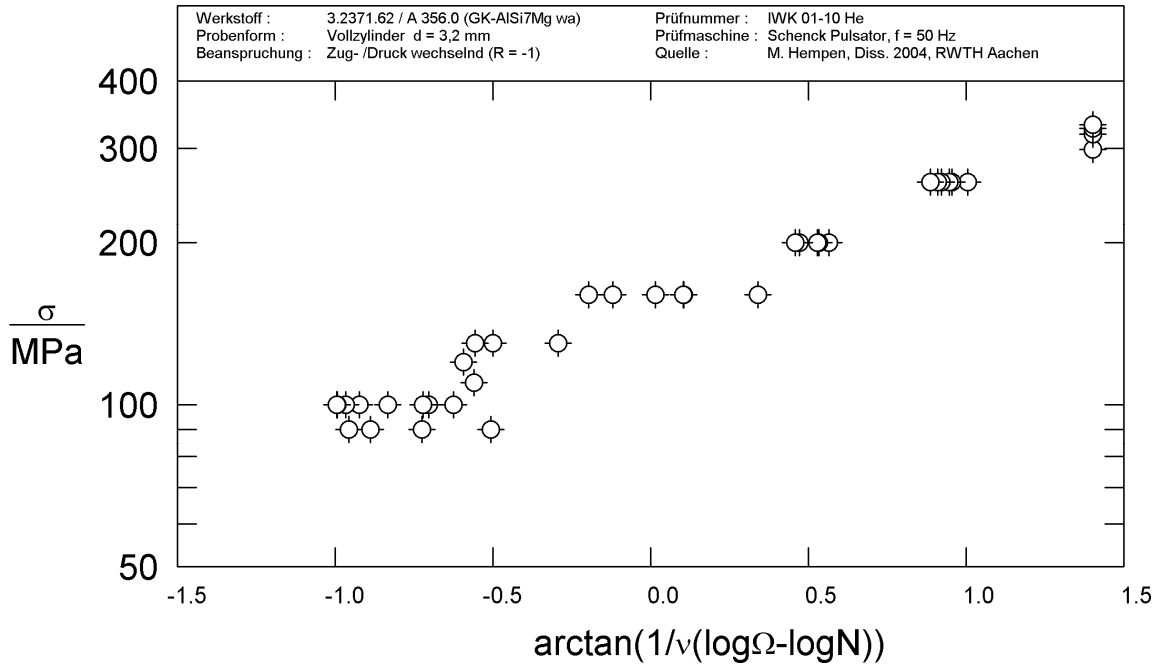


Bild 6.3: Schwingbrüche und Ergebnisse aus Zugversuchen in linearisierter Darstellung

4) Zur Ermittlung des Streubands werden die transformierten Bruchschwingspielzahlen global nach (6.2) und (5.9) ausgewertet. In **Bild 6.4** ist das virtuelle Lastniveau im Wahrscheinlichkeitsnetz aufgetragen.

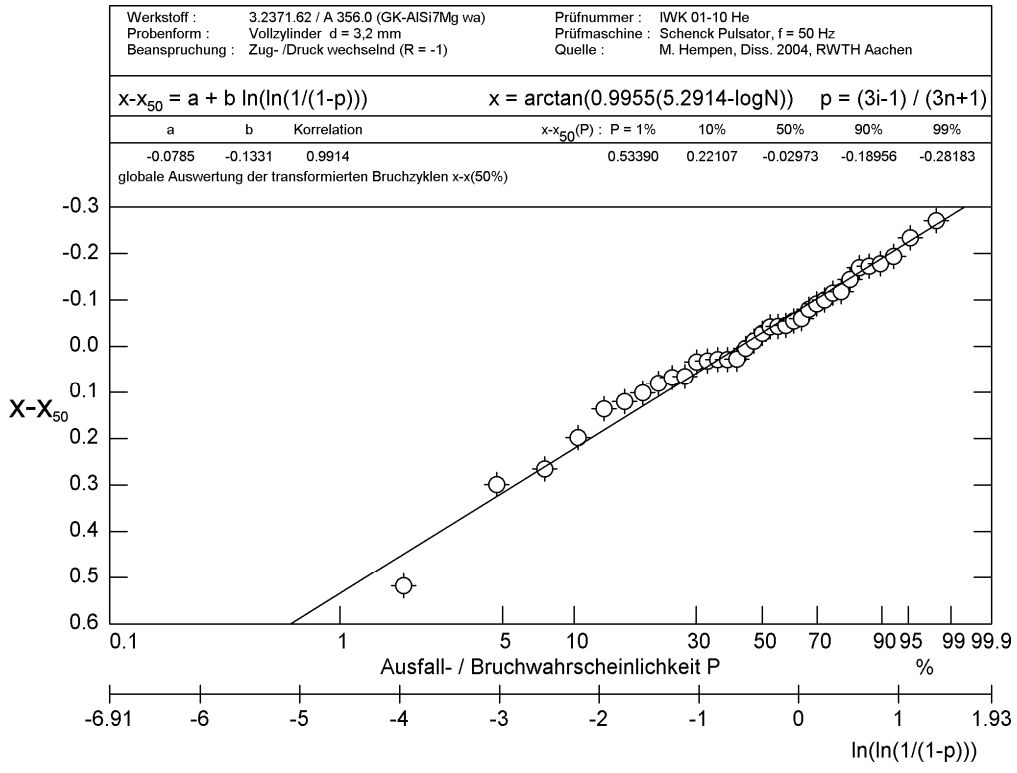


Bild 6.4: Globale Auswertung der transformierten Bruchschwingspielzahlen mit der Weibull-Verteilung

5) Zur Vermeidung des parallelen Streubands durch die Normierung wird die Streuung $\sigma_{(N = 0,25)}(p)$ nach Bild 6.2 in das Modell integriert. Zunächst erhält der virtuelle globale Lasthorizont ein konkretes Niveau auf dem geometrischen Mittel σ_{mittel} der Lastkoordinaten für die Brüche. Die Stützwerte der 50%-Wöhlerkurve erhalten die transformierten Koordinaten $\{x(0,25)\ ,\ \log R_{m50}\}$ und $\{x(N_G)\ ,\ \log \sigma_{(N = NG)}\}$. Die Parameter a, b der Wöhlerkurve genügen zunächst noch der Bedingung

$$b_{Perlschnur} = \frac{\log R_{m50} - \log S_{A50}}{x(0,25) - x(N_G)} \text{ und} \tag{6.3}$$

$$a_{Perlschnur} = \frac{\log S_{A50} \cdot x(0,25) - \log R_{m50} \cdot x(N_G)}{x(0,25) - x(N_G)}. \tag{6.4}$$

Die mittlere transformierte Schwingspielzahl $x_{50}(\sigma_{mittel})$ des virtuellen Lastniveaus beträgt somit nach (6.1) und (6.2)

$$x_{50}(\sigma_{mittel}) = \frac{\log \sigma_{mittel} - a_{Perlschnur}}{b_{Perlschnur}}. \tag{6.5}$$

Die Stützwerte für die Wöhlerlinien der Wahrscheinlichkeit p werden ermittelt über

$$x(p, \sigma_{mittel}) = x_{50}(\sigma_{mittel}) + (x - x_{50})(p). \tag{6.6}$$

Exemplarisch sind $x(p = 0,1; \sigma_{mittel})$, $x(p = 0,5; \sigma_{mittel})$ und $x(p = 0,9; \sigma_{mittel})$ in **Bild 6.5** eingezeichnet.

Anschließend werden die Quantile der Zugfestigkeit $R_m(p) = \sigma_{(N = 0,25)}(p)$ in das linearisierte Wöhlerdiagramm eingetragen, Bild 6.5. Die Verbindungsgeraden zwischen den Quantilen gleicher Wahrscheinlichkeit ergeben die Wöhlerlinien, die in **Bild 6.6** in herkömmlicher doppellogarithmischer Darstellung als nichtlineare Kurven wiedergegeben sind.

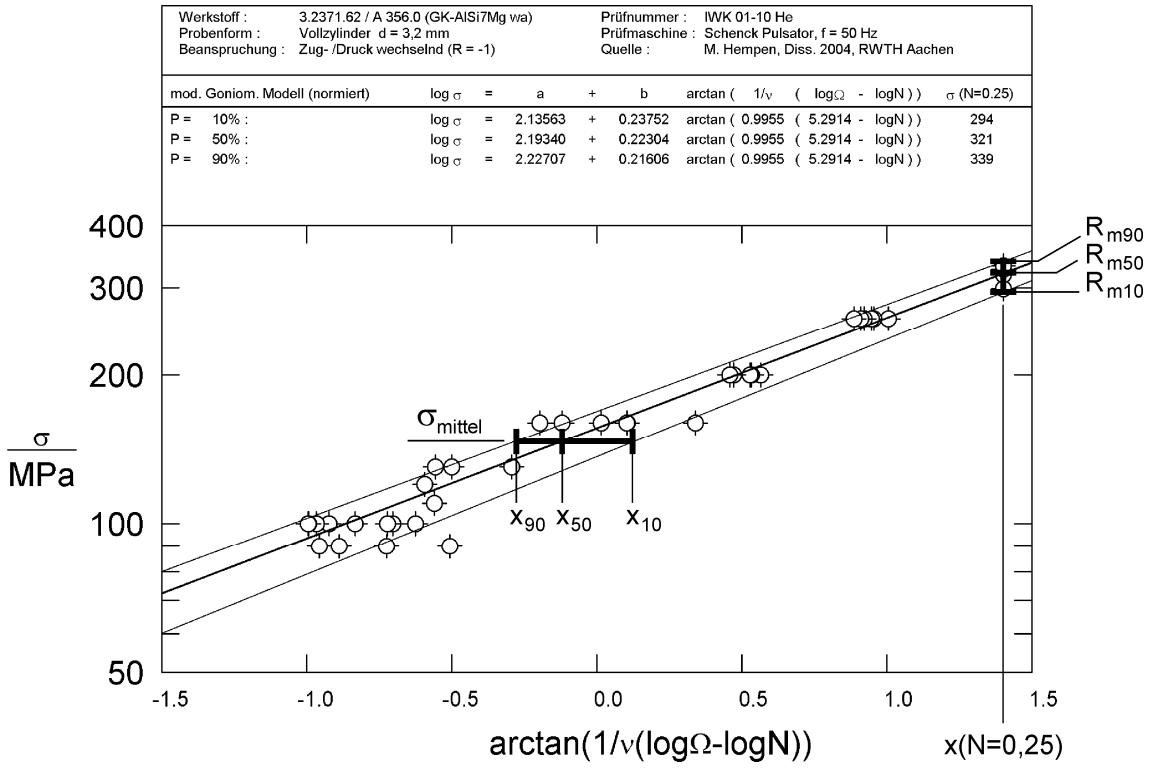


Bild 6.5: Brüche in linearisierter Darstellung mit normierter Auswertung und zugrunde liegenden Stützwerten

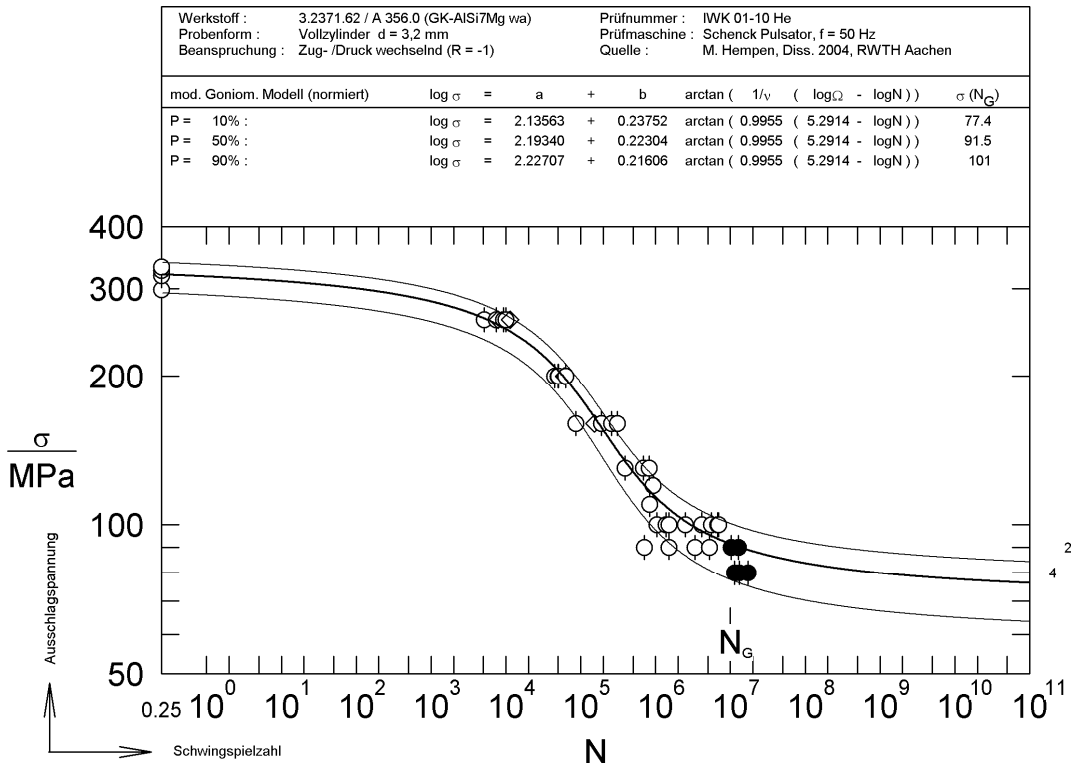


Bild 6.6: Ergebnis der normierten Auswertung im Wöhlerdiagramm

Bei Anwendung der normierten Auswertung können Brüche aus Mischhorizonten mit in die Auswertung genommen werden, weil keine Absolutwerte betrachtet werden, sondern lediglich die Lage der Brüche bezüglich der 50%-Wöhlerlinie.

Hinweise: 1) Die Quantile $\sigma_{(N = NG)}(p)$ für $p \neq 0{,}5$ werden für die Auswertung bewusst nicht als Stützwerte verwendet, Begründung siehe Kap. 5.

2) Aufgrund der asymmetrischen Verteilung des virtuellen Lastniveaus verläuft die 50%-Kurve ggf. nicht mehr durch {log N_G , log σ_{A50}}, da sie von der ursprünglichen Perlschnurkurve mit $a_{Perlschnur}$ und $b_{Perlschnur}$ abweicht.

3) Bedingt durch die Transformation der Lebensdauer nach (6.2) weist die Regressionsgerade in Bild 6.4 eine negative Steigung auf.

Falls die Versuchswerte im Horizontverfahren ausgewertet werden, wird pro Bruchhorizont die Streuung der absoluten transformierten Bruchschwingspielzahlen ermittelt (**Bild 6.7**). Anschließend wird für diskrete Wahrscheinlichkeiten jeweils eine Regressionsgerade durch die entsprechenden Quantile der Bruchhorizonte und der Zugfestigkeit gelegt, **Bild 6.8**. Je reichhaltiger ein Lastniveau belegt ist, desto stärker ist seine Gewichtung für die Regression. Brüche ohne Nachbarn auf gleichem Lastniveau müssen mangels Streuung unberücksichtigt bleiben. Die Auswertung von Brüchen auf Mischhorizonten ist problematisch, da keine Absolutaussagen getroffen werden können, weil die Durchläufer mit dem Abbruch des Versuchs bei der Grenzschwingspielzahl am Versagen gehindert werden und keine konkreten Bruchaussagen liefern. Aus diesem Grund werden Mischhorizonte nicht mit in die Auswertung genommen. Im vorliegenden Fall ist die resultierende Wöhlerkurve aus dem Horizontverfahren dem der normierten Auswertung ähnlich, **Bild 6.9**, aber die Kurve liefert durch die Nichtberücksichtigung der Brüche auf dem Mischhorizont optimistischere Extrapolationen.

Werkstoff :	3.2371.62 / A 356.0 (GK-AlSi7Mg wa)	Prüfnummer :	IWK 01-10 He
Probenform :	Vollzylinder d = 3,2 mm	Prüfmaschine :	Schenck Pulsator, f = 50 Hz
Beanspruchung :	Zug- /Druck wechselnd (R = -1)	Quelle :	M. Hempen, Diss. 2004, RWTH Aachen

$x\text{-}x_{50} = a + b\ \ln(\ln(1/(1\text{-}p)))$ $\quad x = \arctan(0.9955(5.2914\text{-}\log N))$ $\quad p = (3i\text{-}1) / (3n+1)$

Lastniveau	a	b	Korrelation	x(P): P = 1%	10%	50%	90%	99%
100.00	-0.0930	-0.1365	0.9652	-0.28818	-0.60884	-0.86593	-1.02976	-1.12435
130.00	-0.1942	-0.1434	0.9725	0.14356	-0.19346	-0.46365	-0.63584	-0.73525
160.00	-0.1237	-0.1791	0.9808	0.77486	0.35390	0.01642	-0.19865	-0.32282
200.00	-0.0205	-0.0446	0.9522	0.68492	0.58023	0.49629	0.44280	0.41191
260.00	-0.0835	-0.0389	0.9937	1.09680	1.00538	0.93208	0.88538	0.85841

Bild 6.7: Horizontverfahren: Auswertung der transformierten Schwingspielzahlen auf jedem reinen Bruchhorizont

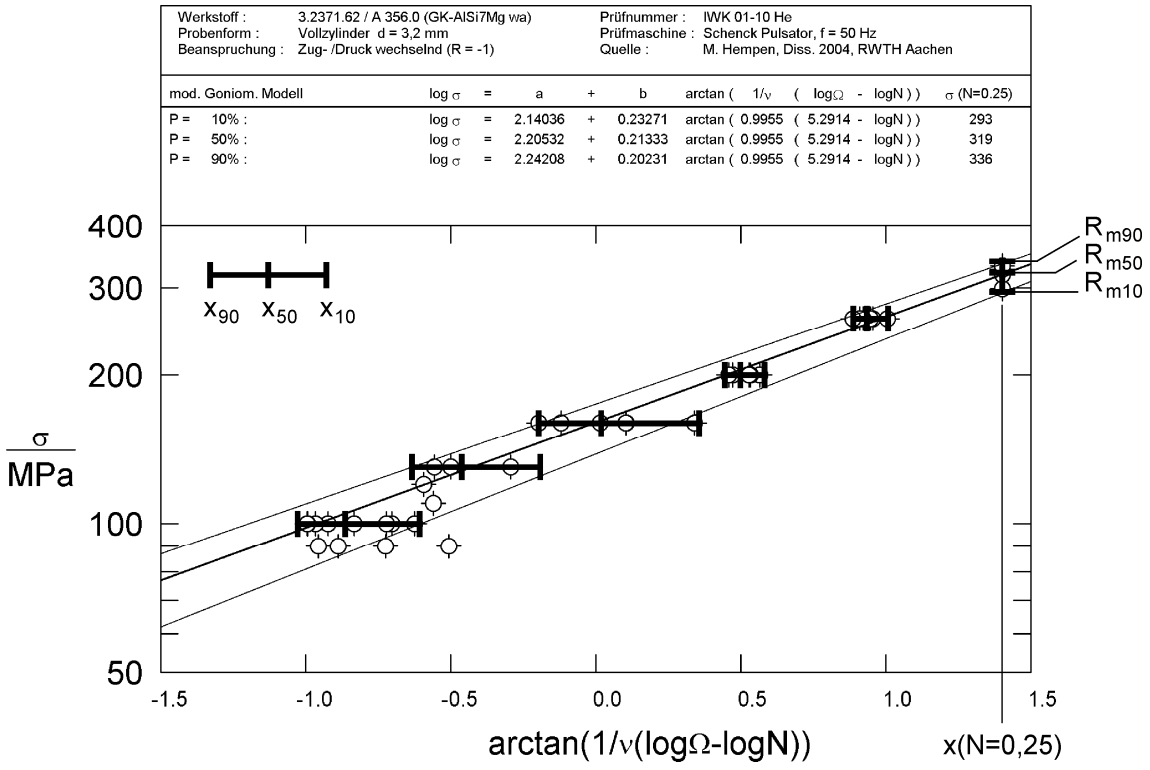


Bild 6.8: Brüche in linearisierter Darstellung mit Auswertung nach dem Horizontverfahren und zugrunde liegenden Stützwerten

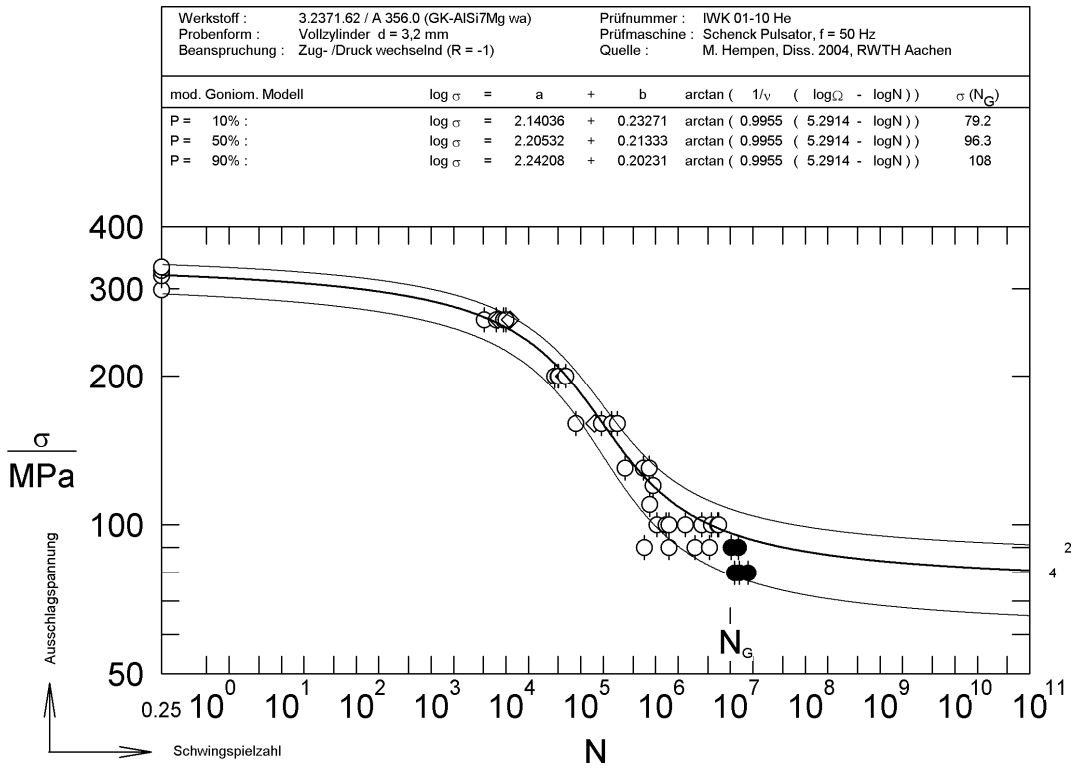


Bild 6.9: Ergebnis der Auswertung mit dem Horizontverfahren

Hinweis: Die resultierende 50%-Kurve kann sowohl {log 0,25 , log R_{m50}} als auch {log N_G , log σ_{A50}} verfehlen, da Steigung und Achsenabschnitt nun nicht im Perlschnurverfahren mit Nebenbedingungen, sondern im Horizontverfahren ermittelt werden. R_{m50} und σ_{A50} dienen nur als Stützwerte zur Linearisierung der Bruchschwingspielzahlen über logΩ und 1/ν.

6.3 Auswertung der UHCF-Schraubenversuche nach dem MGM

Im Gegensatz zum signifikanten Abfall der Schwingfestigkeit von Aluminium auch jenseits der Grenzschwingspielzahl ist für Stahl ein vergleichsweise flacher Verlauf der Wöhlerkurve im UHCF-Bereich zu erwarten. Inwieweit diese Charakteristik durch das MGM abgebildet werden kann, soll im Folgenden anhand der Stahlschrauben untersucht werden, die in Kap. 3 umfangreich geprüft wurden. Zu diesem Zweck wird derselbe Auswertealgorithmus herangezogen wie in Kap. 6.2. Angesichts der Datenfülle wird darüber hinaus ein besonderes Augenmerk auf die Beschreibung des Streubands gerichtet. Dabei werden folgende Bewertungskriterien angelegt: Die Versuchspunkte ($n < 1000$) müssen im Streuband zwischen 0,1% und 99,9% liegen, gleichzeitig sollten Lücken zwischen 0,1%- bzw. 99,9%-Kurve und den Versuchspunkten so klein wie möglich gehalten werden. Der Korrelationskoeffizient wird zwar als Rechengröße zur Kompensation von systematischen Fehlern im Wahrscheinlichkeitsnetz herangezogen, dient jedoch nicht als primäres Kriterium.

6.3.1 Auswertung der UHCF-Schwingversuchsergebnisse an Schrauben, Festigkeitsklasse 8.8, nach dem MGM

Zunächst wird die Streuung der statischen Bruchkraft ermittelt. Aufgrund der hohen Anzahl an Proben mit $n = 50$ und der gleichmäßigen Belegung kann der Korrelationskoeffizient getrost als Maßstab für die Beschreibungsgüte angesehen werden. In **Bild 6.10a-j** wird deutlich, dass die Bruchkraft für den vorliegenden Fall am besten durch die Weibull-Verteilung beschrieben wird. Der offensichtliche systematische Fehler der anderen Verteilungen in Form einer Linkskurve kann durch eine tan-Transformation des Merkmals mit positivem Phasenwinkel kompensiert werden (vgl. Kap. 4.3), jedoch ist auch bei transformiertem Merkmal die Beschreibung der Versuchswerte durch die Weibull-Verteilung am besten. Für die Schrauben der Festigkeitsklasse 8.8 wird daher die Streuung im Folgenden nach Bild 6.10h bestimmt, und die zugehörigen Quantile können als Stützwerte für die Auswertung nach dem MGM herangezogen werden.

Das Merkmal kann im vorliegenden Fall für alle Verteilungen auch mit dem arctan transformiert werden, **Bild 6.10k-o**. Der Korrelationskoeffizient wird in Kombination mit der Weibull-Verteilung (Bild 6.10n) zwar gegenüber der Auswertung in Bild 6.10h weiter verbessert, jedoch gerät die Abschätzung der statischen Bruchkraft für kleine Bruchwahrscheinlichkeiten sehr konservativ. Daher wird diese Variante nicht berücksichtigt.

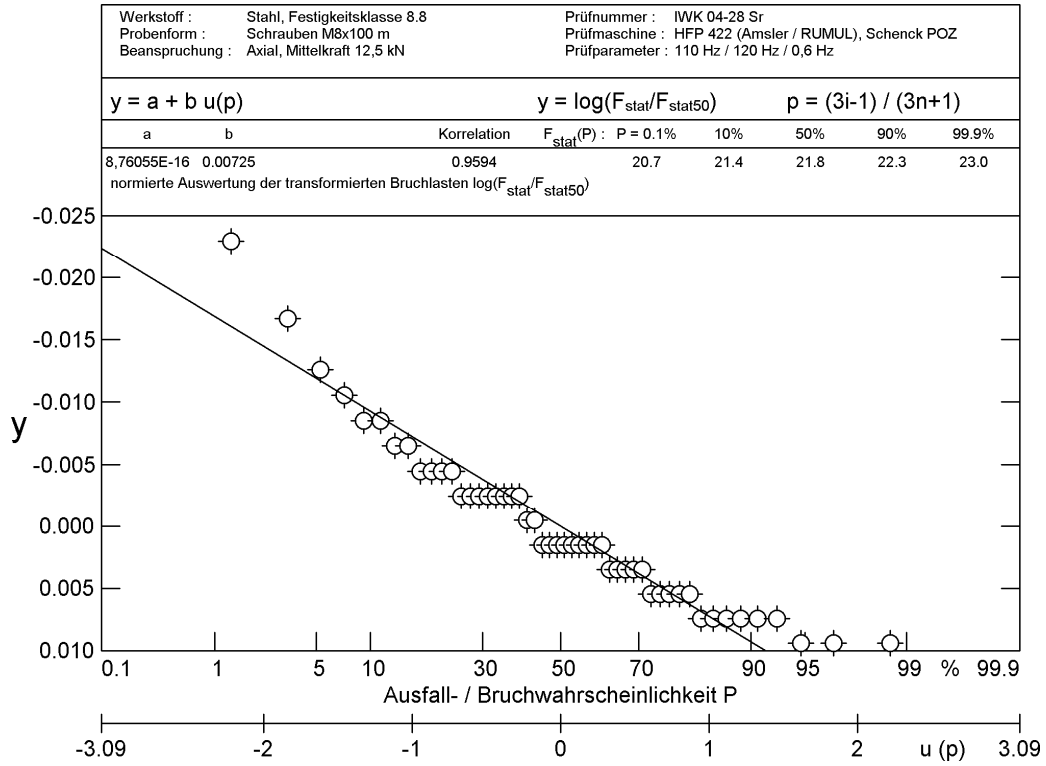


Bild 6.10a: Auswertung der Zugversuche an Schrauben Festigkeitsklasse 8.8 über die Normalverteilung

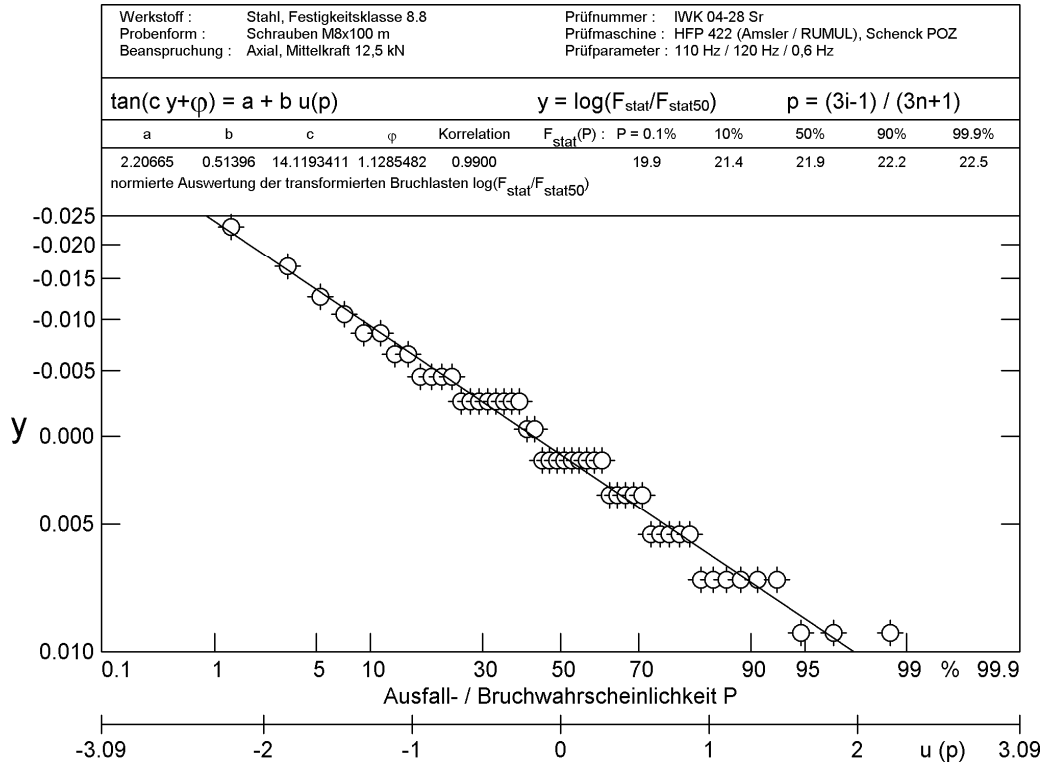


Bild 6.10b: Auswertung der Zugversuche an Schrauben Festigkeitsklasse 8.8 über die Normalverteilung mit tan-Transformation

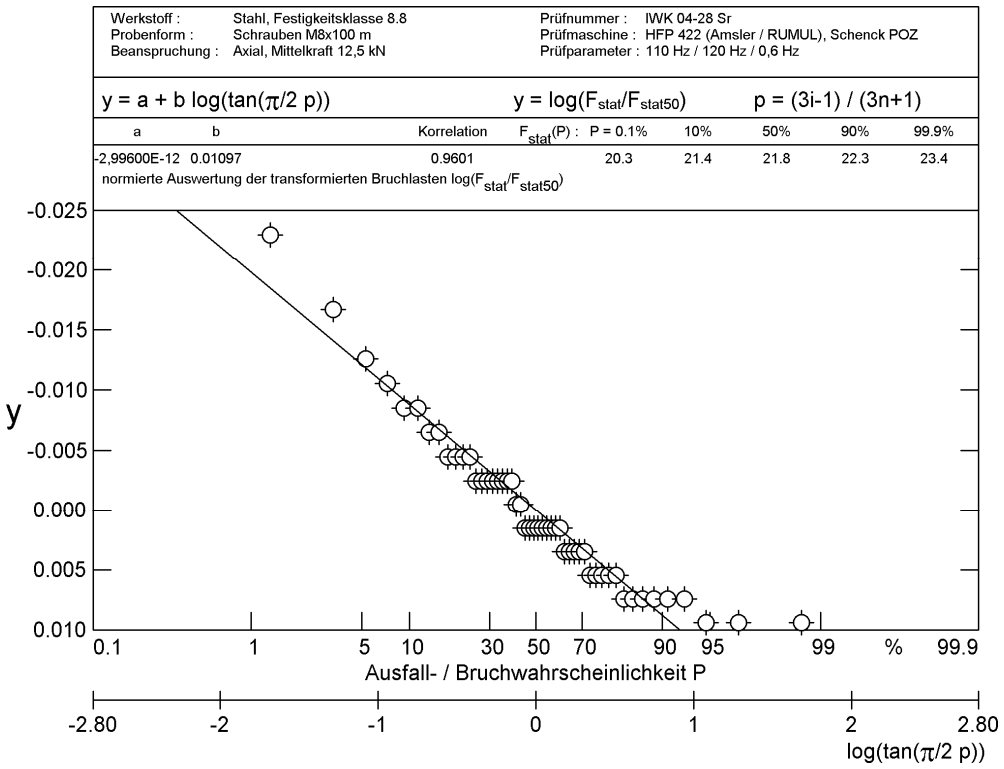


Bild 6.10c: Auswertung der Zugversuche an Schrauben Festigkeitsklasse 8.8 über die tan-Verteilung

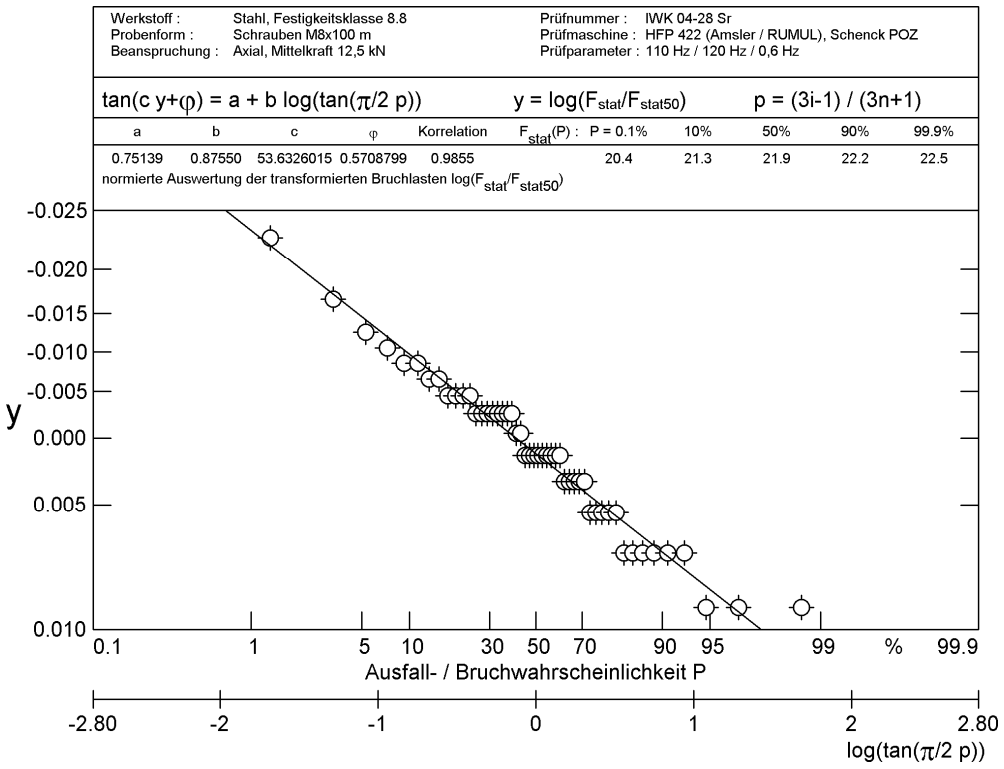


Bild 6.10d: Auswertung der Zugversuche an Schrauben Festigkeitsklasse 8.8 über die tan-Verteilung mit tan-Transformation

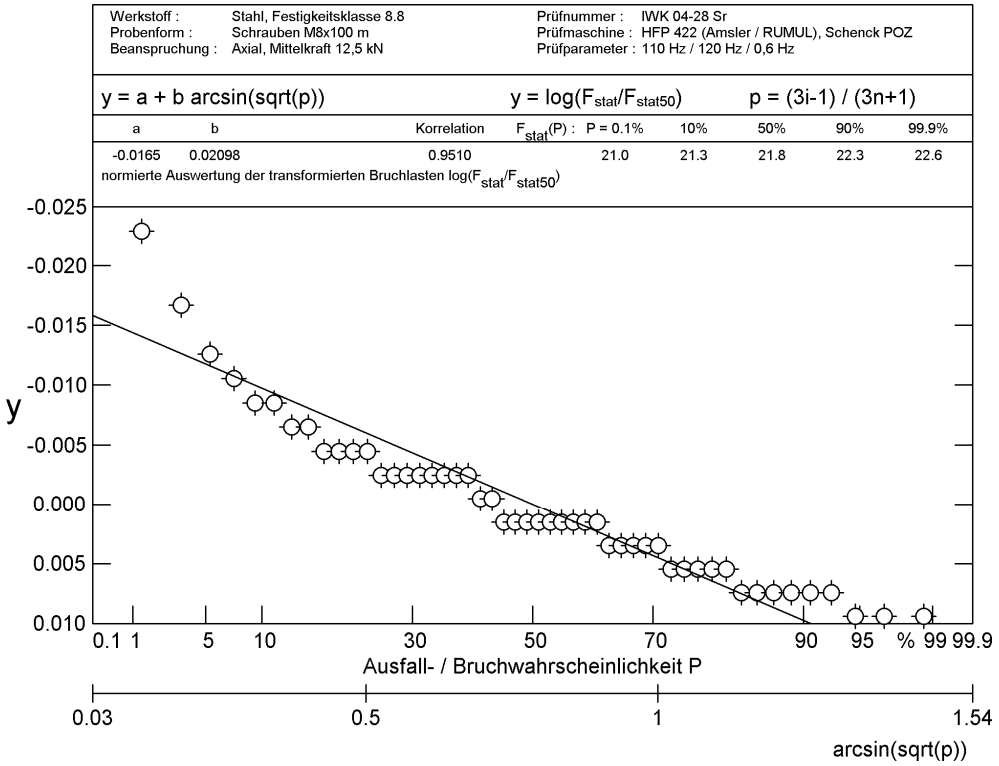


Bild 6.10e: Auswertung der Zugversuche an Schrauben Festigkeitsklasse 8.8 über die sin-Verteilung

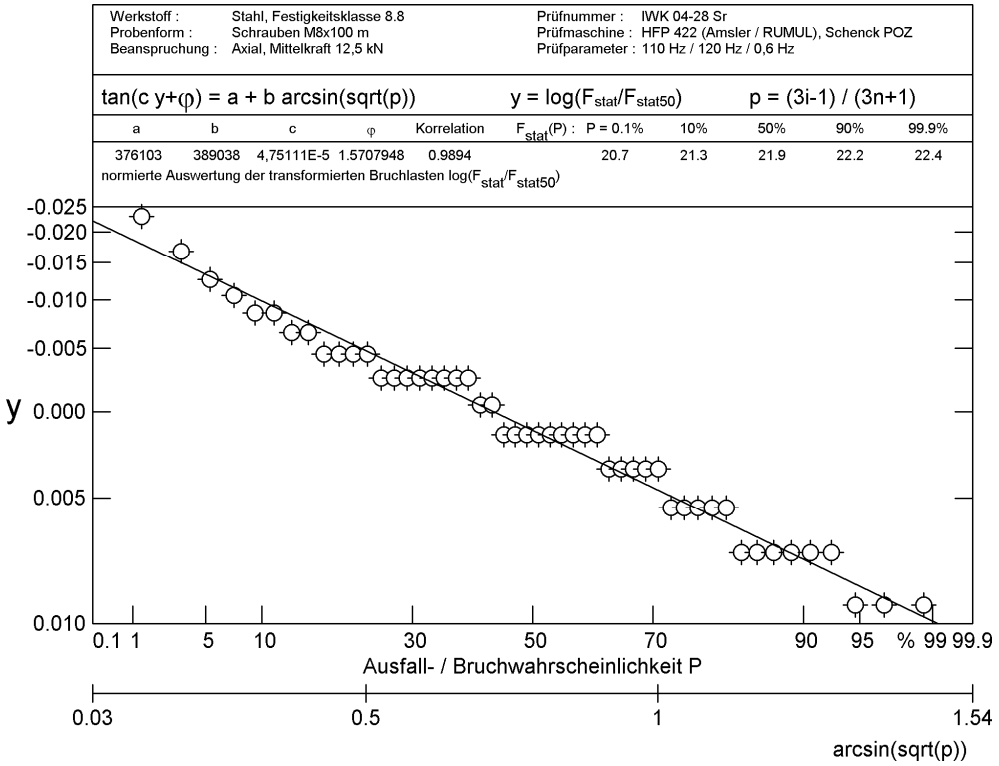


Bild 6.10f: Auswertung der Zugversuche an Schrauben Festigkeitsklasse 8.8 über die sin-Verteilung mit tan-Transformation

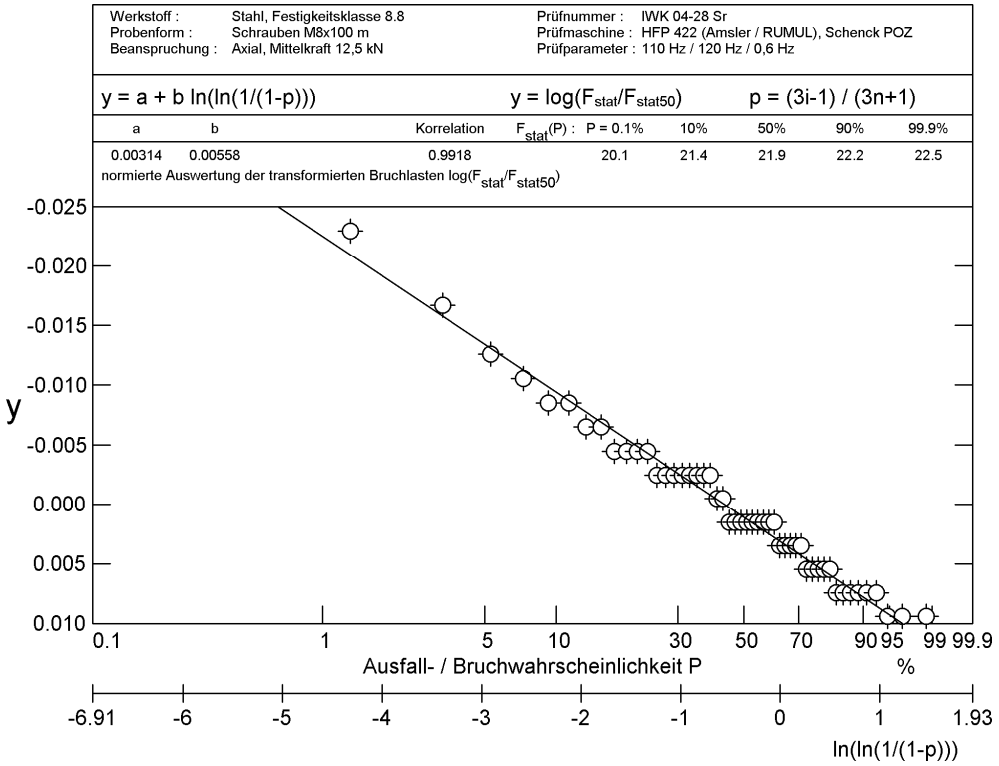


Bild 6.10g: Auswertung der Zugversuche an Schrauben Festigkeitsklasse 8.8 über die Weibull-Verteilung

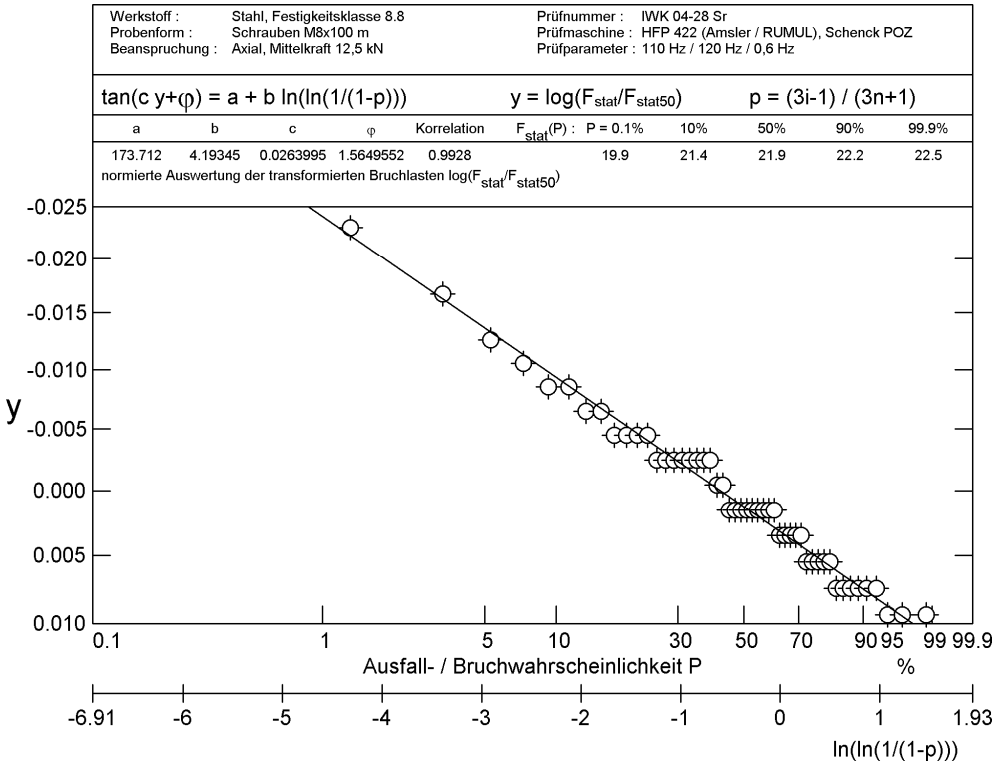


Bild 6.10h: Auswertung der Zugversuche an Schrauben Festigkeitsklasse 8.8 über die Weibull-Verteilung mit tan-Transformation

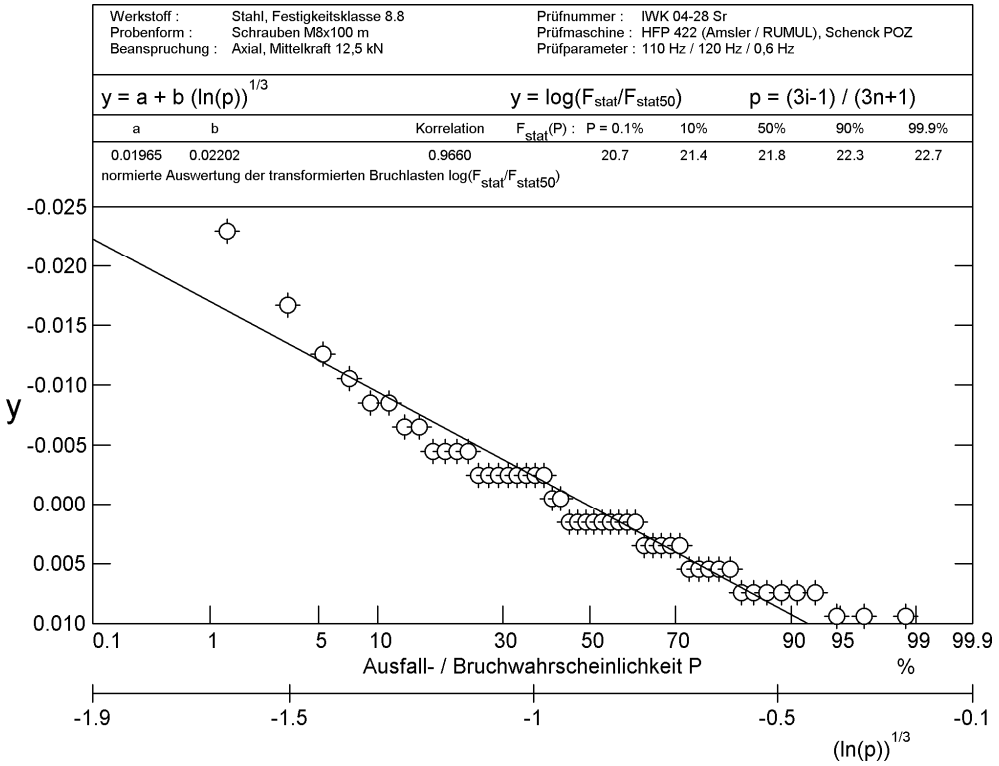


Bild 6.10i: Auswertung der Zugversuche an Schrauben Festigkeitsklasse 8.8 über die Müller-Verteilung

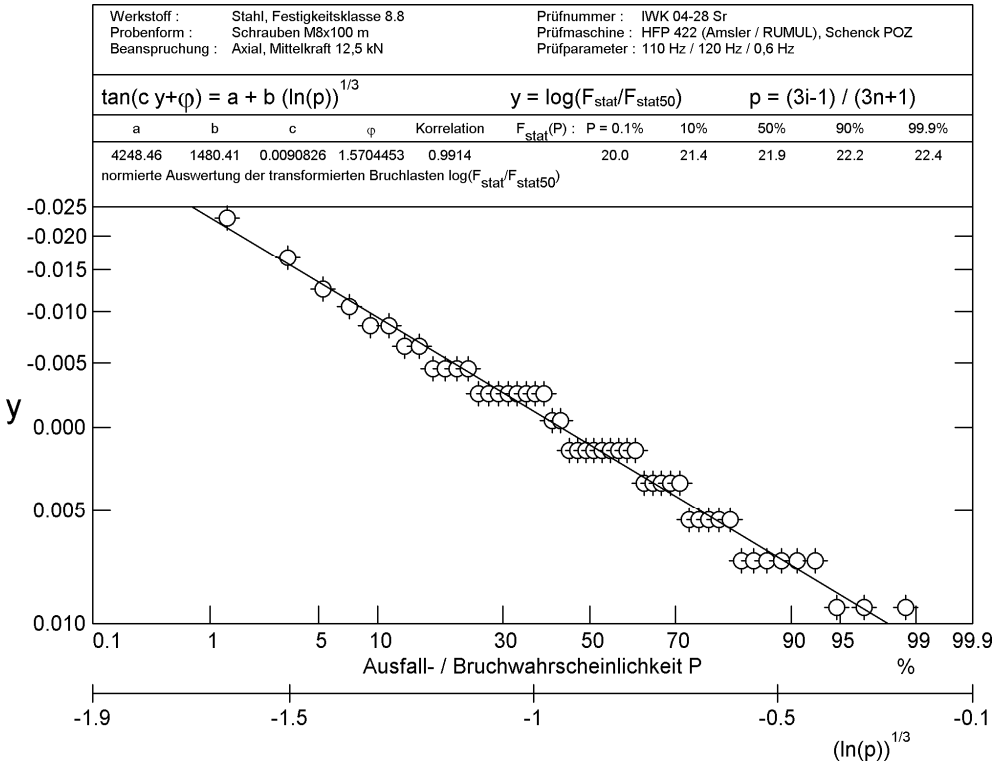


Bild 6.10j: Auswertung der Zugversuche an Schrauben Festigkeitsklasse 8.8 über die Müller-Verteilung mit tan-Transformation

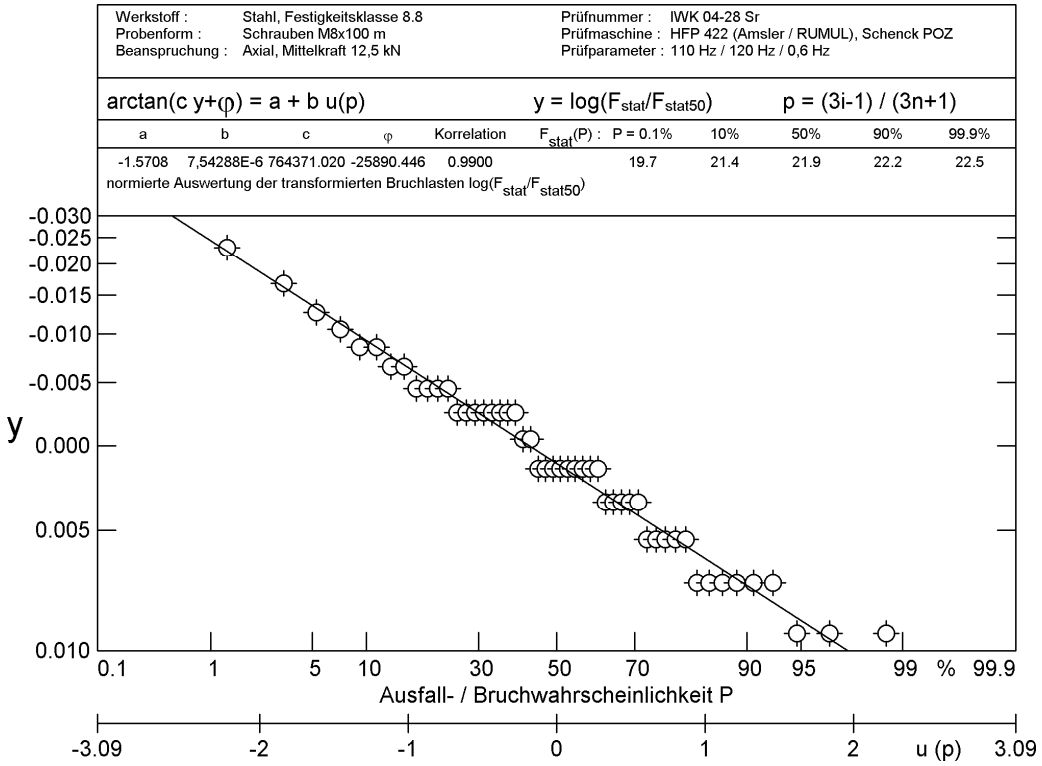


Bild 6.10k: Auswertung der Zugversuche an Schrauben Festigkeitsklasse 8.8 über die Normalverteilung mit arctan-Transformation

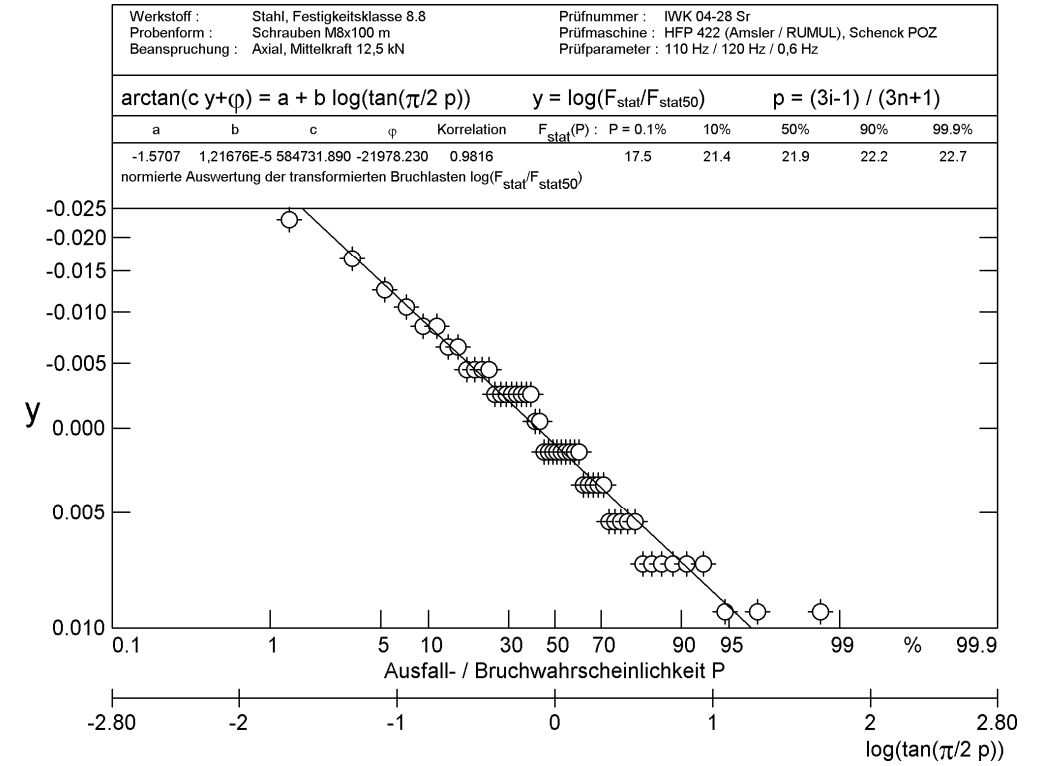


Bild 6.10l: Auswertung der Zugversuche an Schrauben Festigkeitsklasse 8.8 über die tan-Verteilung mit arctan-Transformation

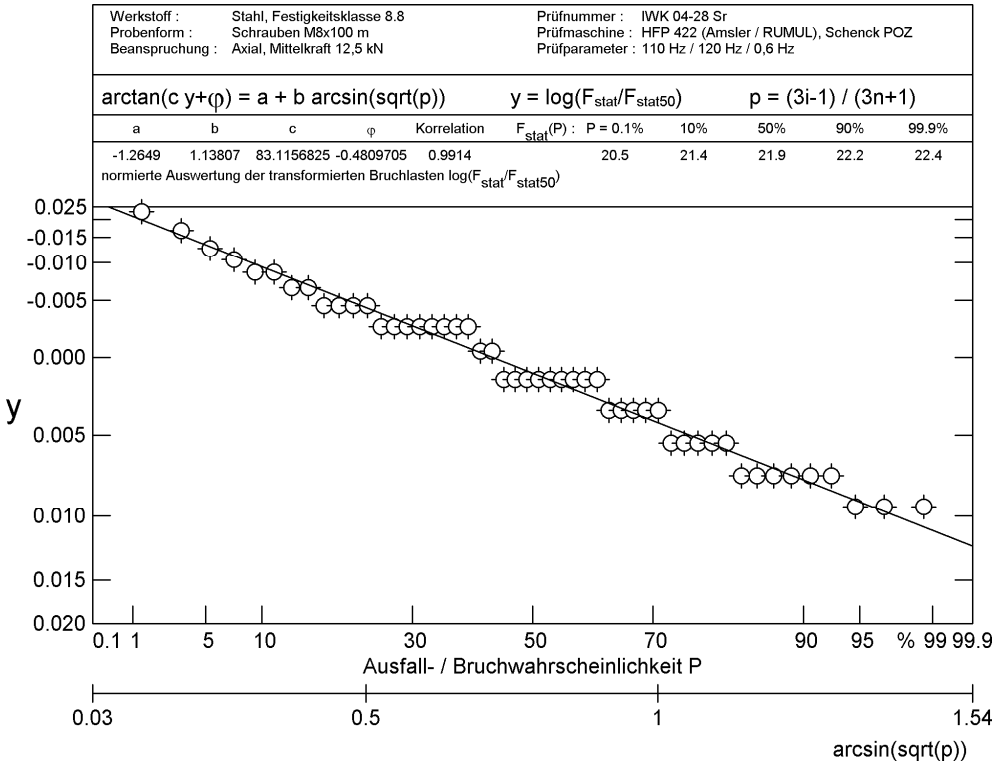


Bild 6.10m: Auswertung der Zugversuche an Schrauben Festigkeitsklasse 8.8 über die sin-Verteilung mit arctan-Transformation

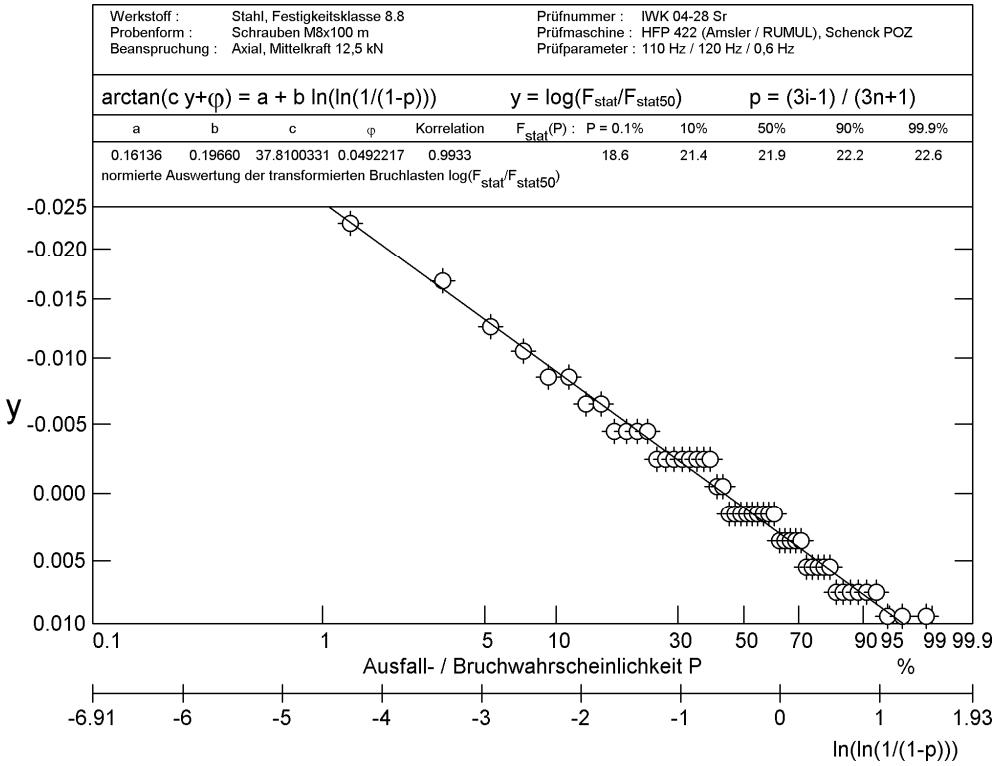


Bild 6.10n: Auswertung der Zugversuche an Schrauben Festigkeitsklasse 8.8 über die Weibull-Verteilung mit arctan-Transformation

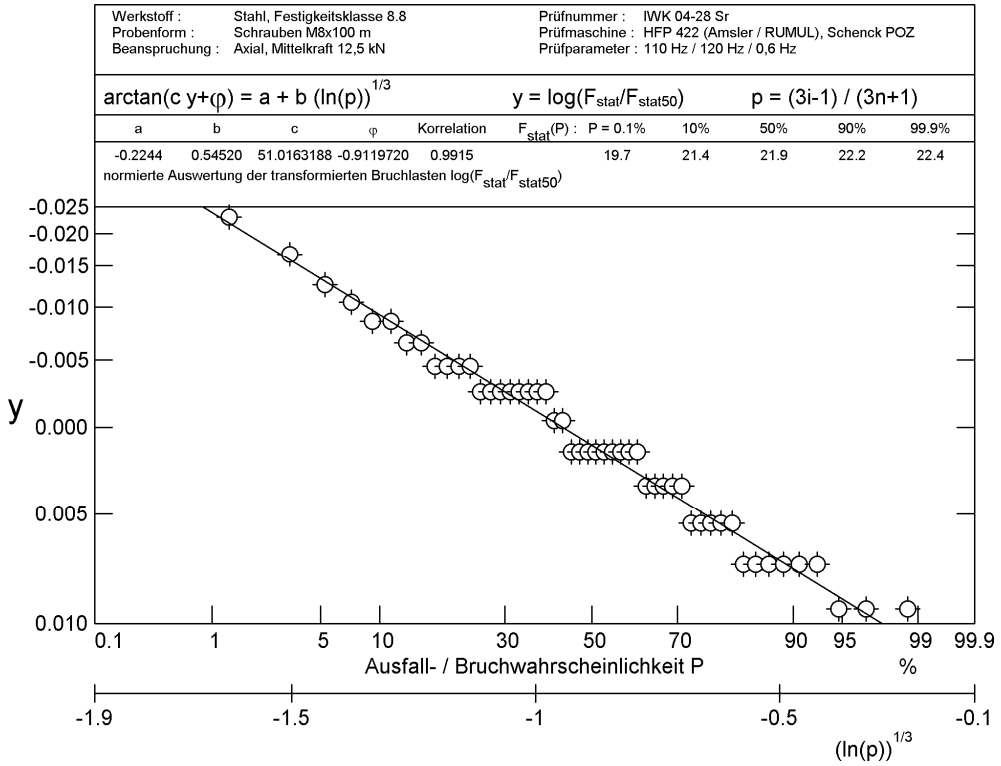


Bild 6.10o: Auswertung der Zugversuche an Schrauben Festigkeitsklasse 8.8 über die Müller-Verteilung mit arctan-Transformation

Bild 6.11a zeigt die Auswertung der Schwingversuchsergebnisse mit linearer Lastauftragung im einfach- und doppellogarithmischen Maßstab. In einfach logarithmischer Darstellung sieht die Auswertung plausibel aus, in der gebräuchlicheren doppellogarithmischen Darstellung erscheint sie jedoch wenig Vertrauen erweckend, weil die Streuung in Richtung des UHCF-Bereichs gegenüber den Versuchsdaten sehr groß wird. Da bei den Schraubenversuchen der Bereich der Lastamplitude sich von F_a = 1,7 kN bis F_a = 22 kN, also über mehr als eine Zehnerpotenz erstreckt, hat die Logarithmierung der Last einen signifikanten Einfluss auf das Rechenergebnis. Die Auswertung mit logarithmischer Lastauftragung, **Bild 6.11b**, ist im doppellogarithmischen Maßstab weitaus plausibler als bei Rechnung mit linearer Lastauftragung, und im linearen Maßstab nicht weniger einleuchtend. Sie wird im Folgenden zur Beschreibung der Schrauben der Festigkeitsklasse 8.8 verwendet.

Im Folgenden wird mit verschiedenen Verteilungsfunktionen die Streuung der Wöhlerkurve anhand des MGM beschrieben und die tan-Transformation erprobt. Falls die Transformation des Merkmals über den arctan konvergiert, wird sie zusätzlich als Variante aufgeführt. In **Bild 6.12a-l** wird deutlich, dass das MGM die Versuchswerte ganzheitlich beschreibt. Das Streuband wird je nach Verteilungsfunktion mal besser, mal weniger gut erfasst:

- Beschreibung des Streubands über die Normalverteilung

Die Streuung der transformierten Schwingspielzahlen (Bild 6.12a oben) wird genauso gut beschrieben wie die der Schwingspielzahlen der einzelnen HCF-Lastniveaus (Kap. 4.1.3). Der Frühausfall auf F_a = 7 kN, dessen Bruchbild keine Veranlassung dazu gibt, ihn als „Ausreißer“ zu deklarieren (Kap. 3.6.5), läge innerhalb eines parallelen Streubands. Ein paralleles Streuband sieht allerdings im Vergleich zur Streuung der statischen Bruchkräfte bei N = 0,25 wenig überzeugend aus (Bild 6.12a unten) und wird daher verworfen. Abgesehen davon, dass der Frühausfall außerhalb des Streubands liegt, erscheint die Auswertung nach Bild 6.11b eher nachvollziehbar. Im Übrigen werden durch die tan-Transformation des Merkmals die Versuchspunkte im Bereich hoher Bruchwahrscheinlichkeiten etwas besser erfasst (Bild 6.12b oben).

- Beschreibung des Streubands über die tan-Verteilung

Dass die vorliegenden Versuchswerte unzureichend durch die tan-Verteilung beschrieben werden, wird in der systematischen Abweichung der Versuchswerte von der Regressionsgerade in Form einer S-Kurve deutlich, Bild 6.12c. Das resultierende Streuband wird sehr breit und liefert konservative Abschätzungen zu kleinen Bruchwahrscheinlichkeiten. Diese Abweichung wird allerdings durch die tan-Transformation vollständig kompensiert: Bild 6.12d unterscheidet sich kaum von Bild 6.12b.

- Beschreibung des Streubands über die sin-Verteilung

Das über die sin-Verteilung ermittelte Streuband ist zu schmal, Bild 6.12e. Die Quantile für 0,1% und 1% sind fast identisch (bzw. 99,9% und 99%). Dies liegt darin begründet, dass die sin-Verteilung zu seinen Enden hin keinen asymptotischen Verlauf gegen Null aufweist. Sie ist daher zur Beschreibung von Quantilen jenseits von 1% und 99% wenig geeignet. Auch eine tan-Transformation des Merkmals in Bild 6.12f verbessert demgegenüber nichts, jedoch ist mit der arctan-Transformation die sin-Verteilung in der Lage, auch größere Stichprobenumfänge zu erfassen, Bild 6.12g. Der Korrelationskoeffizient im Wahrscheinlichkeitsdiagramm ist sehr hoch, und das Wöhlerdiagramm ist vergleichbar mit der Auswertung über die Normalverteilung mit tan-Transformation.

- Beschreibung des Streubands über die Weibull-Verteilung

Die für die zweiparametrige Weibull-Verteilung häufig auftretende systematische Abweichung von den Versuchswerten (Bild 6.12h) liefert extrem konservative Abschätzungen der Quantile für kleine Bruchwahrscheinlichkeiten und ist daher wenig zur Beschreibung der vorliegenden Versuche geeignet. Wie bei der tan-Verteilung wird die systematische Abweichung durch die tan-Transformation des Merkmals vollständig kompensiert (Bild 6.12i).

- Beschreibung des Streubands über die Müller-Verteilung

Die Müller-Verteilung beschreibt die Streuung der Versuchspunkte in Bild 6.12j hinsichtlich des Korrelationskoeffizienten ebenso gut wie die Normalverteilung. Die Transformationen des Merkmals über den tan bzw. den arctan liefern kaum Verbesserungspotential (Bild 6.12k und l).

Durch die tan-Transformation, die bis auf die sin-Verteilung mit allen Verteilungen funktioniert (bzw. die arctan-Transformation mit der sin- und Müller-Verteilung) sind die Unterschiede bezüglich der Verteilungsfunktion marginal: Die 50%-Kurven sind nahezu deckungsgleich, der Frühausfall liegt für alle Verteilungen außerhalb des Streubands, und die Streuung der Kraftamplitude bei der Grenzschwingspielzahl differiert nur wenig. Zum Vergleich des MGM mit herkömmlichen linearen Auswertungen in Kap. 6.4 wird letztlich willkürlich die Normalverteilung mit tan-Transformation herangezogen.

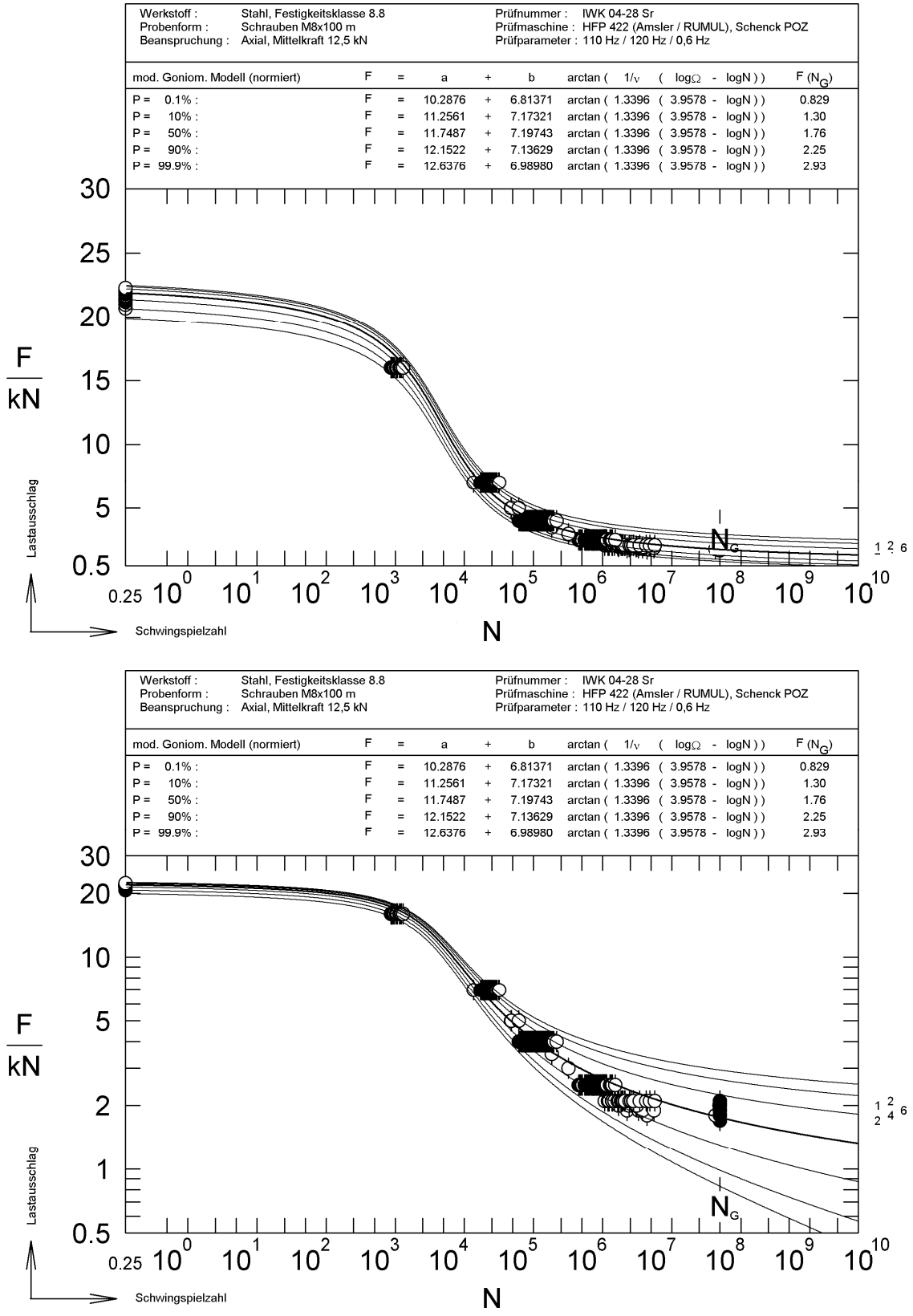


Bild 6.11a: Globale Auswertung der Versuchsergebnisse an Schrauben Festigkeitsklasse 8.8 nach dem MGM und der Normalverteilung (Last linear gerechnet, Darstellung der Rechenergebnisse im einfach- und doppellogarithmischen Maßstab)

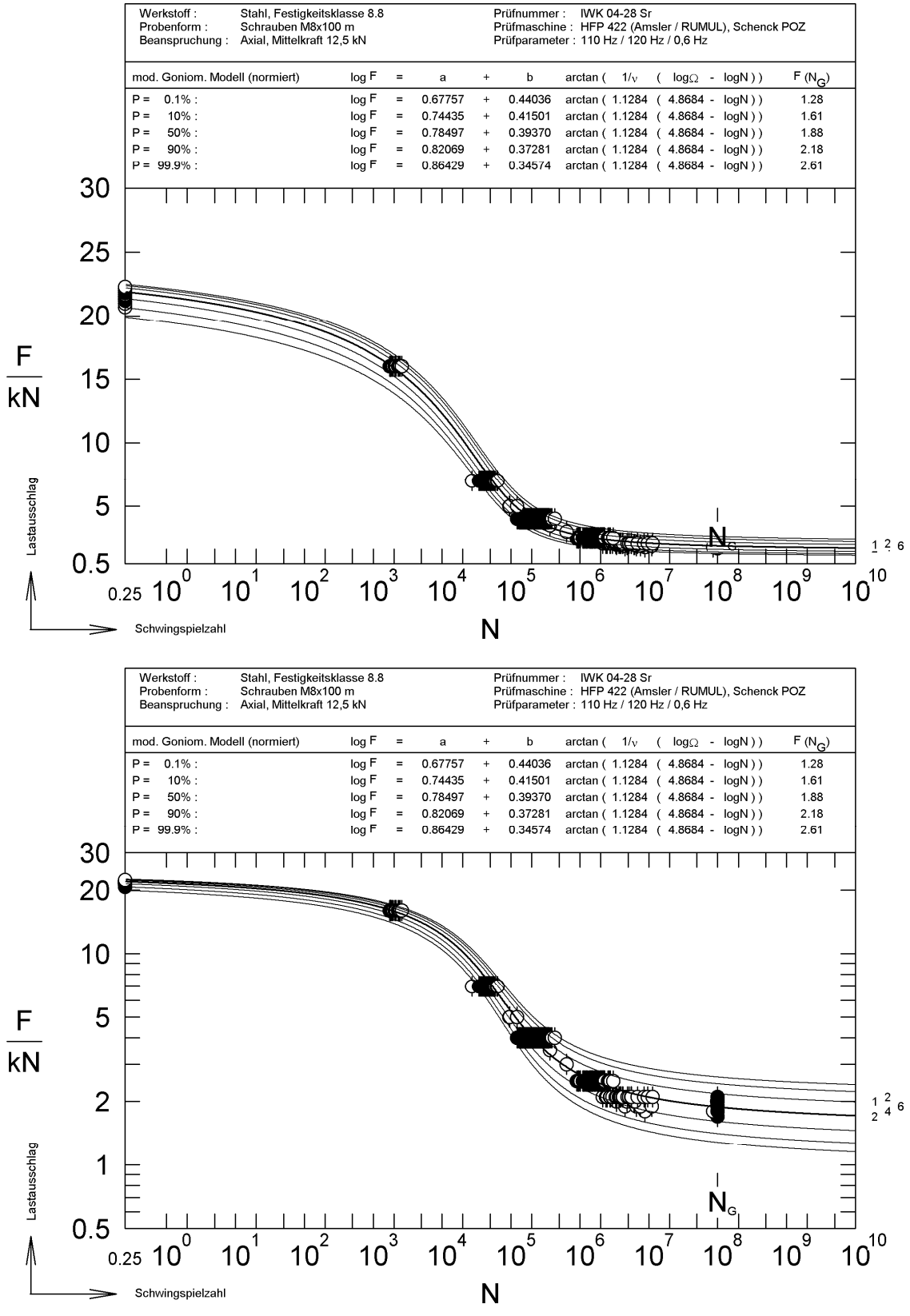


Bild 6.11b: Globale Auswertung der Versuchsergebnisse an Schrauben Festigkeitsklasse 8.8 nach dem MGM und der Normalverteilung (Last logarithmisch gerechnet, Darstellung der Rechenergebnisse im einfach- und doppellogarithmischen Maßstab)

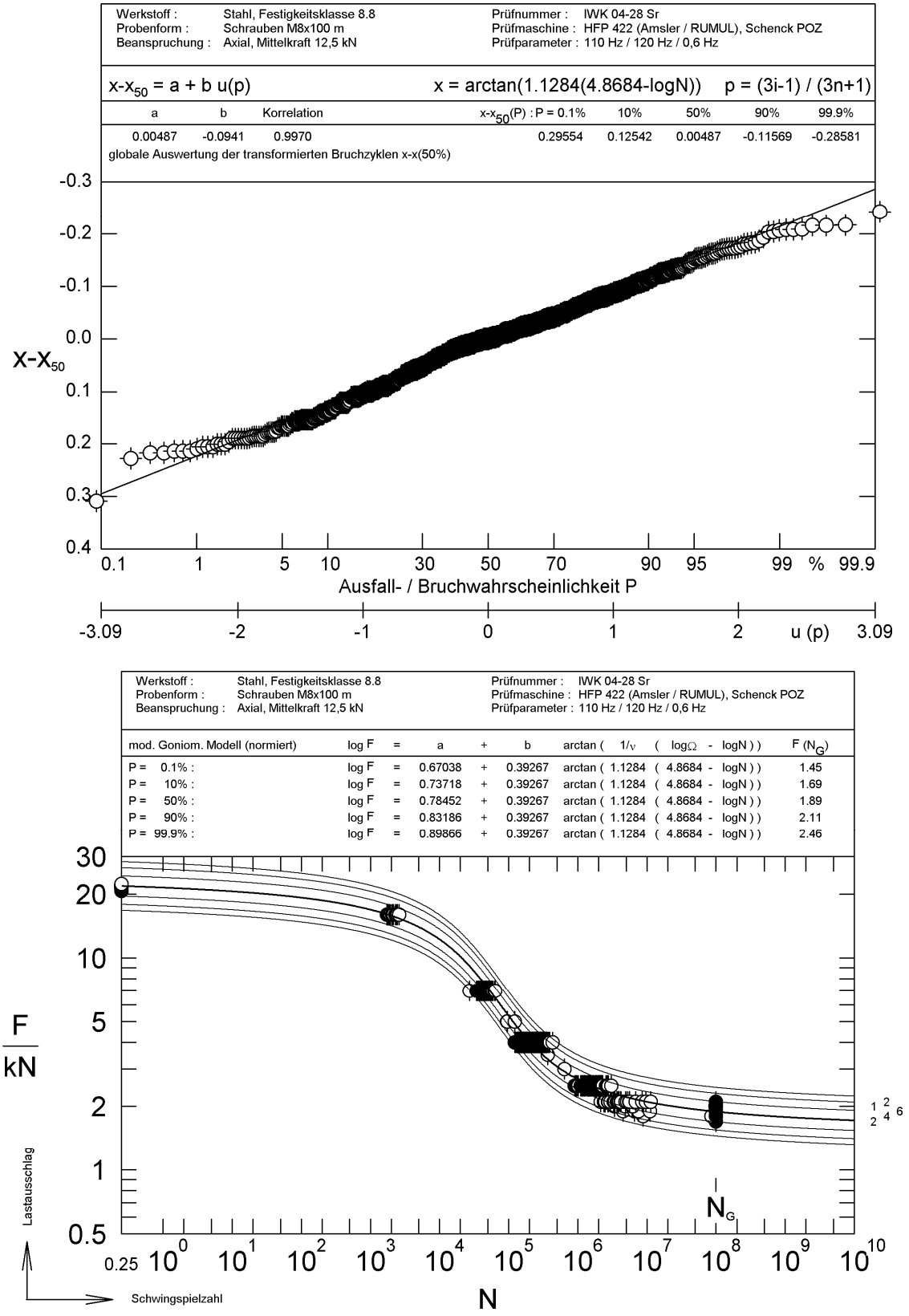


Bild 6.12a: Globale Auswertung der Versuchsergebnisse an Schrauben Festigkeitsklasse 8.8 nach dem MGM und der Normalverteilung (Streuung der statischen Bruchkräfte unberücksichtigt im Gegensatz zu Bild 6.11b unten)

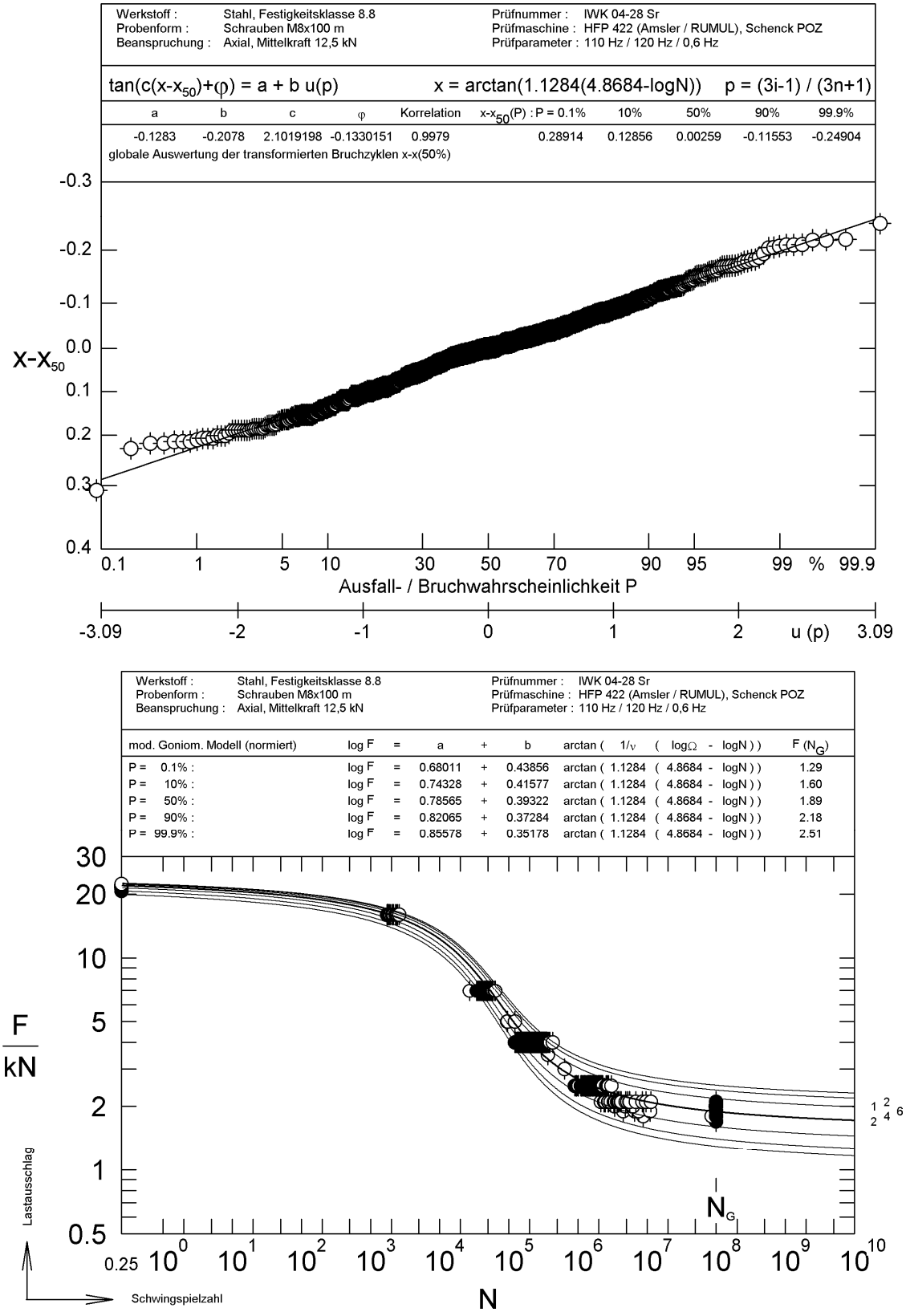


Bild 6.12b: Globale Auswertung der Versuchsergebnisse an Schrauben Festigkeitsklasse 8.8 nach dem MGM und der Normalverteilung mit tan-Transformation

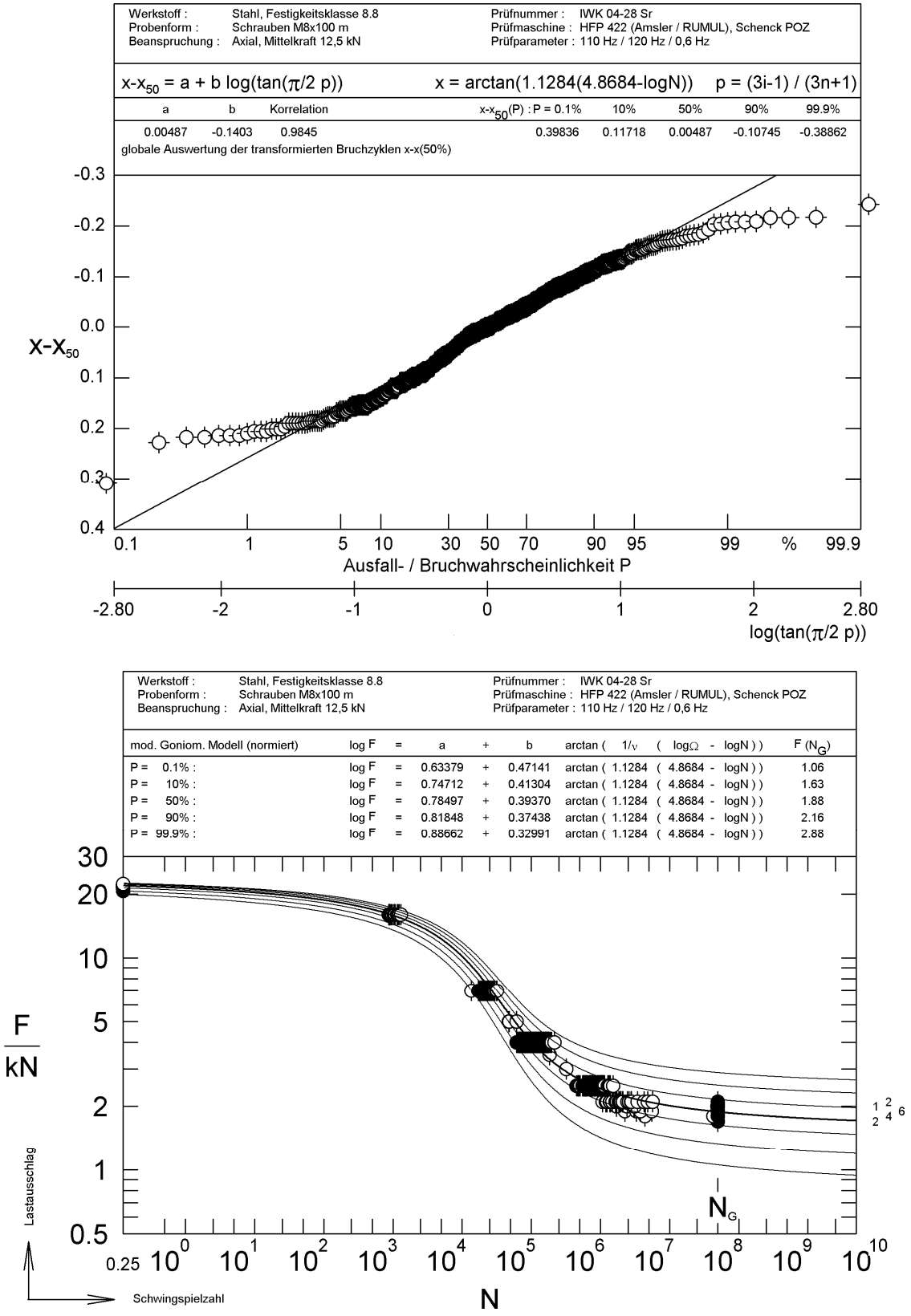


Bild 6.12c: Globale Auswertung der Versuchsergebnisse an Schrauben Festigkeitsklasse 8.8 nach dem MGM und der tan-Verteilung

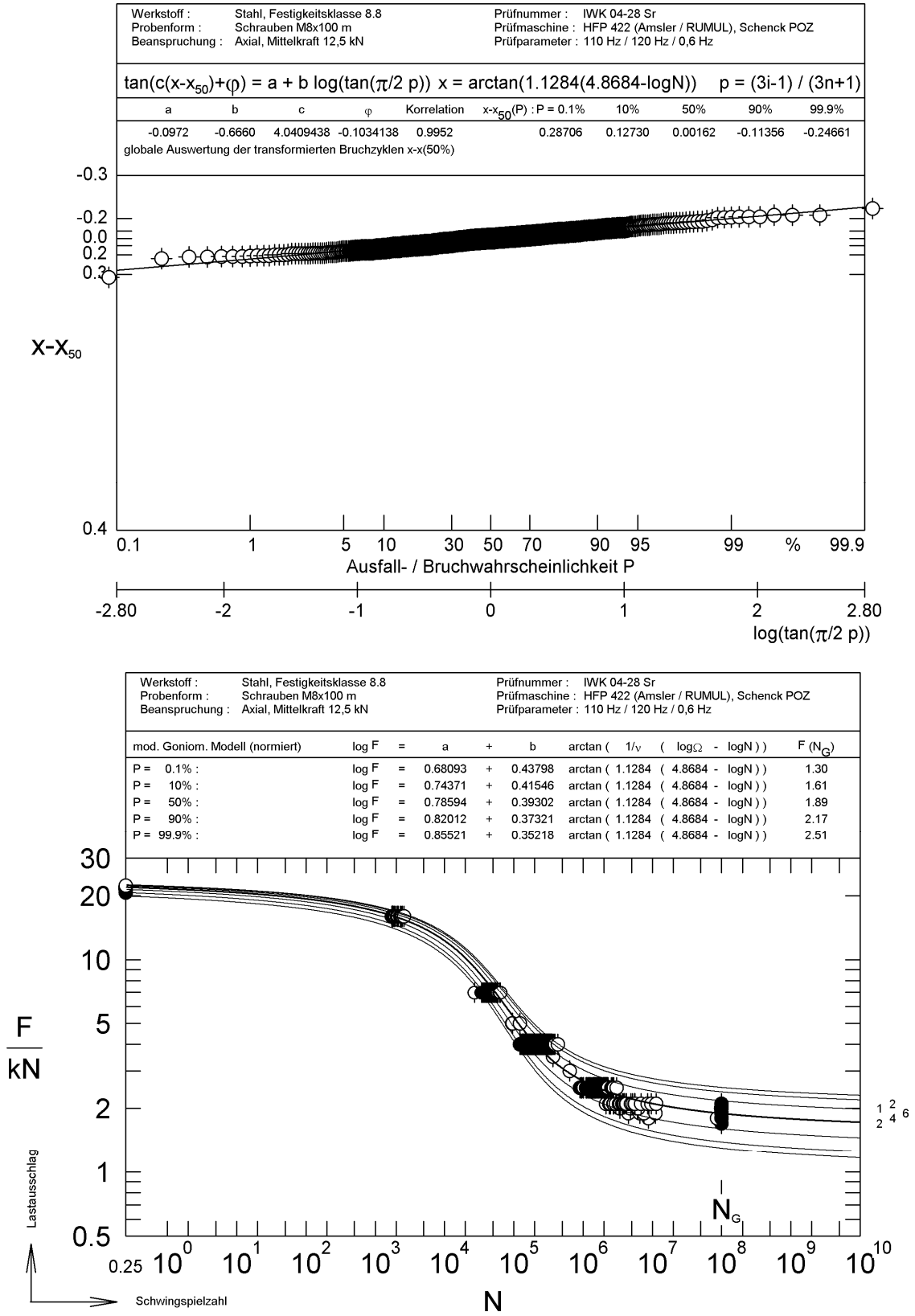


Bild 6.12d: Globale Auswertung der Versuchsergebnisse an Schrauben Festigkeitsklasse 8.8 nach dem MGM und der tan-Verteilung mit tan-Transformation

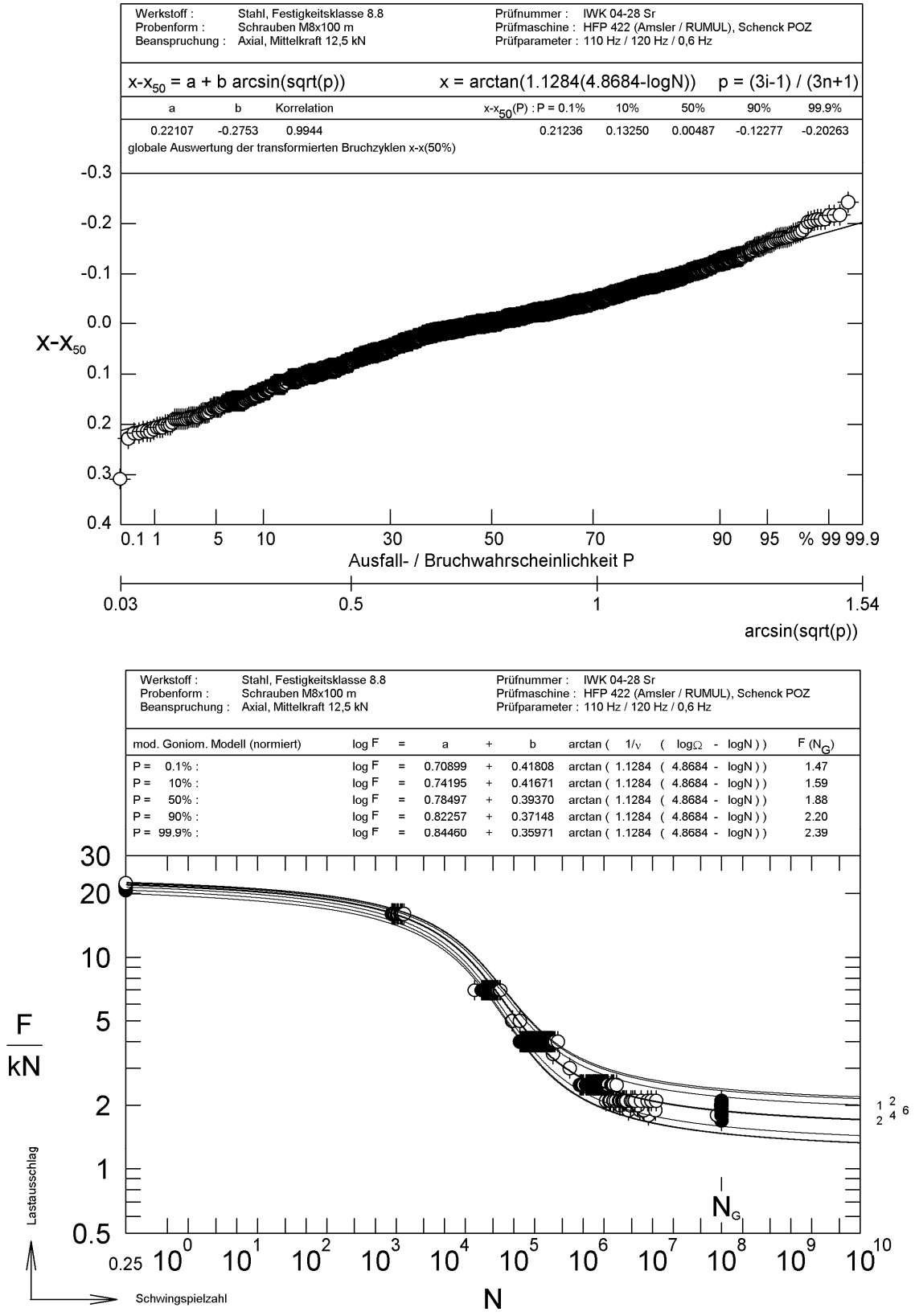


Bild 6.12e: Globale Auswertung der Versuchsergebnisse an Schrauben Festigkeitsklasse 8.8 nach dem MGM und der sin-Verteilung

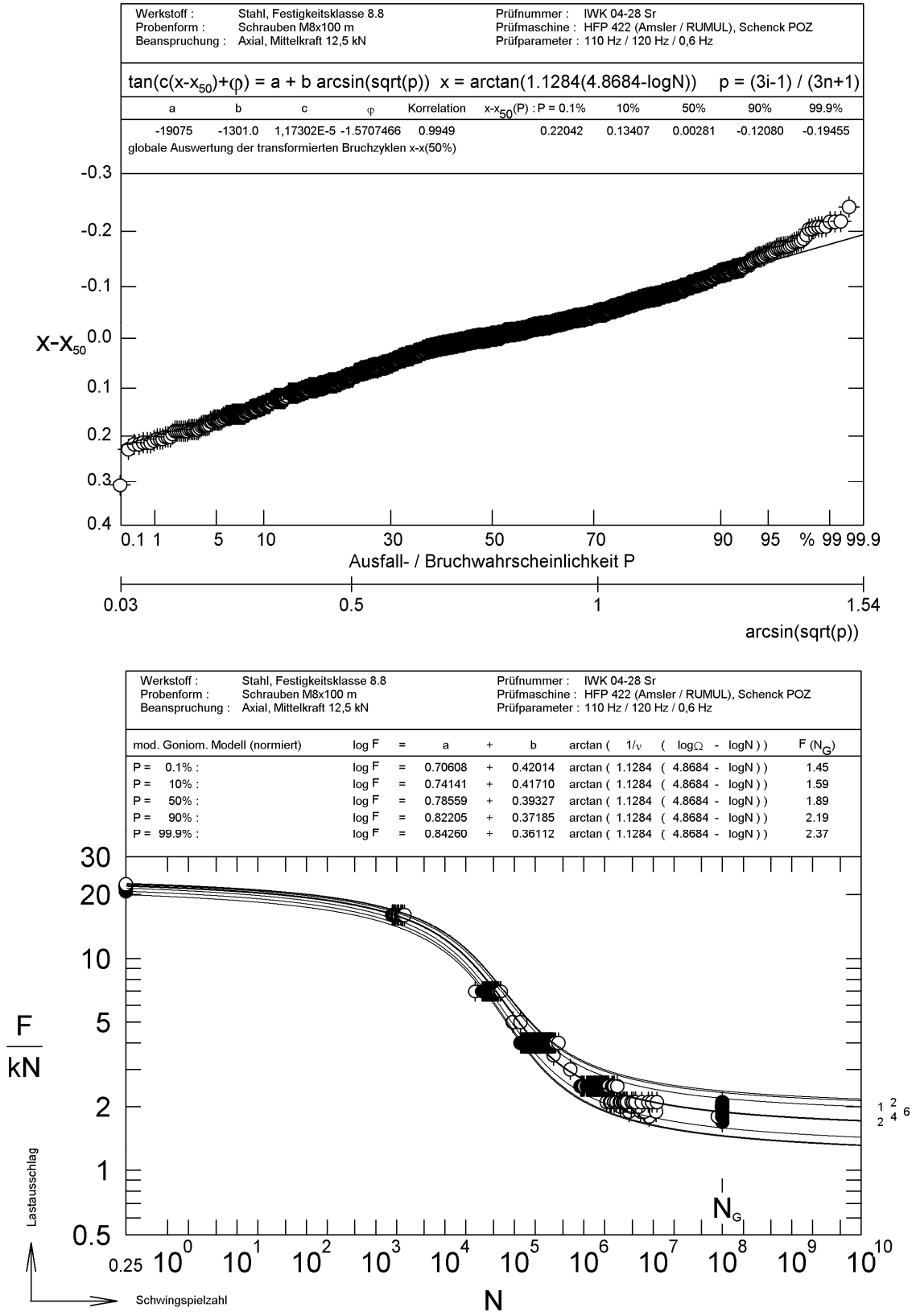


Bild 6.12f: Globale Auswertung der Versuchsergebnisse an Schrauben Festigkeitsklasse 8.8 nach dem MGM und der sin-Verteilung mit tan-Transformation

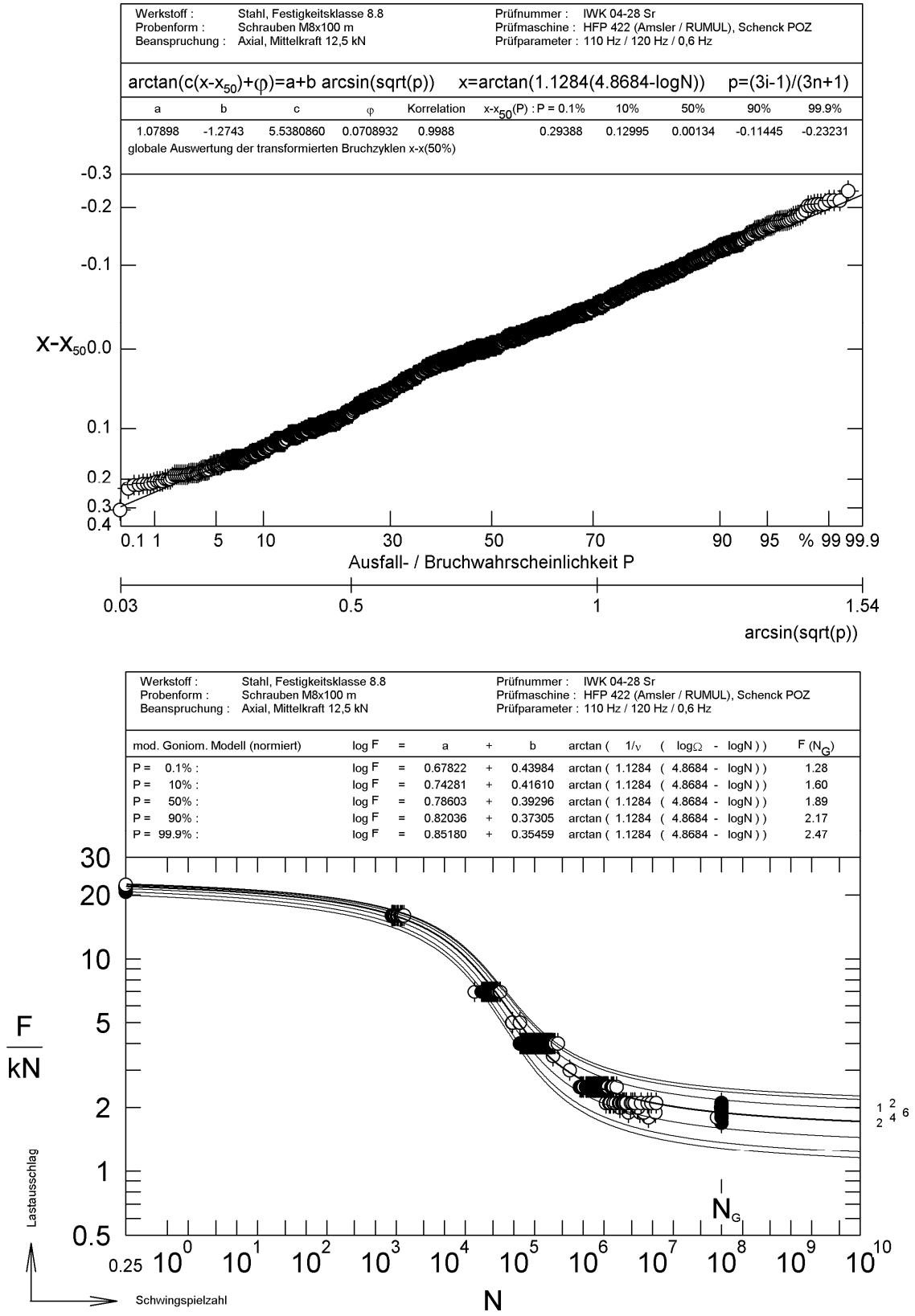


Bild 6.12g: Globale Auswertung der Versuchsergebnisse an Schrauben Festigkeitsklasse 8.8 nach dem MGM und der sin-Verteilung mit arctan-Transformation

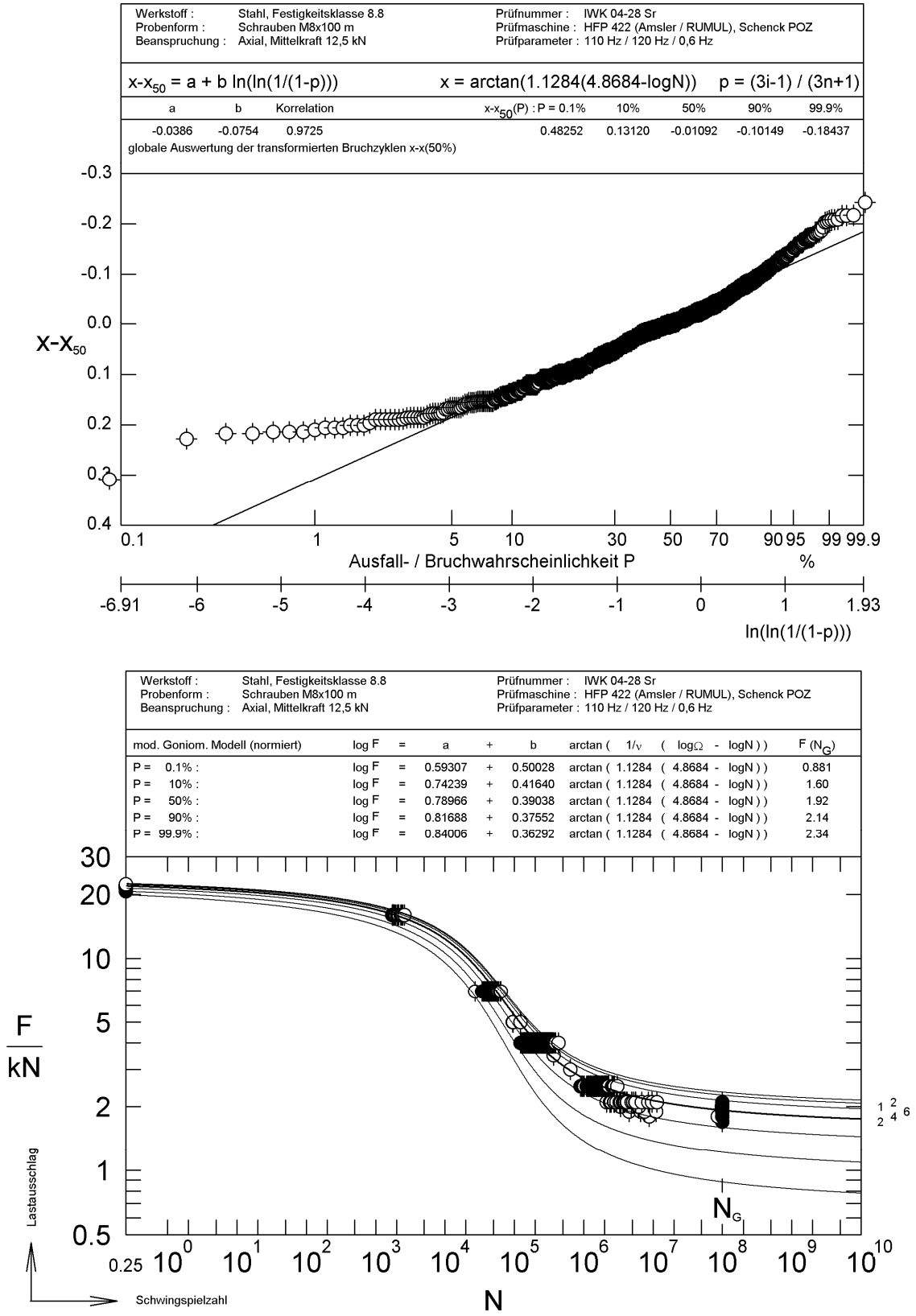


Bild 6.12h: Globale Auswertung der Versuchsergebnisse an Schrauben Festigkeitsklasse 8.8 nach dem MGM und der Weibull-Verteilung

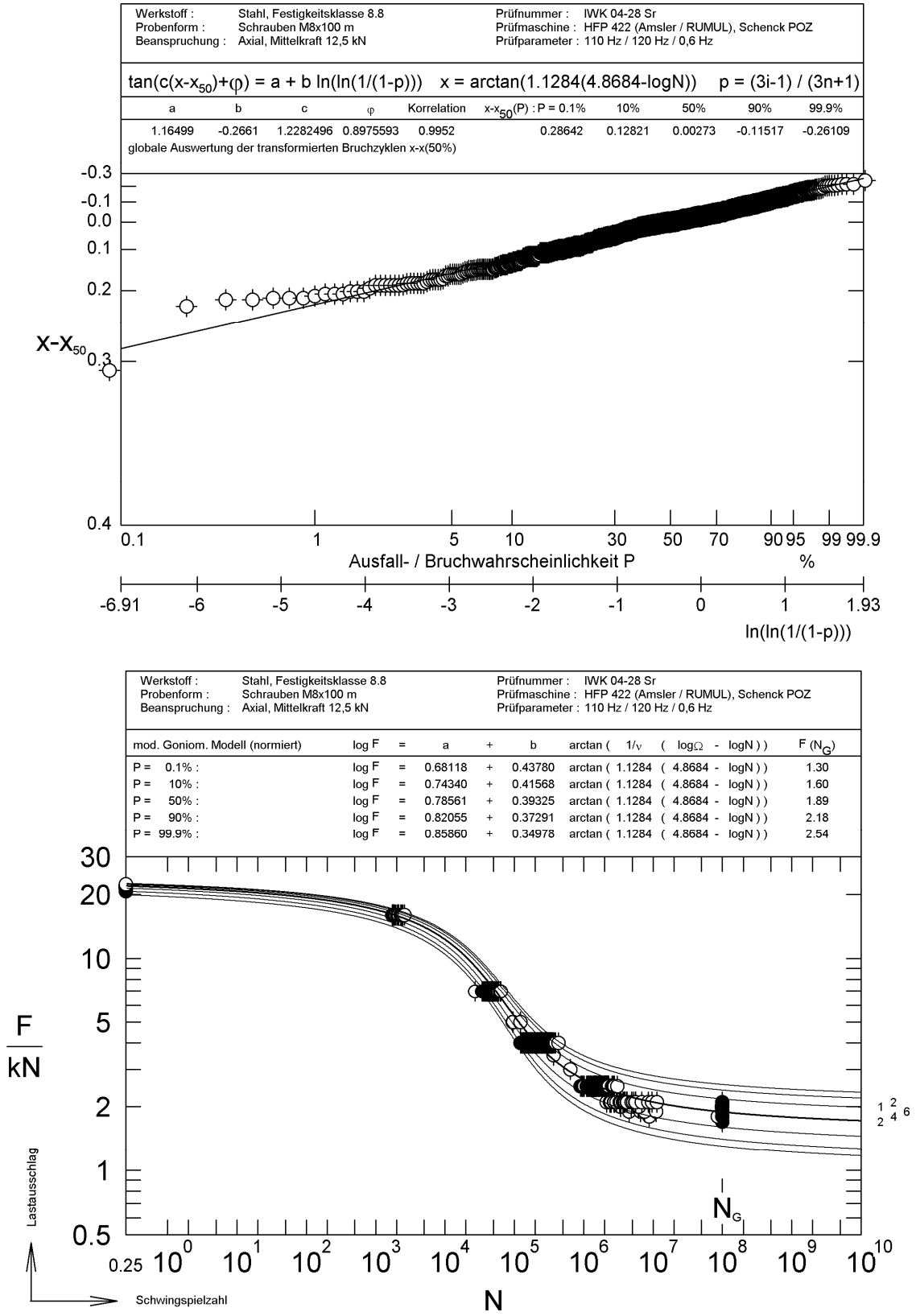


Bild 6.12i: Globale Auswertung der Versuchsergebnisse an Schrauben Festigkeitsklasse 8.8 nach dem MGM und der Weibull-Verteilung mit tan-Transformation

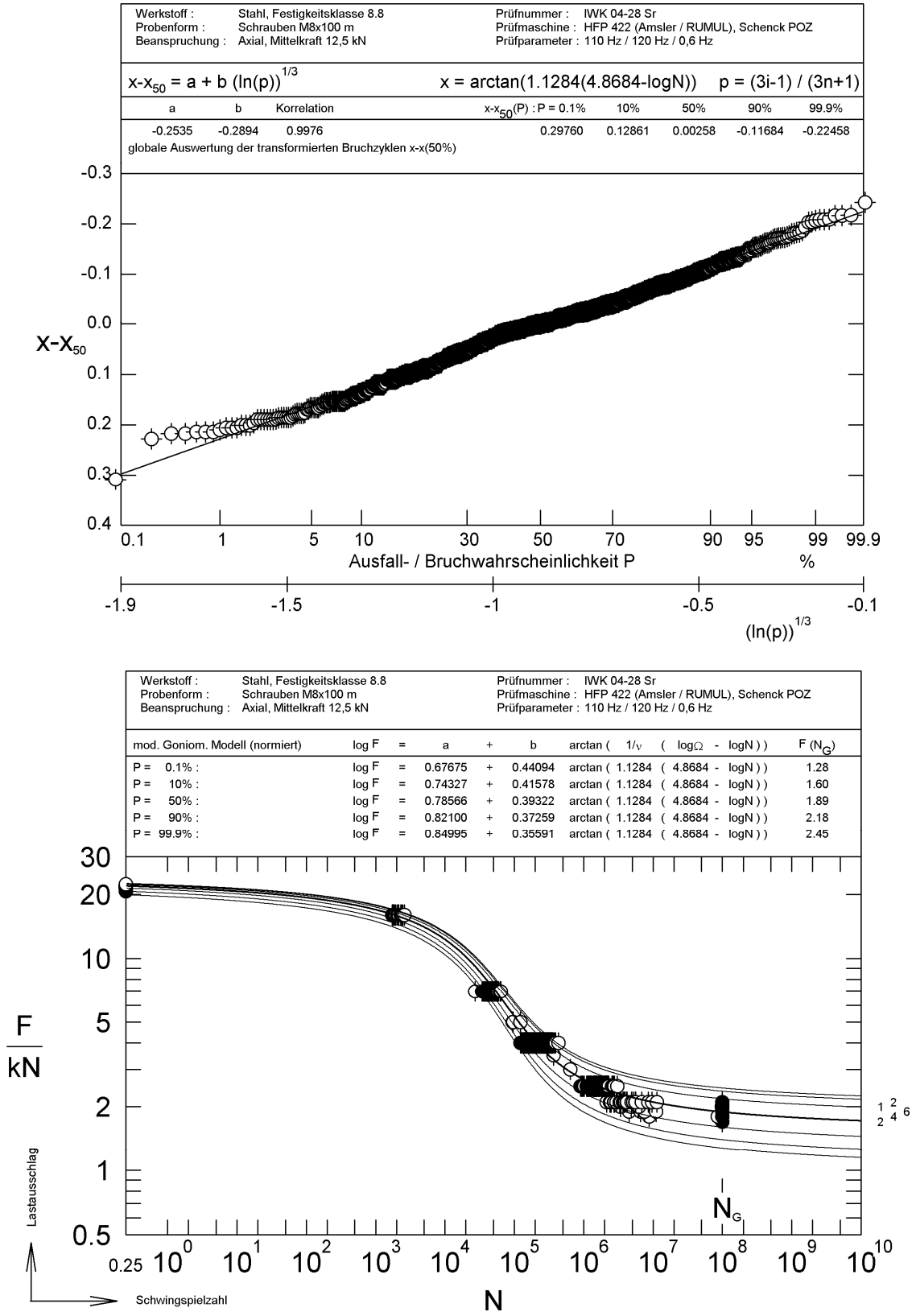


Bild 6.12j: Globale Auswertung der Versuchsergebnisse an Schrauben Festigkeitsklasse 8.8 nach dem MGM und der Müller-Verteilung

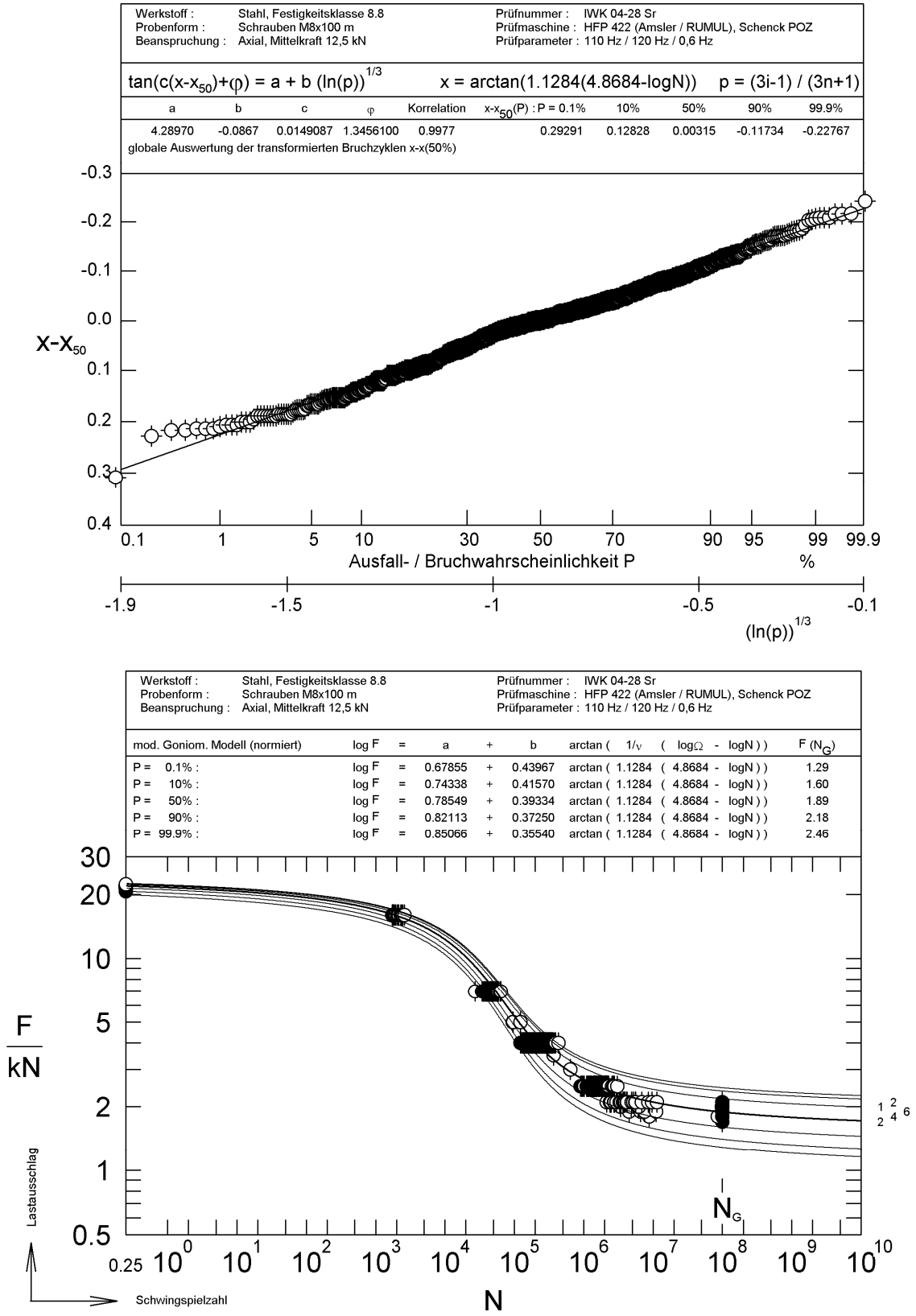


Bild 6.12k: Globale Auswertung der Versuchsergebnisse an Schrauben Festigkeitsklasse 8.8 nach dem MGM und der Müller-Verteilung mit tan-Transformation

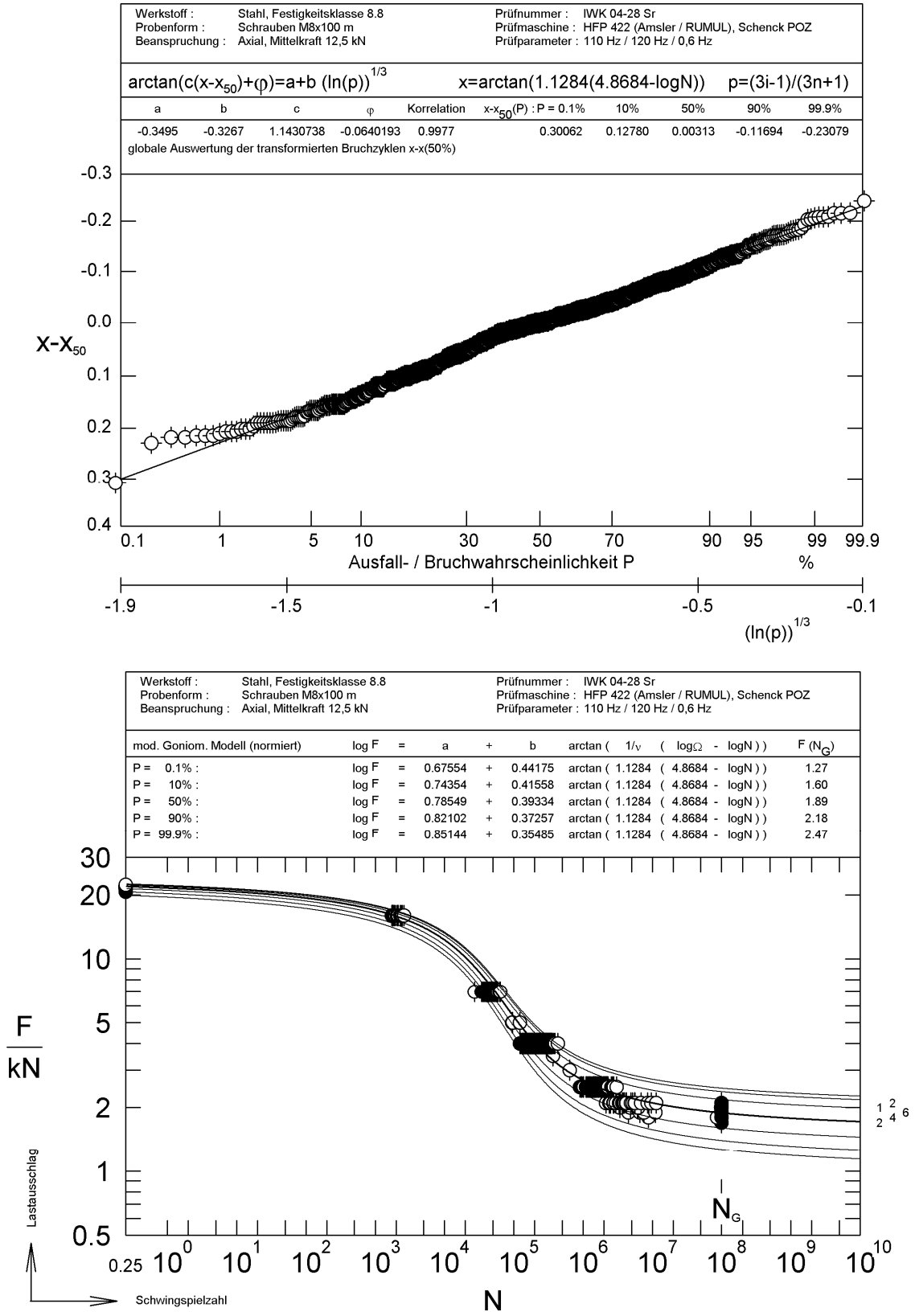


Bild 6.12l: Globale Auswertung der Versuchsergebnisse an Schrauben Festigkeitsklasse 8.8 nach dem MGM und der Müller-Verteilung mit arctan-Transformation

Für die Beurteilung der Auswertung nach dem MGM im UHCF-Bereich sollte berücksichtigt werden, dass die Versuche auf dem Lastniveau F_a = 4 kN bedingt durch den Versuchsaufwand parallel auf einer Maschine mit anderer Steuerelektronik (VibroWin) und einer anderen Vorrichtung als die restlichen Versuche (mit der Steuerelektronik Topp) durchgeführt wurden. Wegen der extrem hohen Probenanzahl mit n = 500, und weil die mittlere Lebensdauer sich gut in die restlichen Versuchsergebnisse integrieren lässt, wurde das Lastniveau mit in die Auswertung genommen. Seine Streuung fällt breiter aus als jene auf dem niedriger liegenden Lastniveau bei F_a = 2,5 kN. Dies ist nicht auf die Probenanzahl zurückzuführen, da ab n = 100 die Abschätzung von Quantilen sich nicht mehr signifikant ändert (Kap. 4.4), sondern lässt vielmehr darauf schließen, dass ein Einfluss der Prüfanordnung auf das Ergebnis vorliegt.

Bild 6.12m zeigt die Auswertung der Versuchsergebnisse mit der Normalverteilung ohne Berücksichtigung dieses Lastniveaus: Das Streuband wird deutlich schmaler und liefert somit weniger konservative Abschätzungen der Streuung im UHCF-Bereich als in Bild 6.11b unten. Zwangsläufig liegen auf F_a = 4 kN einige Proben nun außerhalb des Streubands.

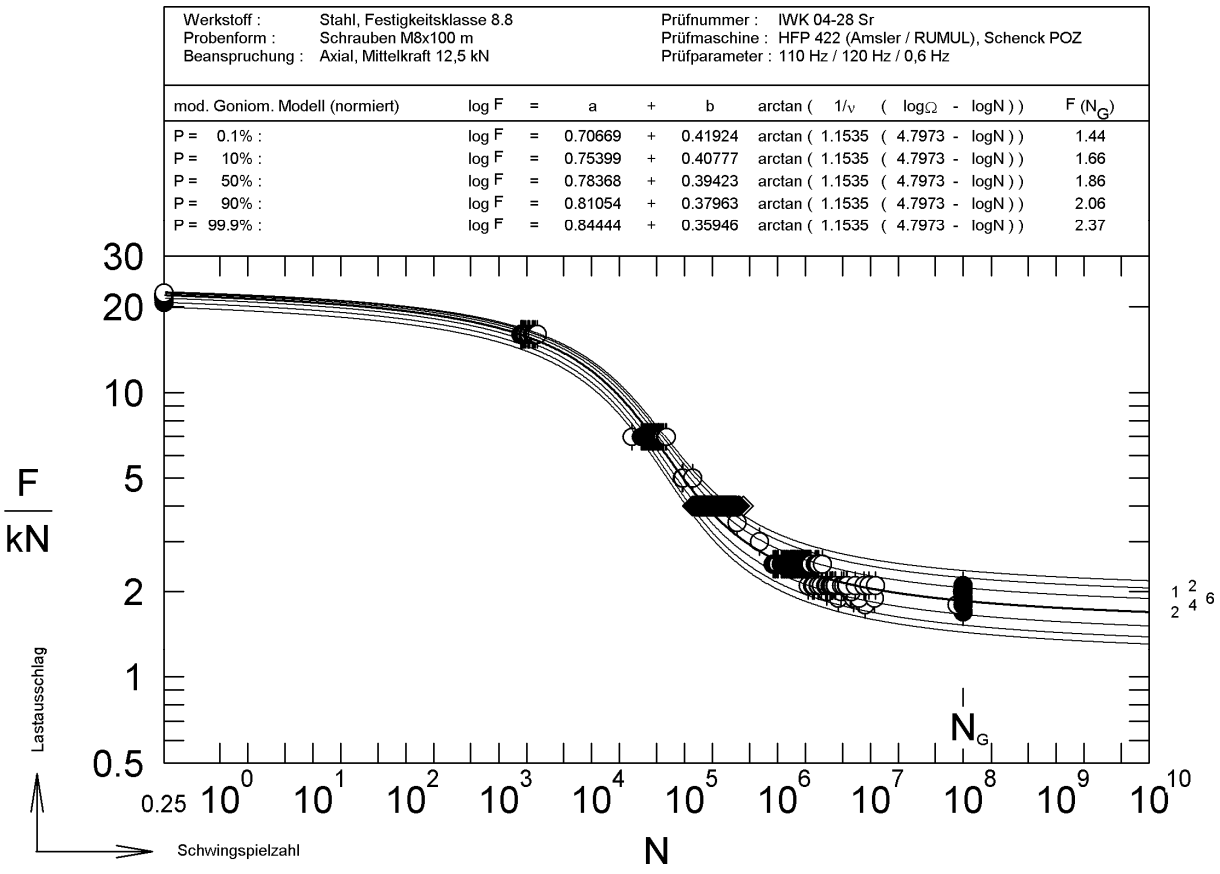


Bild 6.12m: Globale Auswertung der Versuchsergebnisse an Schrauben Festigkeitsklasse 8.8 nach dem MGM und der Normalverteilung ohne rechnerische Berücksichtigung der Versuchsergebnisse auf dem Lastniveau F_a = 4 kN (Rauten)

6.3.2 Auswertung der UHCF-Schwingversuchsergebnisse an Schrauben, Festigkeitsklasse 12.9, nach dem MGM

Die Auswertung der Schwingversuchsergebnisse an den Schrauben der Festigkeitsklasse 12.9 wird analog zu Kapitel 6.3.1 durchgeführt.

Im vorliegenden Fall wird die Streuung der statischen Bruchkraft am besten durch die Müller-Verteilung (Kap. 4.1.1) beschrieben, **Bild 6.13a-j**. Für die Auswertung nach dem MGM wurden die Quantile gemäß Bild 6.13j als Stützwerte für $F_{a\,(N = 0{,}25)}$ herangezogen.

Die statische Bruchkraft der M6-Schrauben kann über den arctan ebenfalls transformiert werden, **Bild 6.13k-o**. Der Korrelationskoeffizient ist in Kombination mit der sin-Verteilung vergleichbar mit der Auswertung nach der Müller-Verteilung mit tan-Transformation, und die Quantile stimmen bis auf eine Nachkommastelle miteinander überein.

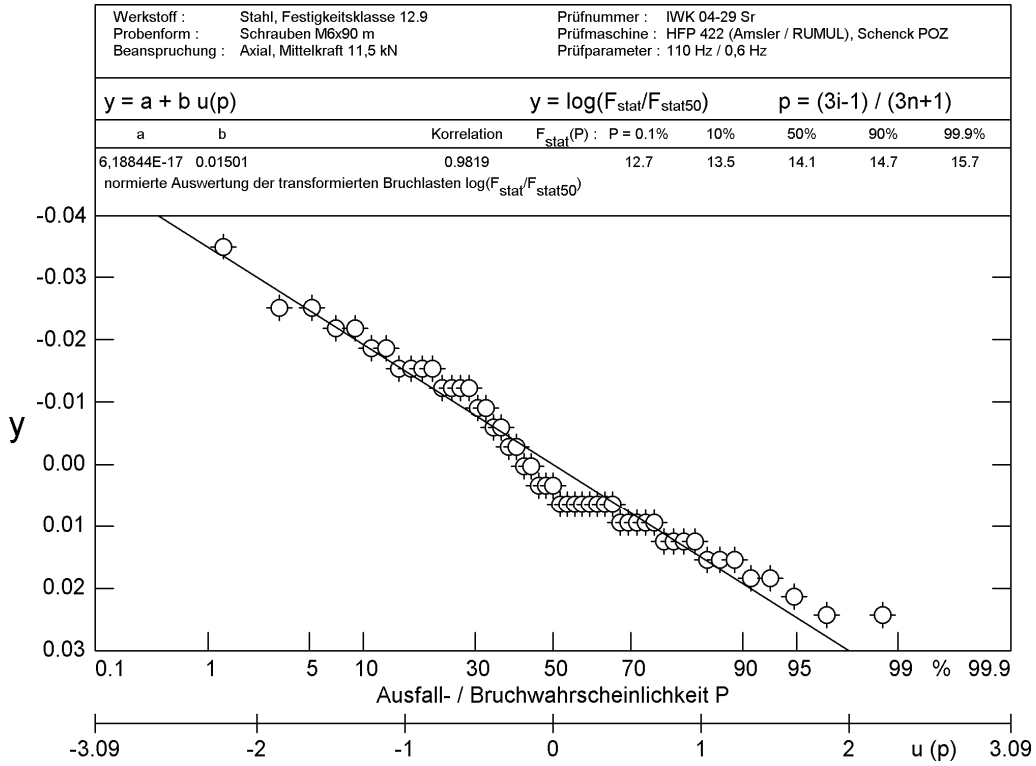


Bild 6.13a: Auswertung der Zugversuche an Schrauben Festigkeitsklasse 12.9 über die Normalverteilung

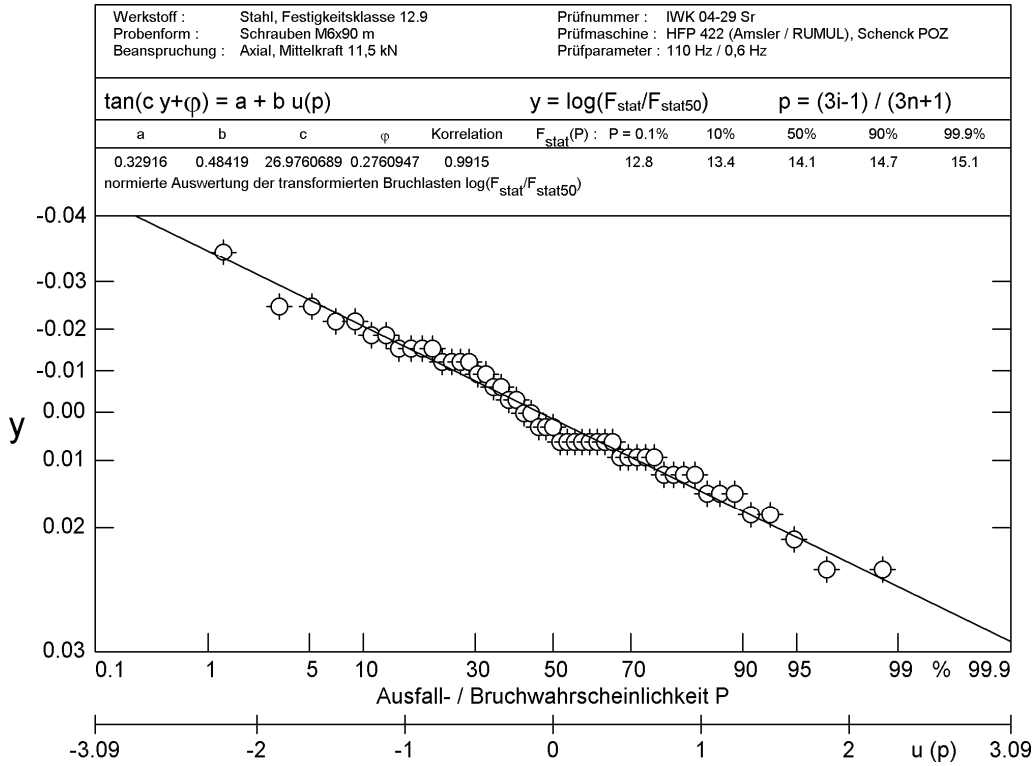


Bild 6.13b: Auswertung der Zugversuche an Schrauben Festigkeitsklasse 12.9 über die Normalverteilung mit tan-Transformation

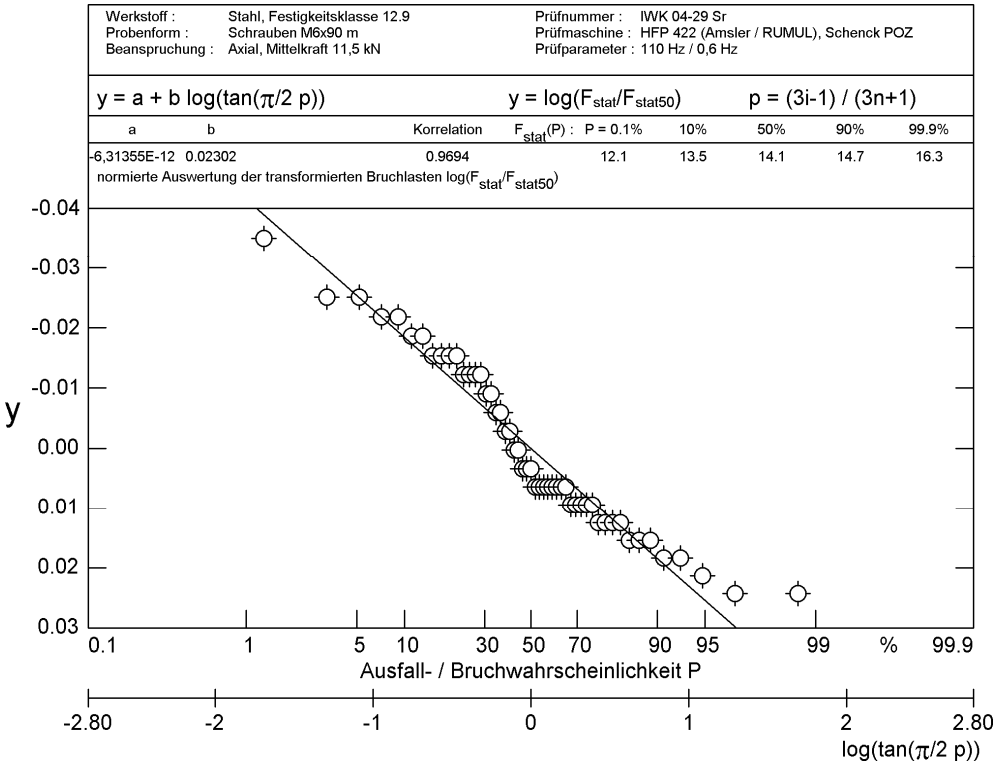


Bild 6.13c: Auswertung der Zugversuche an Schrauben Festigkeitsklasse 12.9 über die tan-Verteilung

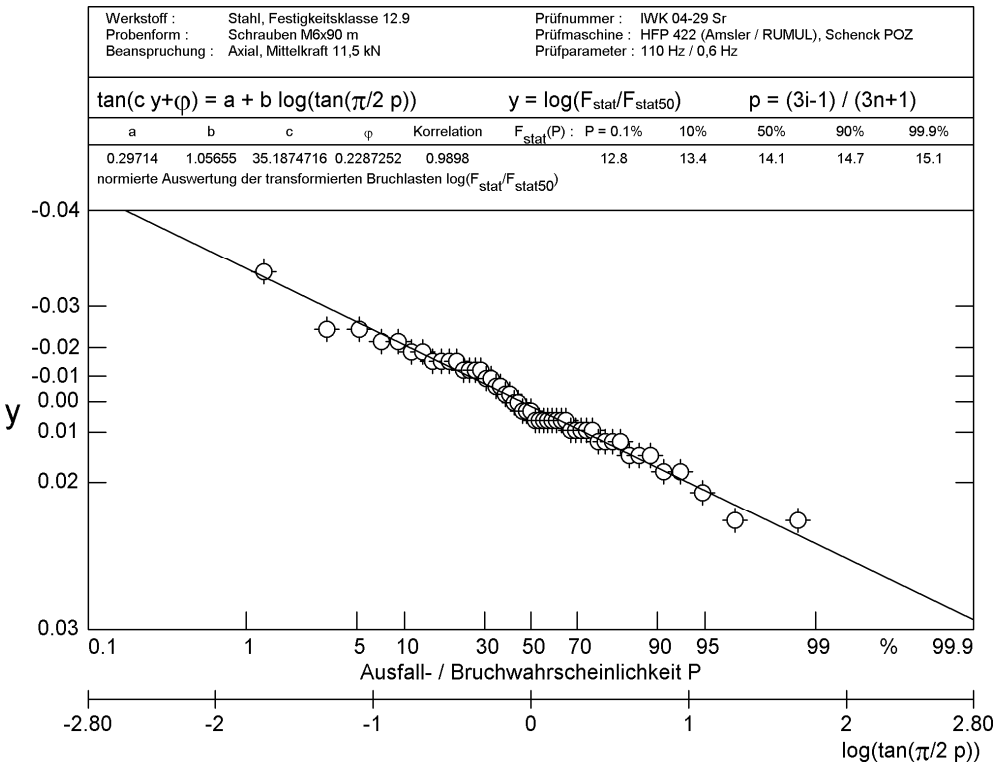


Bild 6.13d: Auswertung der Zugversuche an Schrauben Festigkeitsklasse 12.9 über die tan-Verteilung mit tan-Transformation

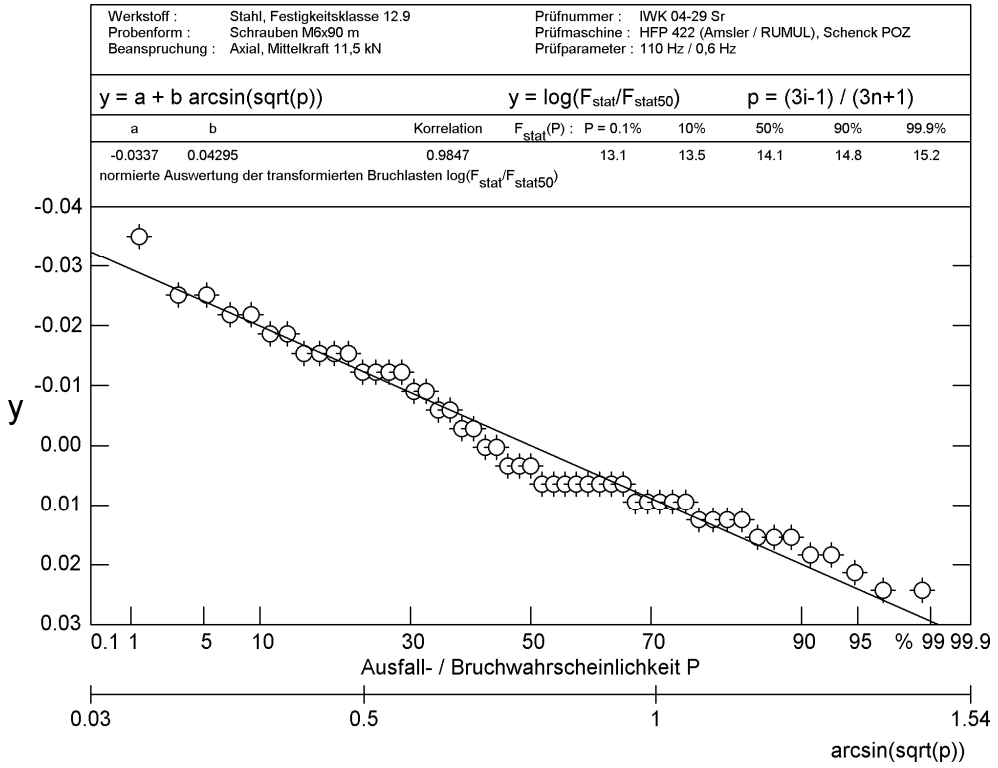


Bild 6.13e: Auswertung der Zugversuche an Schrauben Festigkeitsklasse 12.9 über die sin-Verteilung

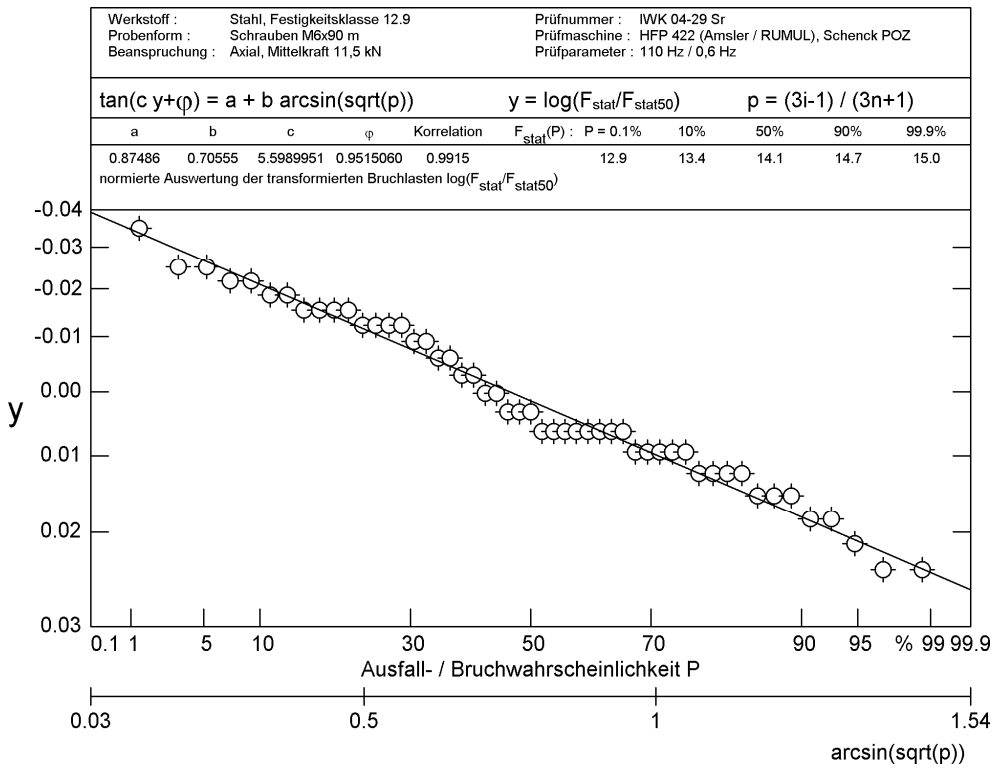


Bild 6.13f: Auswertung der Zugversuche an Schrauben Festigkeitsklasse 12.9 über die sin-Verteilung mit tan-Transformation

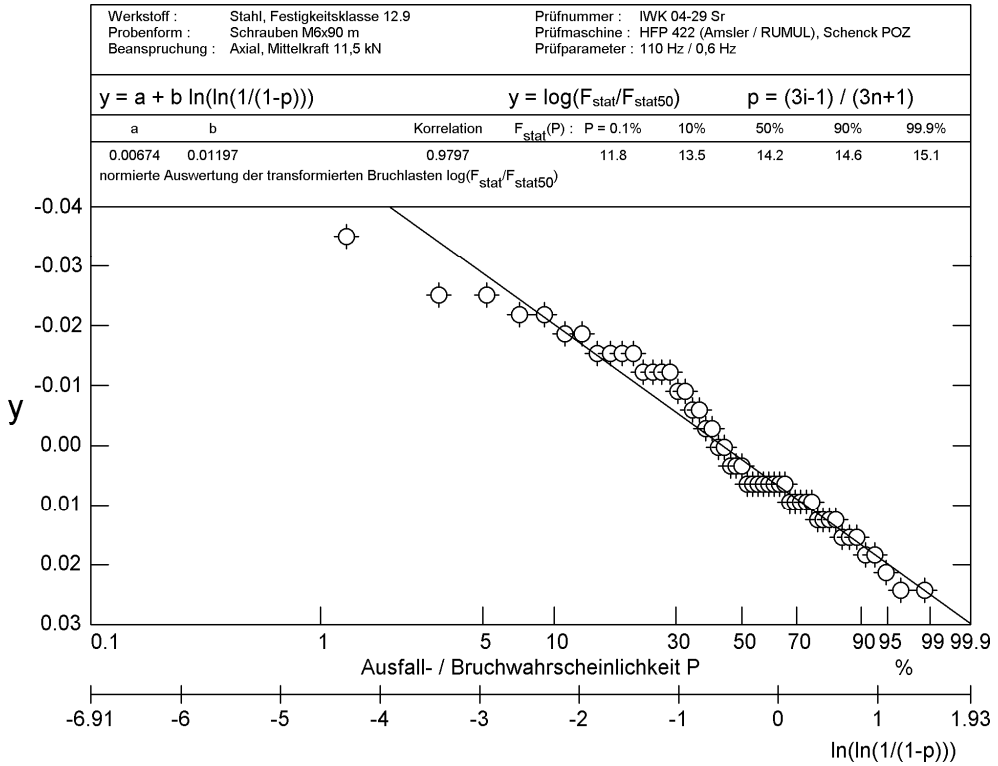


Bild 6.13g: Auswertung der Zugversuche an Schrauben Festigkeitsklasse 12.9 über die Weibull-Verteilung

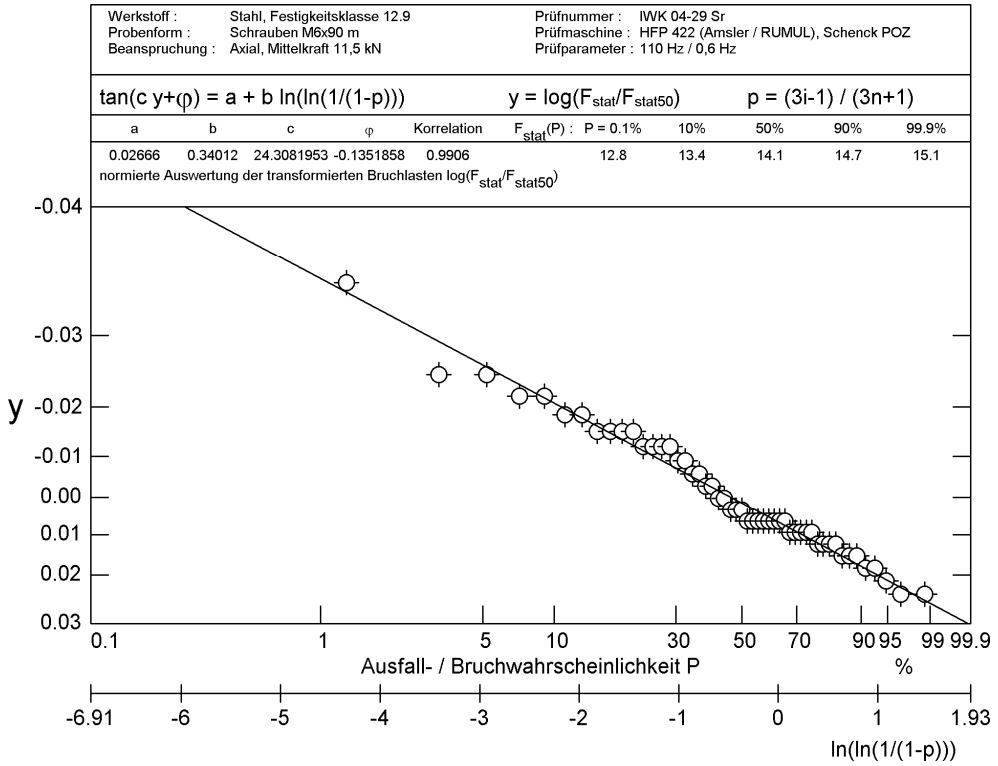


Bild 6.13h: Auswertung der Zugversuche an Schrauben Festigkeitsklasse 12.9 über die Weibull-Verteilung mit tan-Transformation

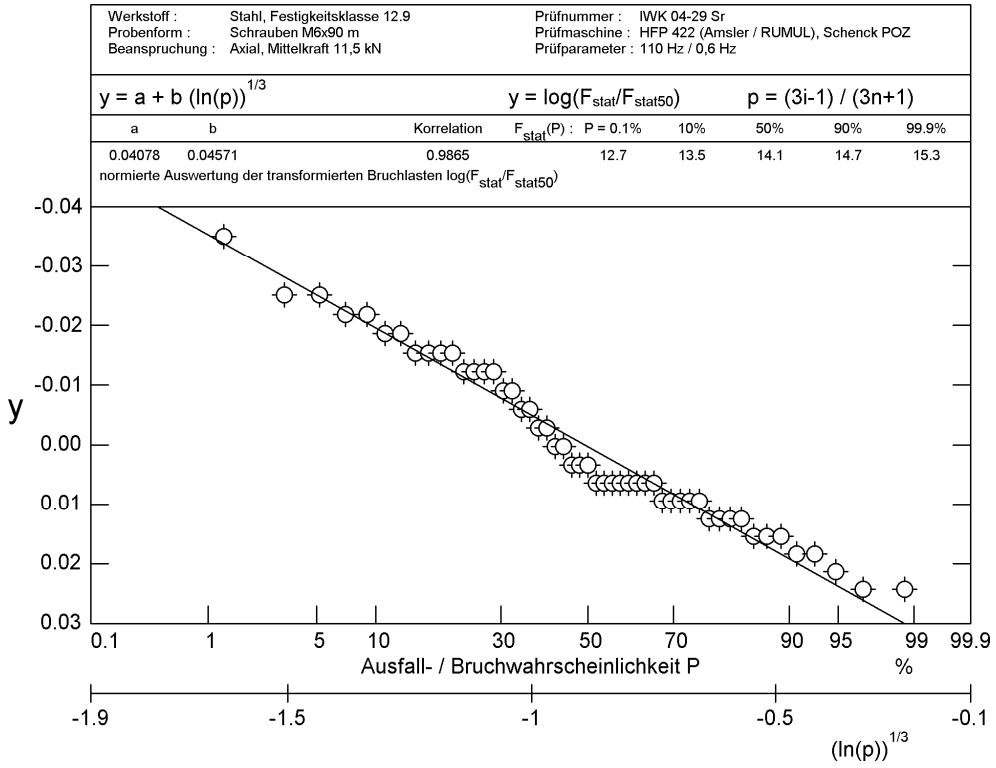


Bild 6.13i: Auswertung der Zugversuche an Schrauben Festigkeitsklasse 12.9 über die Müller-Verteilung

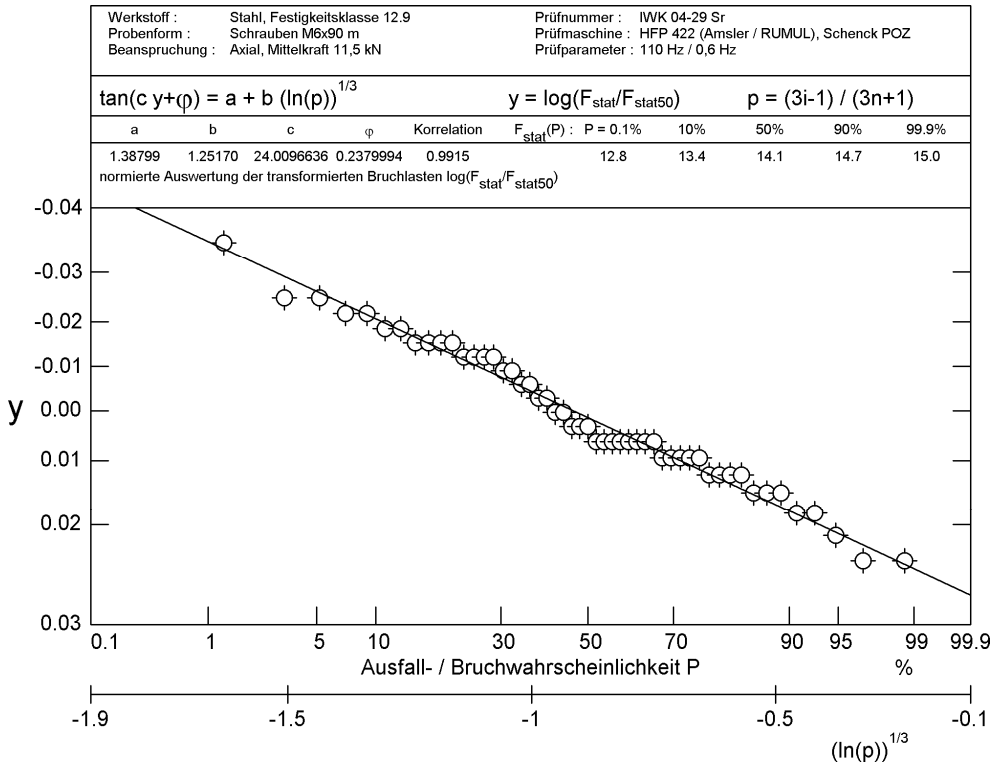


Bild 6.13j: Auswertung der Zugversuche an Schrauben Festigkeitsklasse 12.9 über die Müller-Verteilung mit tan-Transformation

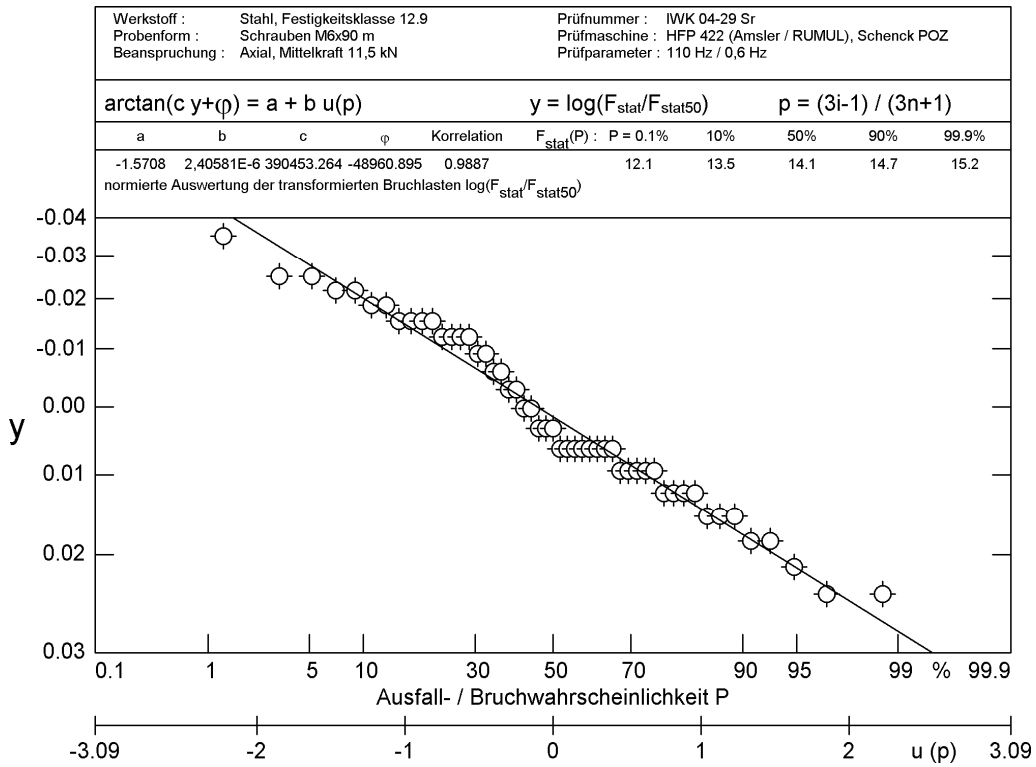


Bild 6.13k: Auswertung der Zugversuche an Schrauben Festigkeitsklasse 12.9 über die Normalverteilung mit arctan-Transformation

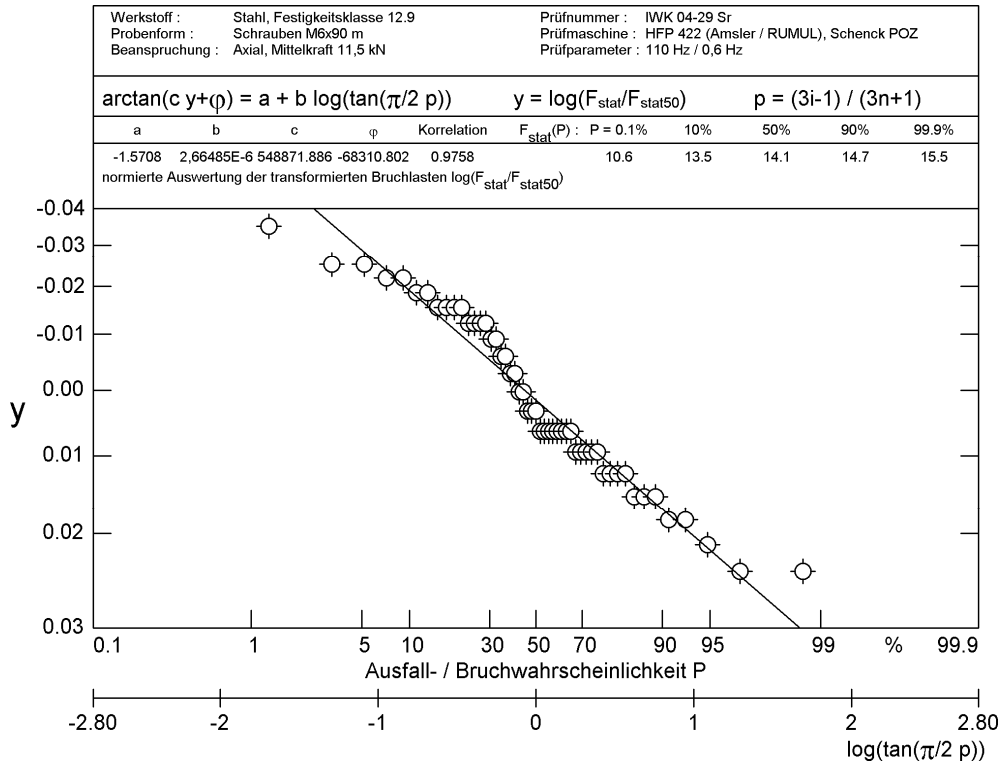


Bild 6.13l: Auswertung der Zugversuche an Schrauben Festigkeitsklasse 12.9 über die tan-Verteilung mit arctan-Transformation

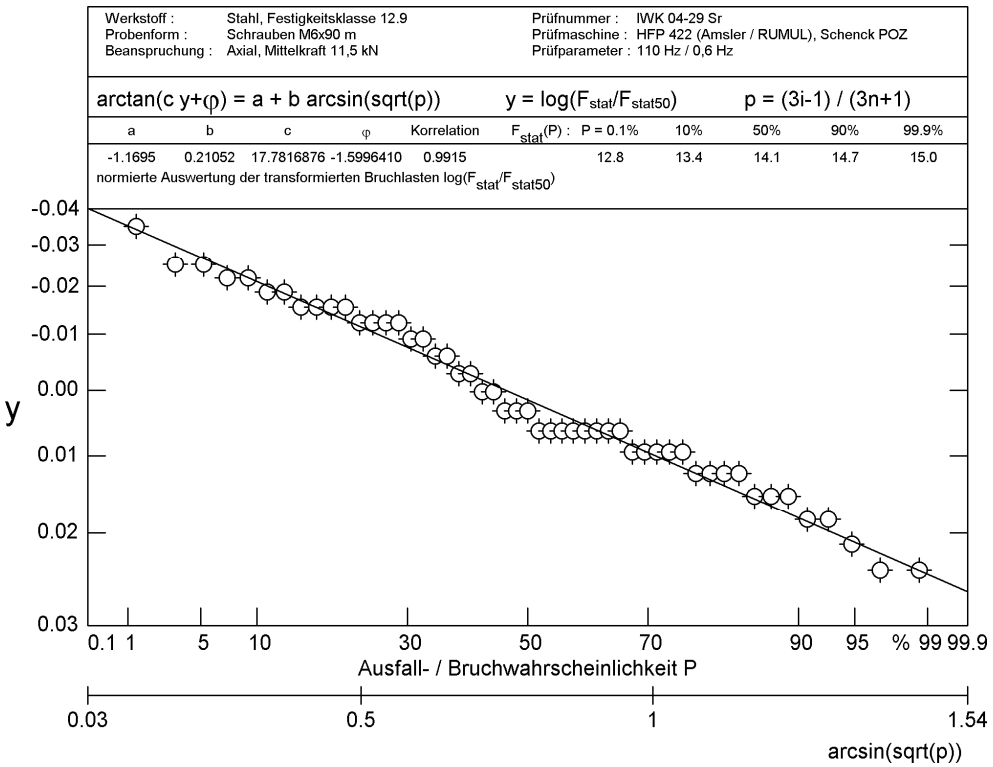


Bild 6.13m: Auswertung der Zugversuche an Schrauben Festigkeitsklasse 12.9 über die sin-Verteilung mit arctan-Transformation

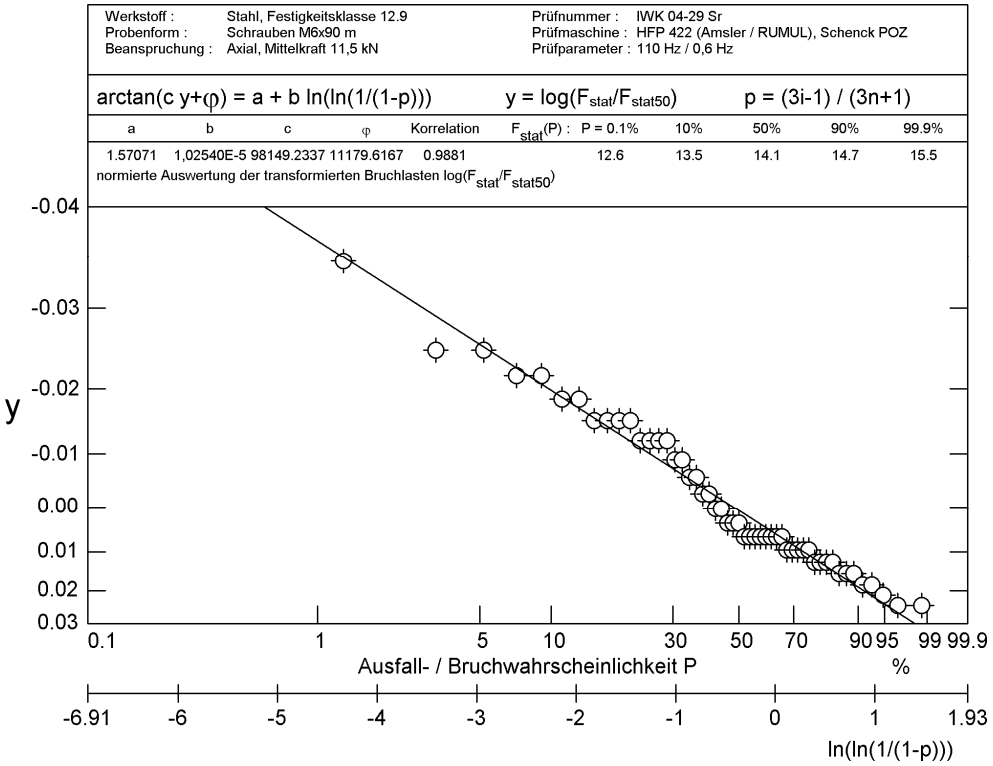


Bild 6.13n: Auswertung der Zugversuche an Schrauben Festigkeitsklasse 12.9 über die Weibull-Verteilung mit arctan-Transformation

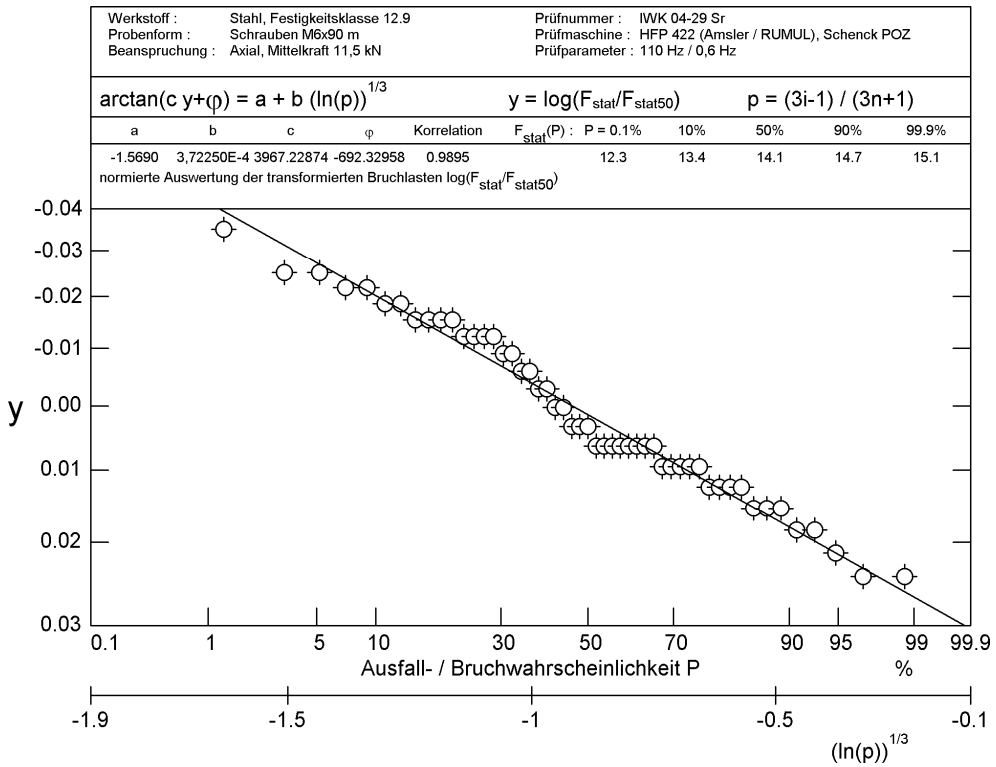


Bild 6.13o: Auswertung der Zugversuche an Schrauben Festigkeitsklasse 12.9 über die Müller-Verteilung mit arctan-Transformation

Analog zur Auswertung in Kap. 6.3.1 wurden auch die Versuchsergebnisse an den M6-Schrauben, Festigkeitsklasse 12.9 zunächst zum Vergleich mit linearer und logarithmischer Lastauftragung ausgewertet. Auch hier fällt aufgrund der großen Lastspanne die Auswertung mit logarithmischer Lastauftragung hinsichtlich der Beschreibung des UHCF-Bereichs einleuchtender aus als mit linearer Lastauftragung. Dementsprechend werden die Versuchsergebnisse an den M6-Schrauben in **Bild 6.14a-n** ausgewertet.

Auffällig sind zwei exponierte Versuchspunkte auf dem Lastniveau F_a = 1,5 kN, die etwas früher versagten als die restlichen Proben. Fraktografisch können sie nicht als „Ausreißer“ bewertet werden (Kap. 3.6.5). Für die Bewertung der Verteilungsfunktion wird einer plausiblen Beschreibung der exponierten Versuchspunkte im Folgenden hier eine größere Gewichtung zugesprochen als dem Korrelationskoeffizienten, da das beschriebene Streuband zwischen 0,1% und 99,9% an Sicherheit gewinnt, wenn es sämtliche Versuchswerte (n_{ges} < 1000) umfasst.

- Beschreibung des Streubands über die Normalverteilung

Die Beschreibung der transformierten Schwingspielzahlen auf dem virtuellen Lastniveau mit der Normalverteilung wäre ohne die zwei Frühausfälle sehr gut, jedoch werden sie vom zugrunde gelegten Streuband nicht erfasst (Bild 6.14a). Mit der tan-Transformation des Merkmals werden sie beinahe eingeschlossen, jedoch auf Kosten der 99,9%-Kurve: Werte auf F_a = 3 kN werden nicht erfasst, Bild 6.14b. Mit arctan-Transformation, Bild 6.14c, werden alle Versuchspunkte eingeschlossen, und im Wahrscheinlichkeitsnetz wird der Übergang zwischen den Frühausfällen und den sonstigen Versuchswerten sehr harmonisch, was durch den extrem hohen Korrelationskoeffizienten widergespiegelt wird. Die Abschätzung des 0,1%-Quantils gerät aber konservativ, die Lücke zwischen Kurve und Versuchspunkten ist vergleichsweise groß.

- Beschreibung des Streubands über die tan-Verteilung

Sämtliche Versuchswerte inklusive Frühausfälle liegen innerhalb des Streubands mit der tan-Verteilung, allerdings besteht noch eine große Lücke zwischen Versuchswerten und Streuband im Bereich größerer Bruchwahrscheinlichkeiten, Bild 6.14d. Diese Lücke wird bei Anwendung der tan-Transformation geschlossen, wobei weiterhin sämtliche Versuchswerte erfasst werden (Bild 6.14e). Der Übergang im Wahrscheinlichkeitsnetz zwischen den Frühausfällen und den sonstigen Versuchswerten ist zwar nicht ganz so harmonisch wie in Bild 6.14c, aber die Abschätzung zu kleinen Bruchwahrscheinlichkeiten gerät weniger konservativ.

- Beschreibung des Streubands über die sin-Verteilung

Die sin-Verteilung zeigt ähnliche Nachteile wie bei der Beschreibung der Versagenswahrscheinlichkeit der M8-Schrauben. Das Streuband erscheint deutlich zu schmal, eine ganze Reihe von Versuchswerten wird vom Streuband nicht erfasst, Bild 6.14f. Die tan-Transformation kann diesen Effekt auch in diesem Fall nicht kompensieren (Bild 6.14g), wohl aber die arctan-Transformation in Bild 6.14h: Der Korrelationskoeffizient im Wahrscheinlichkeitsdiagramm ist nahezu perfekt, jedoch werden dennoch einige Punkte auf F_a = 3 kN nicht eingeschlossen.

- Beschreibung des Streubands über die Weibull-Verteilung

Weil die Weibull-Verteilung einen ausgeprägten Schweif in Richtung niedriger Bruchwahrscheinlichkeiten aufweist, kann ihr Streuband die Frühausfälle vollständig erfassen, jedoch liefert sie im Bereich hoher Bruchwahrscheinlichkeiten zu pessimistische Abschätzungen: Einige Versuchswerte auf F_a = 3 kN und F_a = 2 kN mit hohen Lebensdauern werden nicht richtig beschrieben (Bild 6.14i). Dieser Effekt erscheint bei Anwendung der tan-Transformation milder, Bild 6.14j. Die Auswertung mit arctan-Transformation (Bild 6.14k) liefert eine nahezu identische Kurvenschar wie die Normalverteilung mit arctan-Transformation.

- Beschreibung des Streubands über die Müller-Verteilung

Die Frühausfälle werden nicht beschrieben, ansonsten ist die Korrelation sehr gut. Versuchspunkte mit höheren Lebensdauern auf F_a = 3 kN und F_a = 2 kN werden gerade noch erfasst (Bild 6.14l), fallen aber beim Versuch, die Frühausfälle mit der tan-Transformation einzuschließen, aus dem Streuband heraus, Bild 6.14m. Mit Auswertung nach der arctan-Transformation, Bild 6.14n, ist die Korrelation im Wahrscheinlichkeitsdiagramm exzellent, aber die Abschätzung des 0,1%-Quantils gerät sehr konservativ, und die Versuchspunkte auf F_a = 2 kN werden nicht vollständig abgedeckt.

Insgesamt beschreibt die tan-Verteilung mit tan-Transformation die Ergebnisse der Schwingversuche an den M6-Schrauben am besten, weil das Streuband alle Versuchspunkte erfasst, ohne dabei zu konservativ in Richtung niedriger Bruchwahrscheinlichkeiten zu werden.

Die Auswertung der UHCF-Schwingversuche an den Stahlschrauben beider Festigkeitsklassen zeigt, dass das MGM nicht nur signifikant abfallende, sondern auch flache Kurvenverläufe im UHCF-Bereich beschreibt. Aufgrund der Flexibilität der Verteilung durch die tan-Transformation wird die Streuung selbst bei sehr umfangreicher Datenmenge brauchbar erfasst.

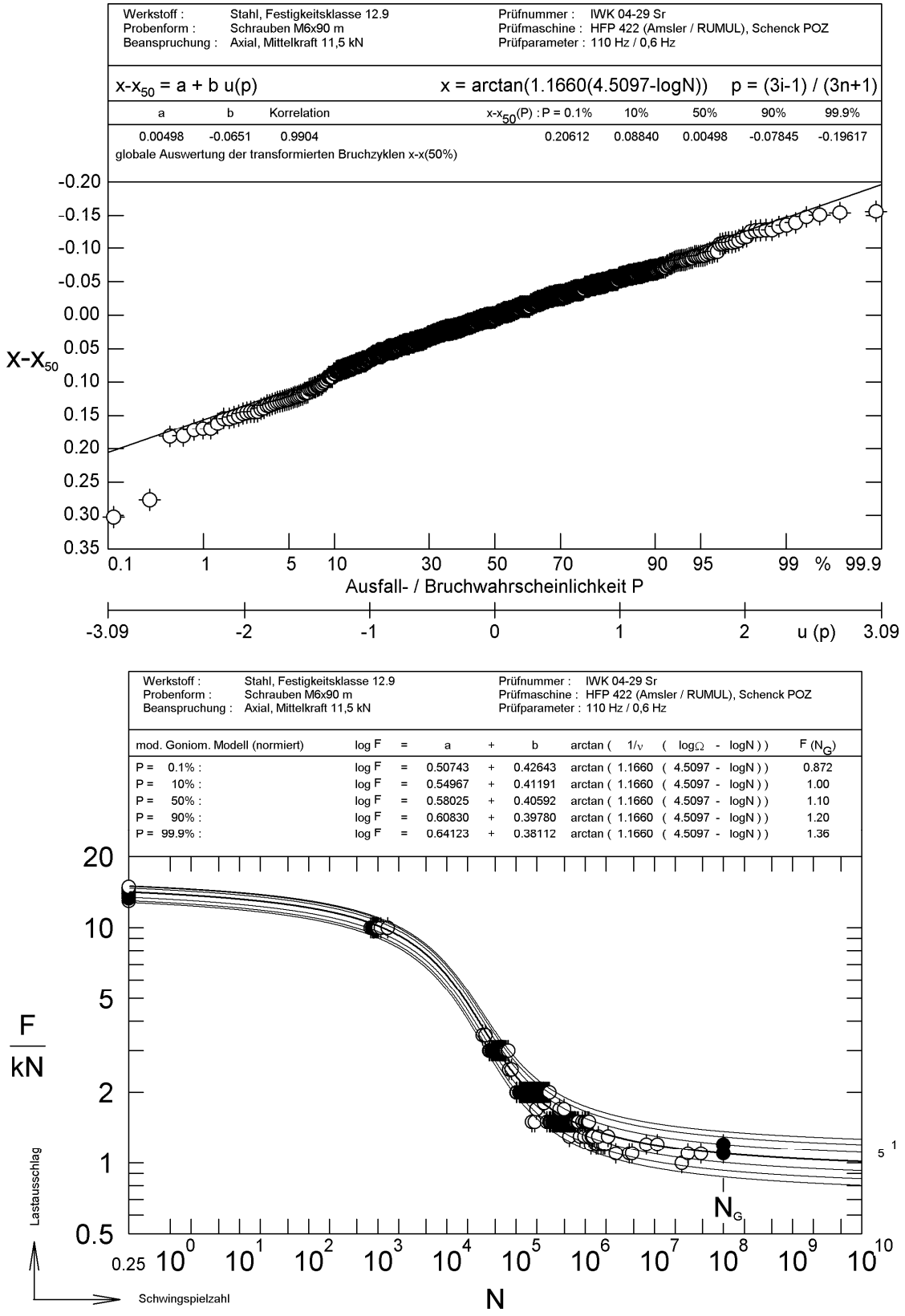


Bild 6.14a: Globale Auswertung der Versuchsergebnisse an Schrauben Festigkeitsklasse 12.9 nach dem MGM und der Normalverteilung

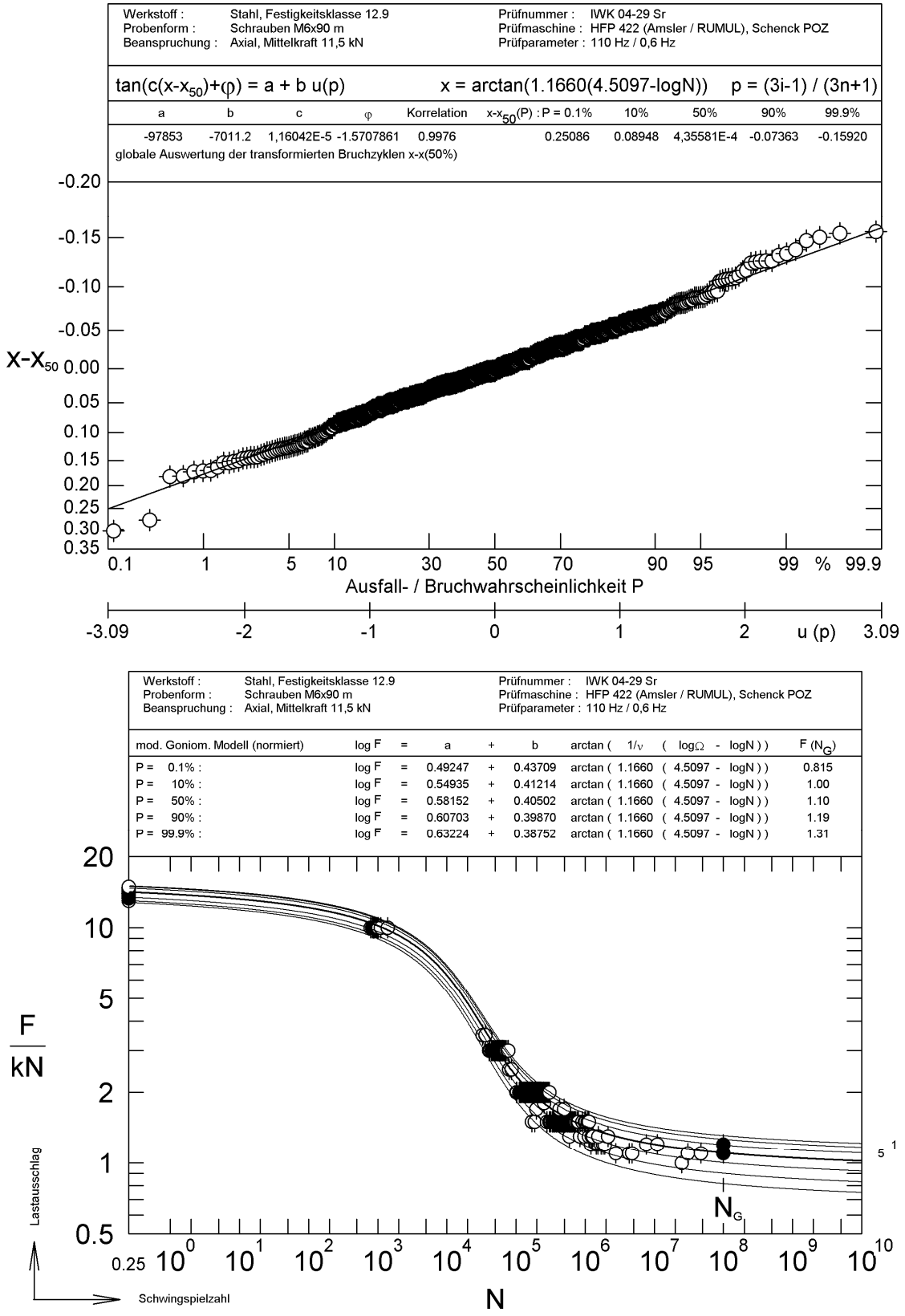


Bild 6.14b: Globale Auswertung der Versuchsergebnisse an Schrauben Festigkeitsklasse 12.9 nach dem MGM und der Normalverteilung mit tan-Transformation

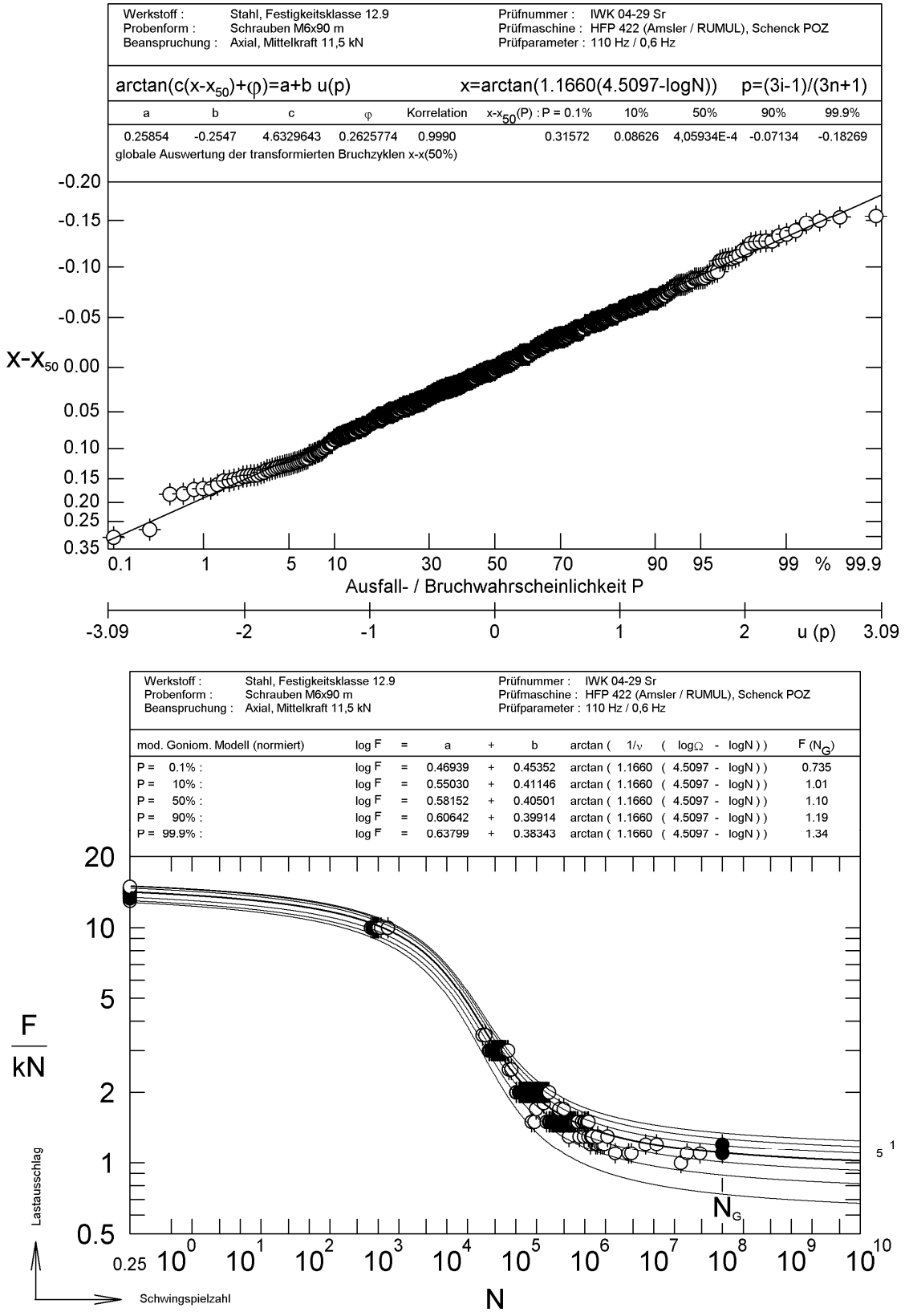


Bild 6.14c: Globale Auswertung der Versuchsergebnisse an Schrauben Festigkeitsklasse 12.9 nach dem MGM und der Normalverteilung mit arctan-Transformation

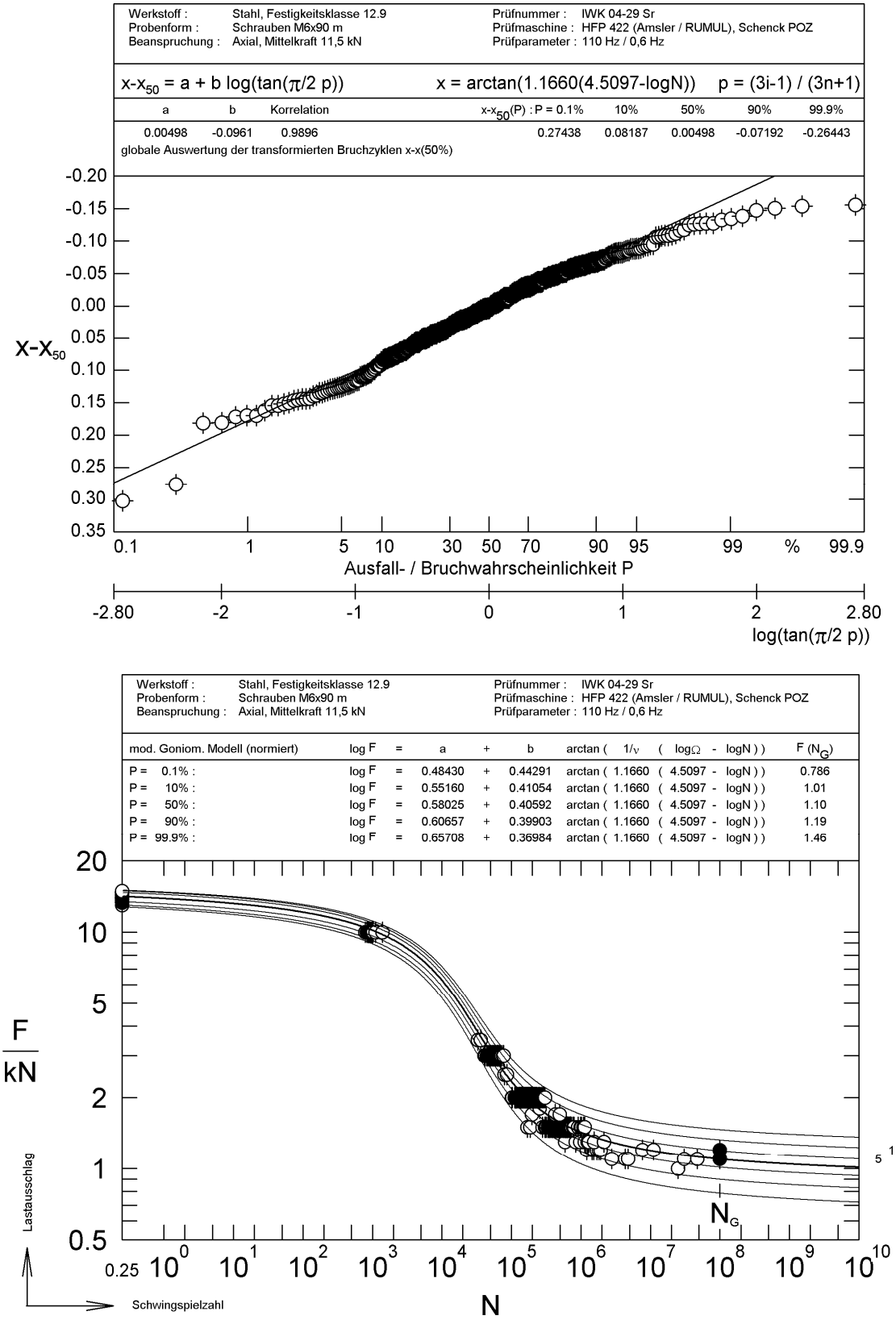


Bild 6.14d: Globale Auswertung der Versuchsergebnisse an Schrauben Festigkeitsklasse 12.9 nach dem MGM und der tan-Verteilung

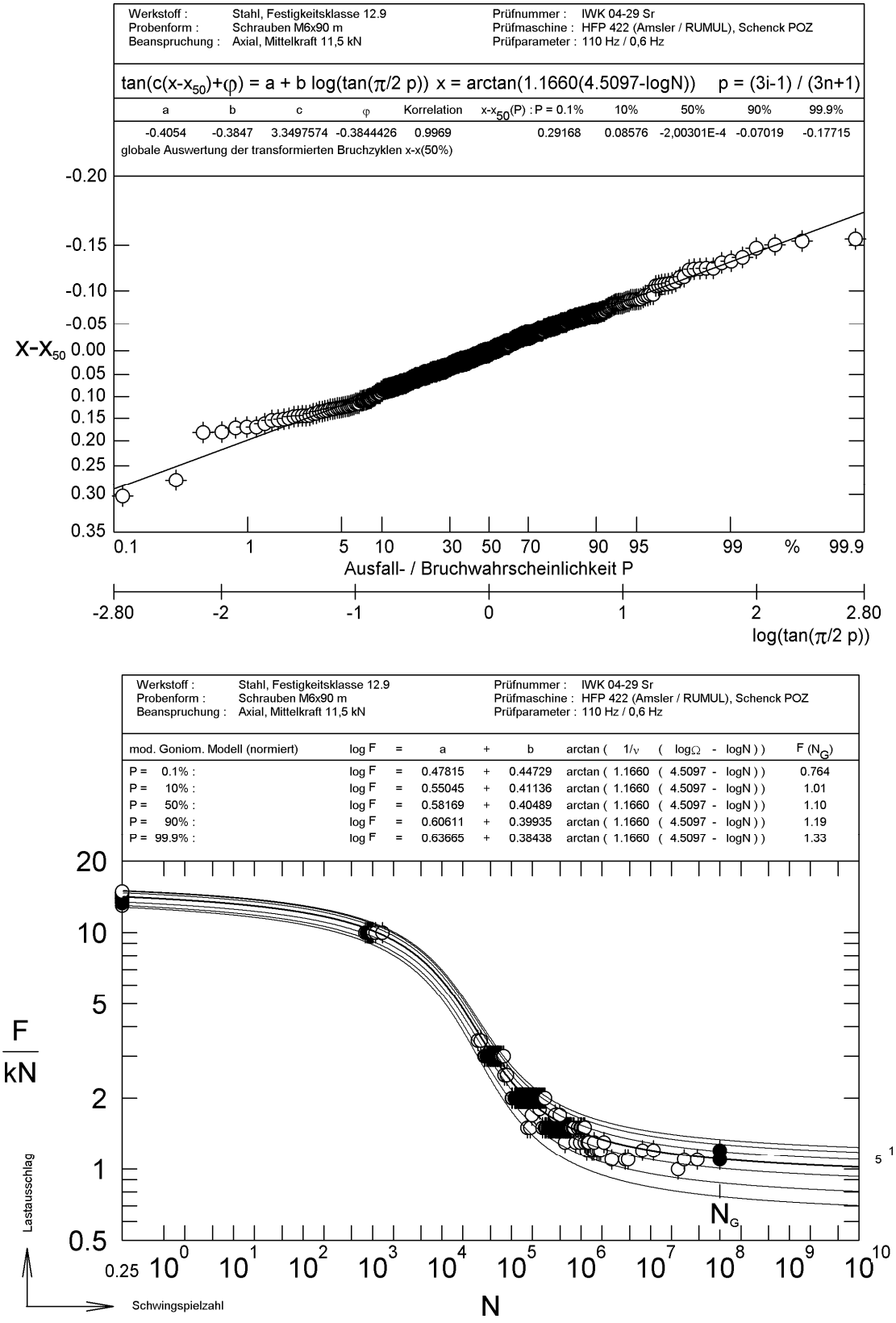


Bild 6.14e: Globale Auswertung der Versuchsergebnisse an Schrauben Festigkeitsklasse 12.9 nach dem MGM und der tan-Verteilung mit tan-Transformation

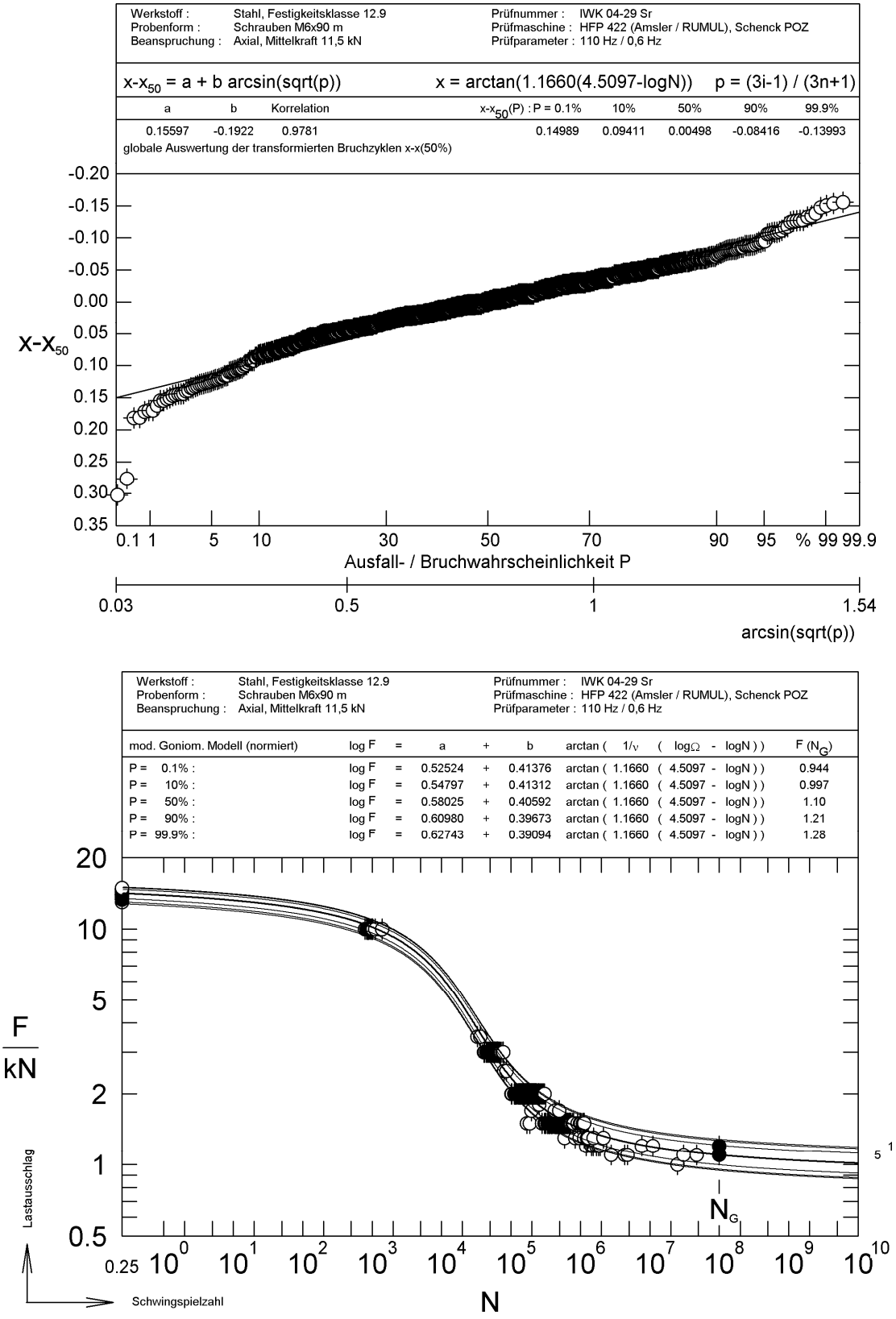


Bild 6.14f: Globale Auswertung der Versuchsergebnisse an Schrauben Festigkeitsklasse 12.9 nach dem MGM und der sin-Verteilung

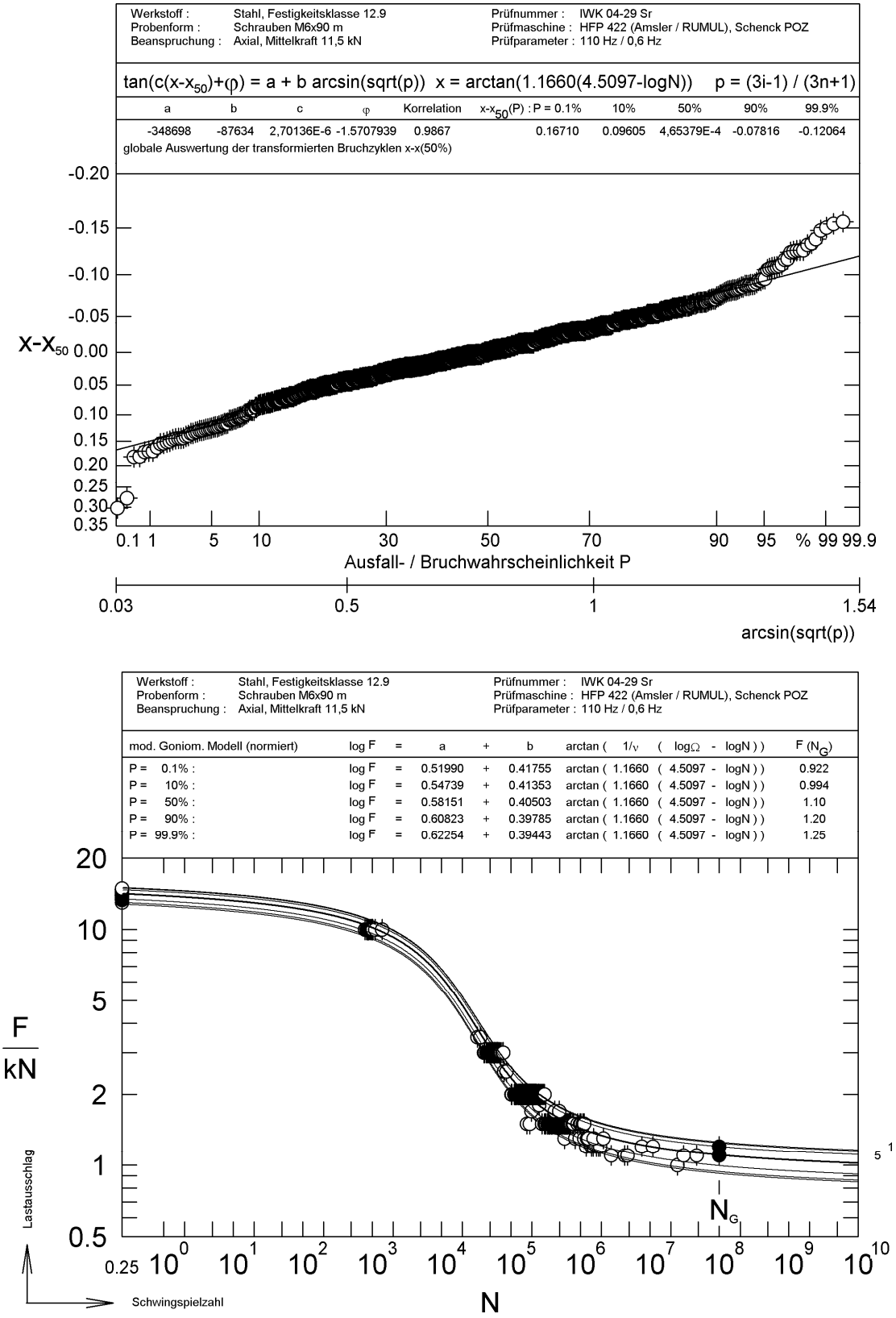


Bild 6.14g: Globale Auswertung der Versuchsergebnisse an Schrauben Festigkeitsklasse 12.9 nach dem MGM und der sin-Verteilung mit tan-Transformation

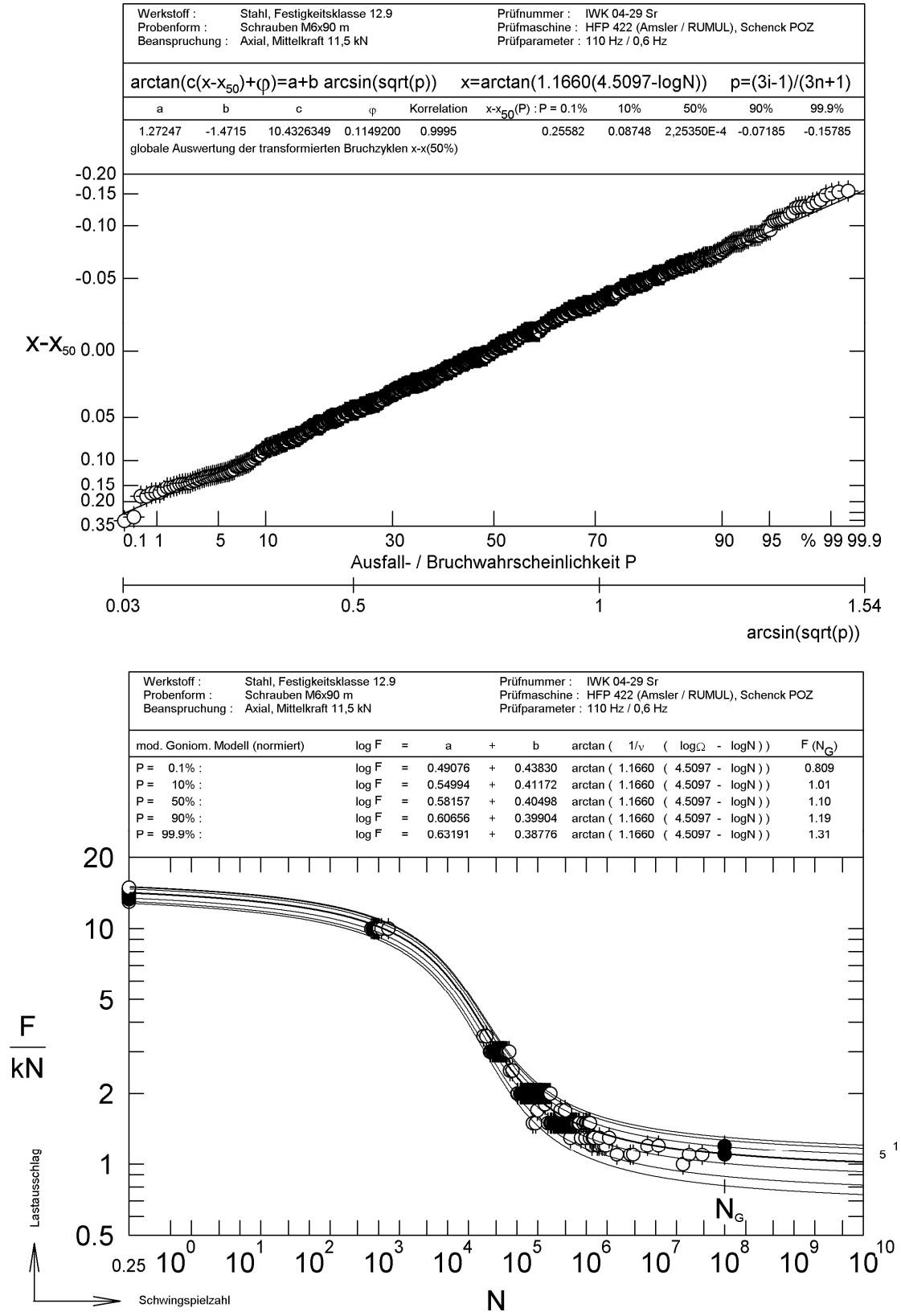


Bild 6.14h: Globale Auswertung der Versuchsergebnisse an Schrauben Festigkeitsklasse 12.9 nach dem MGM und der sin-Verteilung mit arctan-Transformation

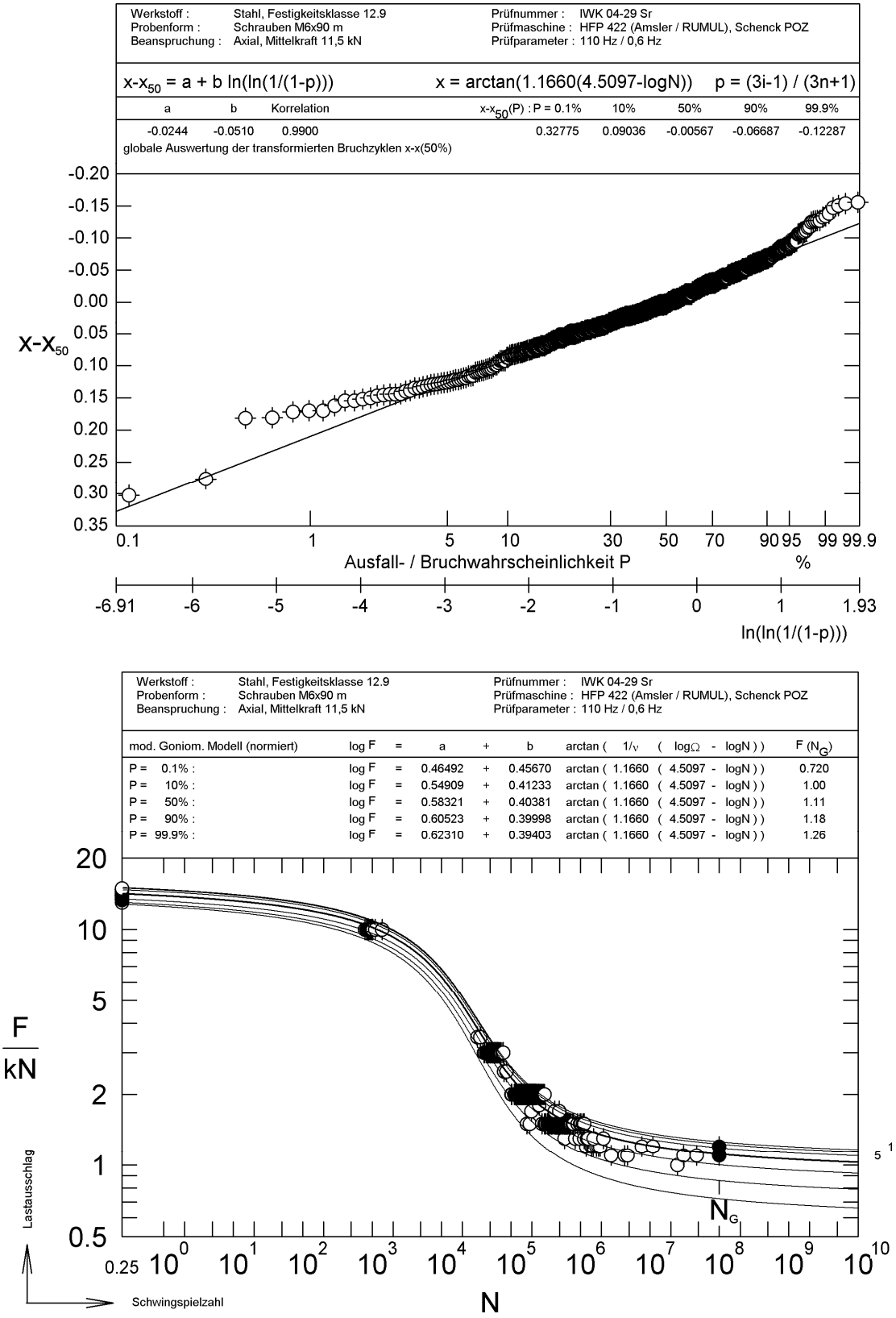


Bild 6.14i: Globale Auswertung der Versuchsergebnisse an Schrauben Festigkeitsklasse 12.9 nach dem MGM und der Weibull-Verteilung

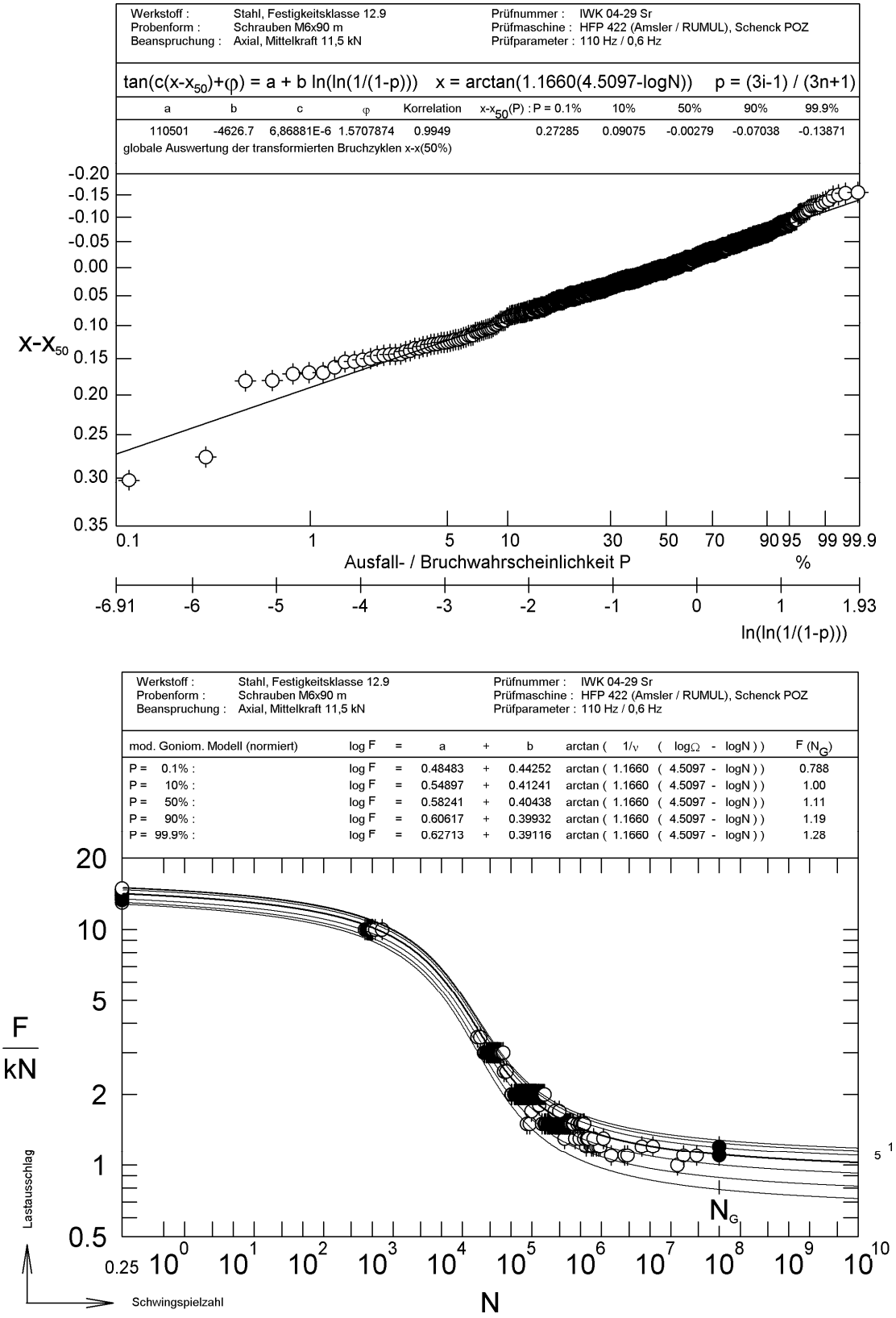


Bild 6.14j: Globale Auswertung der Versuchsergebnisse an Schrauben Festigkeitsklasse 12.9 nach dem MGM und der Weibull-Verteilung mit tan-Transformation

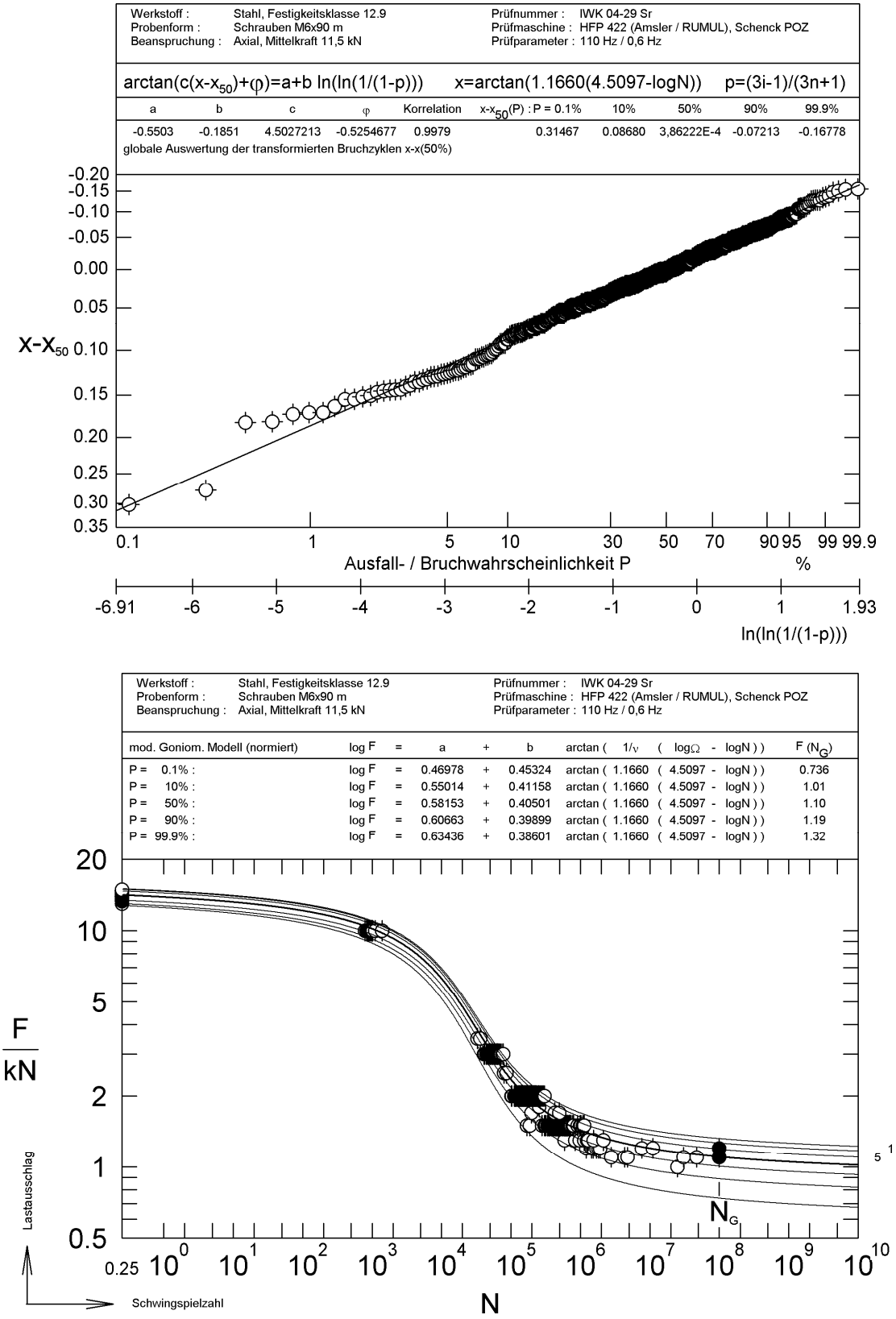


Bild 6.14k: Globale Auswertung der Versuchsergebnisse an Schrauben Festigkeitsklasse 12.9 nach dem MGM und der Weibull-Verteilung mit arctan-Transformation

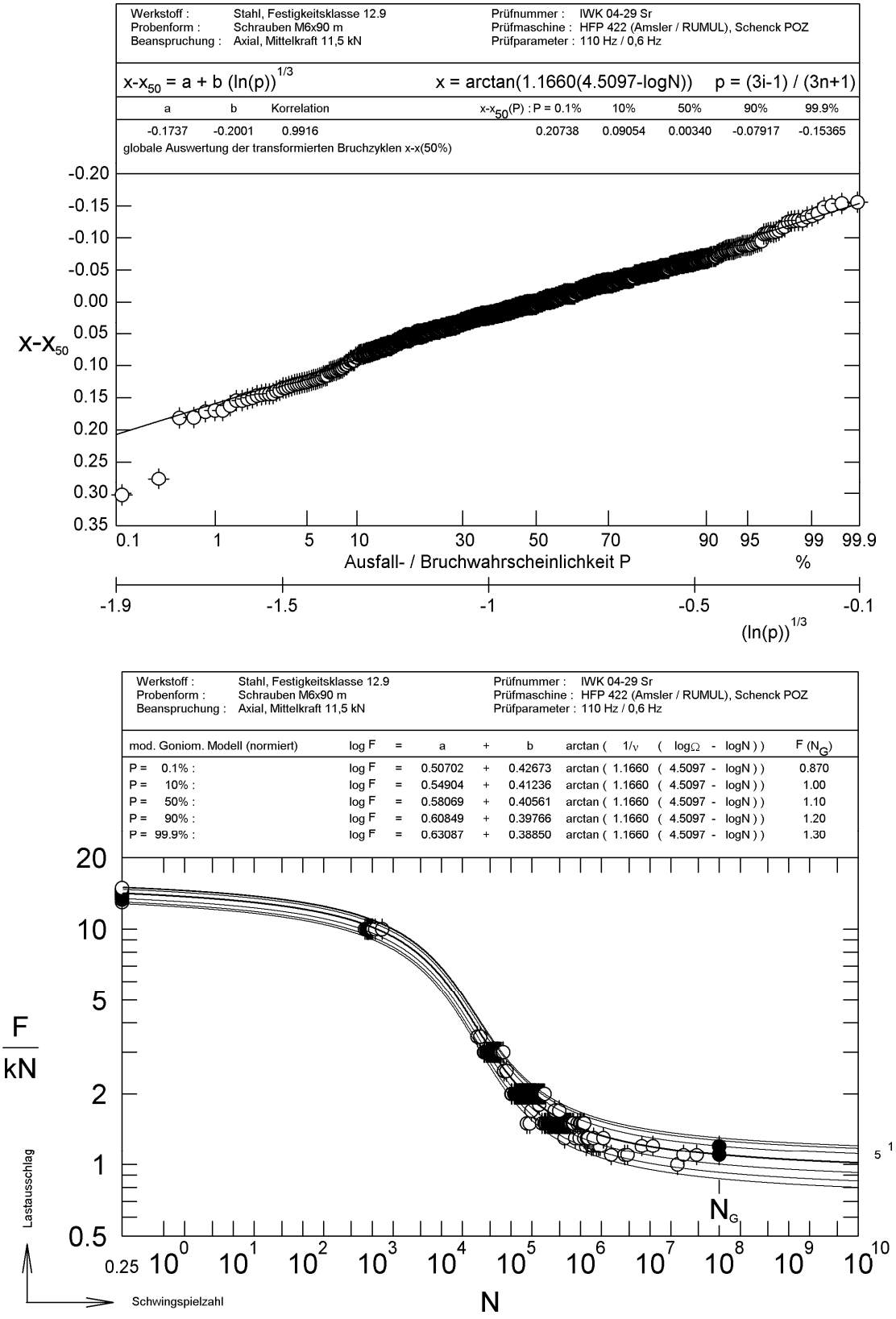


Bild 6.14l: Globale Auswertung der Versuchsergebnisse an Schrauben Festigkeitsklasse 12.9 nach dem MGM und der Müller-Verteilung

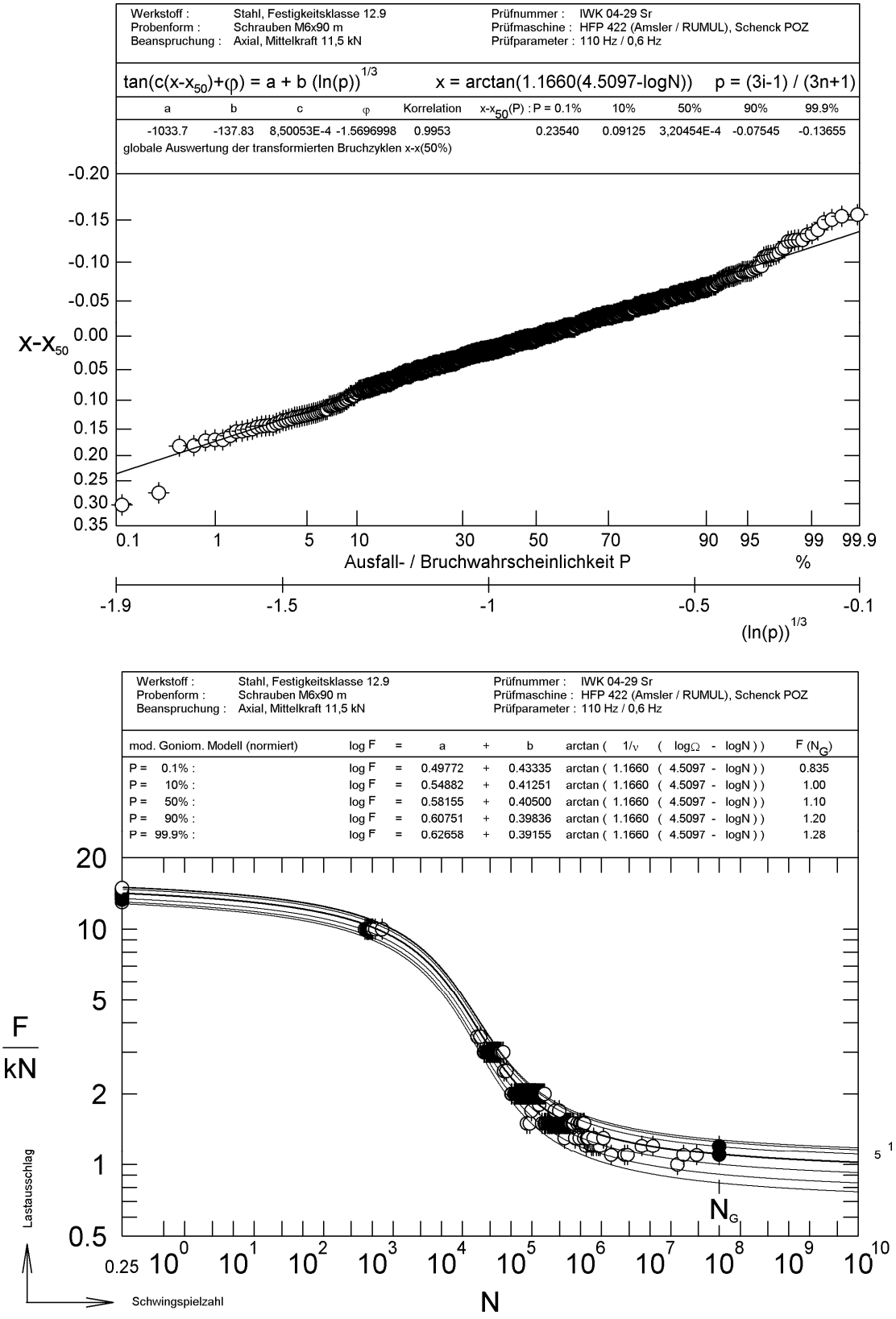


Bild 6.14m: Globale Auswertung der Versuchsergebnisse an Schrauben Festigkeitsklasse 12.9 nach dem MGM und der Müller-Verteilung mit tan-Transformation

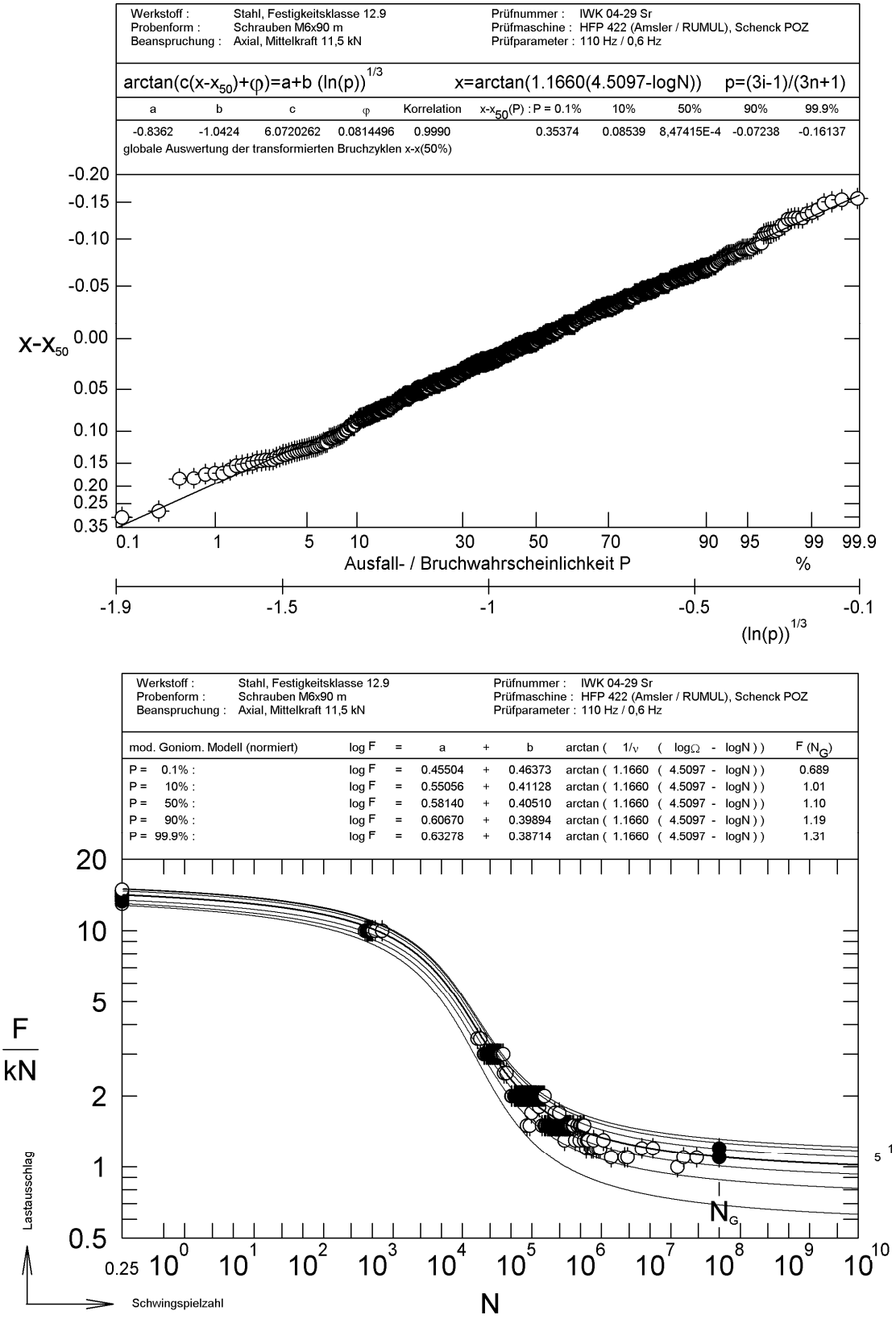


Bild 6.14n: Globale Auswertung der Versuchsergebnisse an Schrauben Festigkeitsklasse 12.9 nach dem MGM und der Müller-Verteilung mit arctan-Transformation

6.4 Extrapolationsfähigkeit des MGM

In Kap. 6.2 und 6.3 wurde anhand von Schwingversuchen an zwei unterschiedlichen Werkstofftypen, nämlich Leichtmetall (Aluminiumguss) und Stahl (Schrauben), die ganzheitliche Beschreibung der Wöhlerkurve nach dem MGM bis zu Lebensdauern von $N = 10^7$ bzw. 10^8 verdeutlicht. Ein Auswertemodell kann jedoch nur Akzeptanz finden, wenn seine Extrapolationsfähigkeit bis weit in den UHCF-Bereich nachgewiesen wird. Weil das Prüfen von Bauteilen mit Kosten verbunden ist, können nur kurze Prüfzeiten eingeräumt werden. In [DIN50100] werden als Grenzschwingspielzahlen $N_G = 10^7$ für Stahl und $N_G = 10^8$ für Leichtmetalle vorgeschlagen, erwähnt sind aber auch minimale Grenzschwingspielzahlen $N_{G,min} = 2 \cdot 10^6$ für Stahl und $N_{G,min} = 10^7$ bis $5 \cdot 10^7$ für Leichtmetalle zur Verringerung der Prüfzeit. Ein Auswertemodell muss Schwingfestigkeiten ausgehend von Grenzschwingspielzahlen nach [DIN50100] extrapolieren können.

Zur besseren Charakterisierung der Wöhlerkurve im UHCF-Bereich wird zunächst das MGM anhand der obigen Beispiele mit linearen Auswertemodellen verglichen. Die Wöhlerlinie nach Miner original mit Annahme der konventionellen „Dauerfestigkeit“ ist nach wie vor verbreitet und sollte berücksichtigt werden, andererseits widerspricht dieses Modell jeglicher Erfahrung und ist spätestens seit [Son05] widerlegt. Die Abschätzung des UHCF-Bereichs nach [Son05] mit konstantem werkstoffspezifischem k* jenseits der Knickschwingspielzahl wird als Alternative für den Vergleich herangezogen.

Ein Vergleich des MGM mit mehrstufigen linearen Modellen nach Kap. 2.7 ist nicht möglich, da sie nur qualitativ den Verlauf der Wöhlerkurve bis in den UHCF-Bereich beschreiben. Allgemein anwendbare quantitative Aussagen wie beispielsweise in [Son05] fehlen bislang.

In **Bild 6.15** ist die Wöhlerkurve nach dem MGM aufgetragen, die für die Beschreibung der Schwingversuche an Aluminiumguss mit linearer und logarithmischer Auftragung der Last ermittelt werden kann. Die Wöhlerlinie gemäß Miner original wird anhand der Auswerteergebnisse in Bild 5.2 eingezeichnet. Für die Beschreibung des UHCF-Bereichs nach [Son05] wird für Aluminiumguss $|k^*| = 22$ eingesetzt. In [Son05] wird ein Bereich für die Kickschwingspielzahl von $N_K = 10^6$ bis $5 \cdot 10^6$ für diesen Werkstoff empfohlen. Im vorliegenden Fall wären bei Annahme von $N_K = 10^6$ die Versuchspunkte unzureichend beschrieben. $N_K = 5 \cdot 10^6$ entspricht in etwa der rechnerisch ermittelten Knickschwingspielzahl $N_{K,rech} \approx 6{,}58 \cdot 10^6$ in Bild 5.2. Die über das MGM mit linearer Last gerechnete Kurve ist jenseits von N_K bis zu Lebensdauern $N = 10^9$ im Einklang mit der Gerade nach Empfehlung von [Son05], danach fällt die Kurve jedoch weniger steil ab und würde ab ca. $N = 10^{14}$ zu einem Wert $\sigma \approx 60$ MPa konvergieren (Bild 6.15 oben). Eine solche Lebensdauer ist allerdings technisch nicht relevant. Bei einer Frequenz im Betrieb von immerhin 1000 Hz würden 10^{14} Lastwechsel einer Spanne von 3170 Jahren (!) entsprechen. Insofern kann getrost von einem kontinuierlichen Abfall der nichtlinearen Kurve gesprochen werden. Die Version, die nach dem MGM mit logarithmisch gerechneter Last ermittelt wurde, nähert sich nur bis $N = 10^8$ der Gerade mit $|k^*| = 22$ an (Bild 6.15 unten), verläuft anschließend eher parallel zur Waagerechten der „Dauerfestigkeit“ und konvergiert zu einem Wert $\sigma \approx 70$ MPa, der gut 15% höher liegt als bei Rechnung mit linearer Last. Die Rechnung nach dem MGM mit linearer Last liefert im vorliegenden Fall eine deutlich konservativere Abschätzung der Schwingfestigkeit im UHCF-Bereich als bei Rechnung mit logarithmischer Last und liegt somit auf der sicheren Seite, ohne jedoch so pessimistisch abzuschätzen wie die Beschreibung des UHCF-Bereichs nach [Son05].

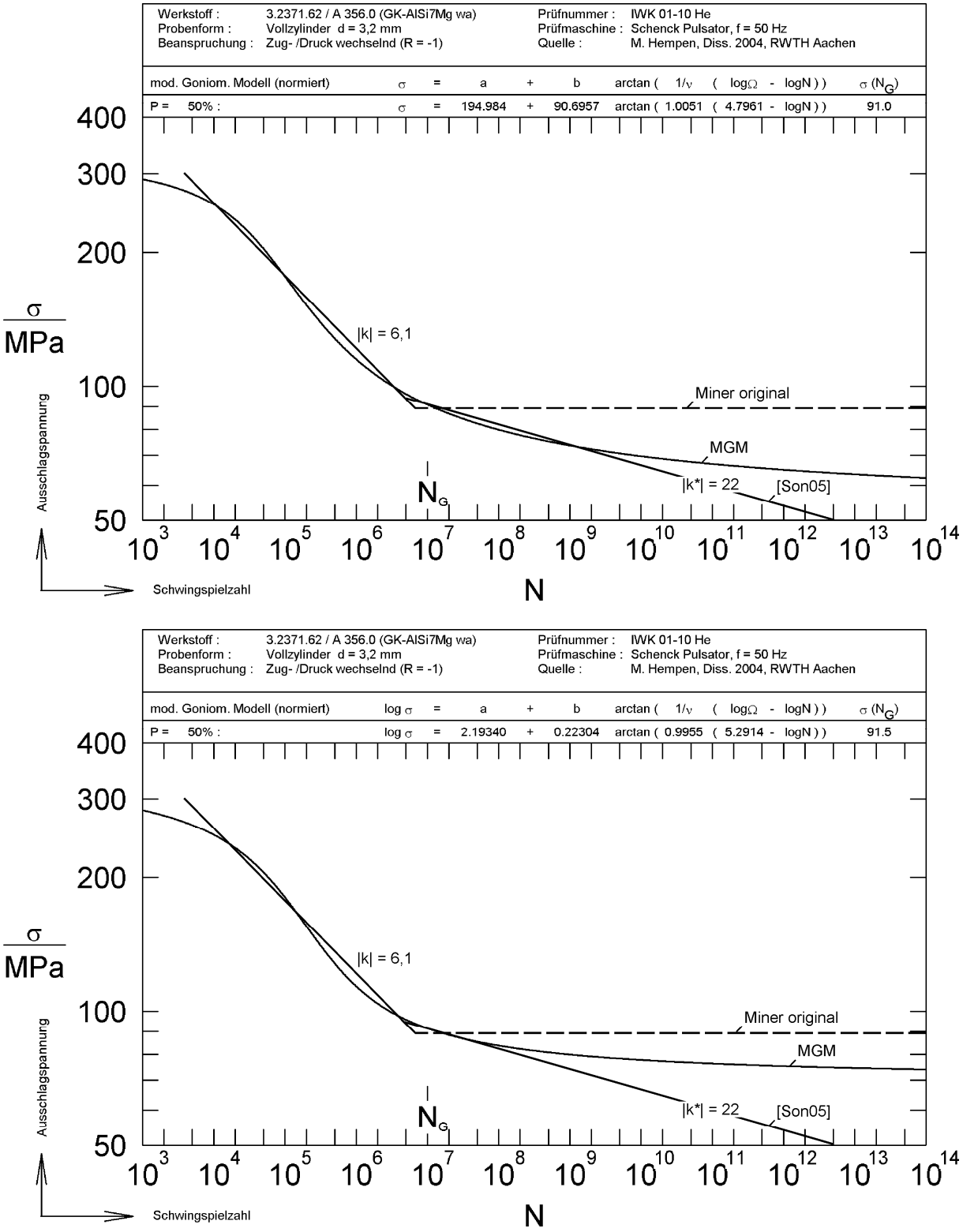


Bild 6.15: Vergleich des MGM mit Miner original gemäß Bild 5.2 und der Beschreibung des UHCF-Bereichs nach [Son05]; MGM mit linear gerechneter Last (oben) und logarithmisch gerechneter Last (unten); Werkstoffproben aus Aluminiumguss

Bild 6.16 zeigt im Wöhlerdiagramm für die Stahlschrauben, Festigkeitsklasse 8.8, die Gegenüberstellung des MGM mit der Wöhlerlinie inklusive „Dauerfestigkeit“ gemäß Bild 3.12 sowie der Gerade für den UHCF-Bereich nach [Son05]. Für |k*| = 45 (Stähle allgemein) und die Knickschwingspielzahl $N_K = 2 \cdot 10^6$ (Baustähle) sind das MGM und die Gerade nach [Son05] fast konform.

Im Wöhlerdiagramm für die Stahlschrauben, Festigkeitsklasse 12.9, (**Bild 6.17**) ist das Modell nach Miner original aus Bild 3.13 wiedergegeben. Die Neigung der Gerade nach [Son05] beträgt weiterhin |k*| = 45, und für die Knickschwingspielzahl wird für Stahl ein Bereich von $N_K = 5 \cdot 10^5$ (hochfeste Stähle) bis $N_K = 2 \cdot 10^6$ (Baustähle, siehe oben) angegeben. Aufgrund der hohen Festigkeitsklasse erscheint eine Abschätzung der Knickschwingspielzahl $N_K = 10^6$ sinnvoll. Das MGM ist für $N_K = 10^6$ bis zu einer Lebensdauer von $N = 10^{11}$ im Einklang mit der Geraden nach [Son05] und liefert erst ab längeren Lebensdauern etwas optimistischere Abschätzungen.

Das MGM kann sowohl Wöhlerkurven für Stahl mit vergleichsweise geringem Abfall der Schwingfestigkeit jenseits der Grenzschwingspielzahl N_G als auch für Aluminiumguss abbilden und liefert dabei realistischere Abschätzungen der Schwingfestigkeit im UHCF-Bereich als die „Dauerfestigkeit“, jedoch ist der Unterschied zwischen der Waagerechten und dem MGM für Stahl bei weitem nicht so groß wie für Aluminium. Bemerkenswert ist die gute Übereinstimmung des MGM mit der UHCF-Gerade nach [Son05] bis $N = 10^9$ in Bild 6.15 oben, bis $N = 10^{12}$ in Bild 6.16 und bis $N = 10^{11}$ in Bild 6.17.

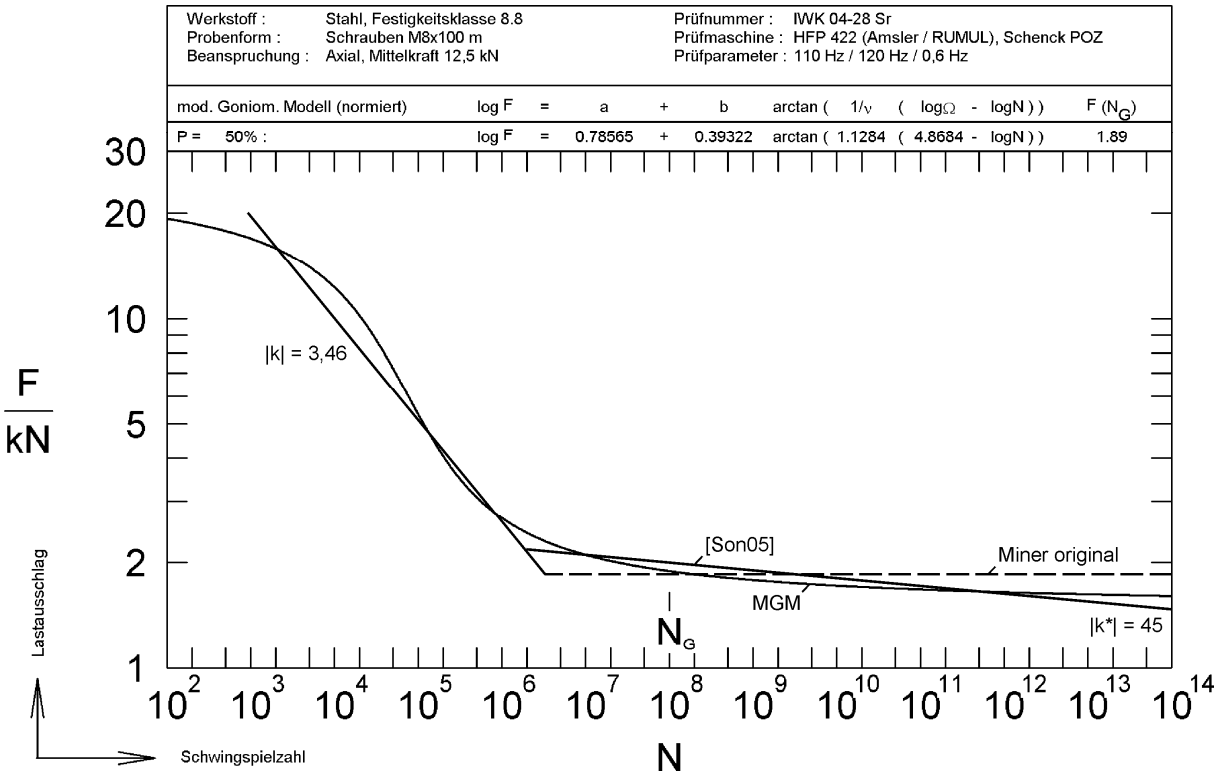


Bild 6.16: Vergleich des MGM (Algorithmus wie in Bild 6.12b) mit der Auswertung gemäß Bild 3.12 und der Gerade für den UHCF-Bereich nach [Son05], Stahlschrauben Festigkeitsklasse 8.8

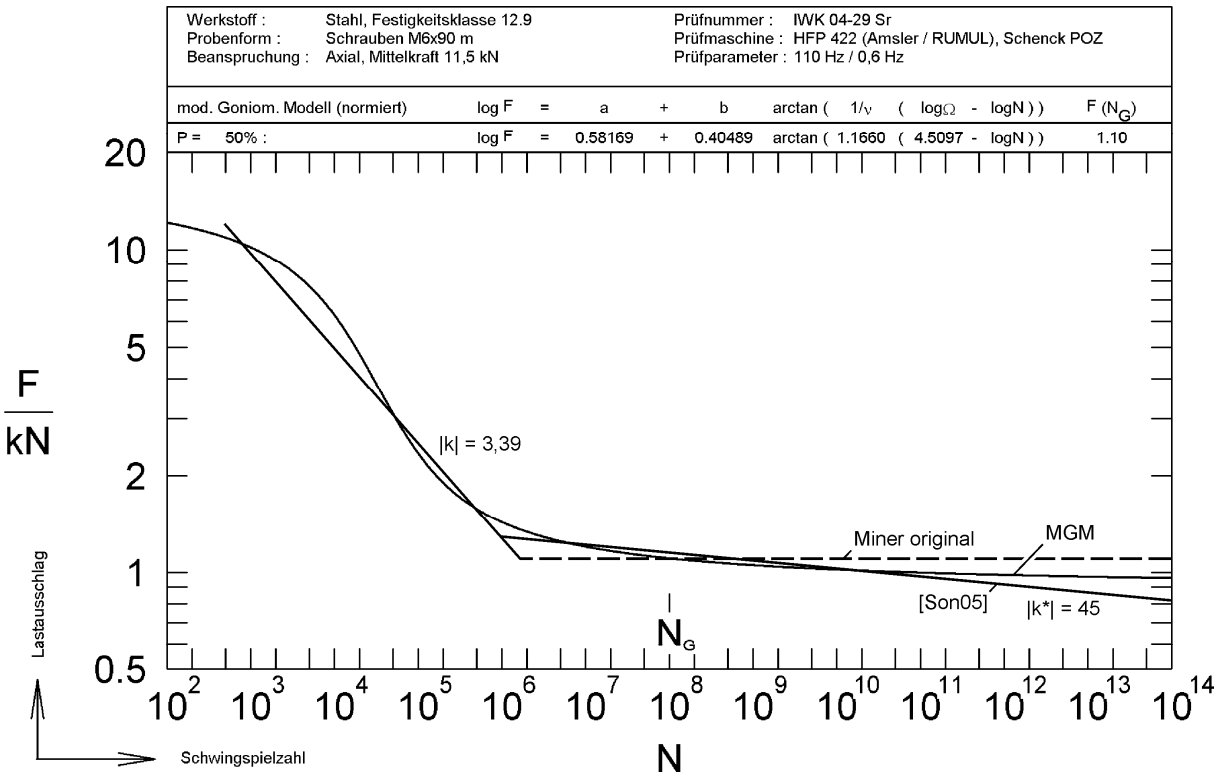


Bild 6.17: Vergleich des MGM (Algorithmus wie in Bild 6.14e) mit der Auswertung gemäß Bild 3.13 und der Gerade für den UHCF-Bereich nach [Son05], Stahlschrauben Festigkeitsklasse 12.9

Die Verifikation der Extrapolationsfähigkeit des MGM wird wie folgt durchgeführt (**Bild 6.18**): Aus einer Originaldatei, die Lebensdauern mit hohen Schwingspielzahlen beinhaltet, wird zunächst als Bezugswert die mittlere Festigkeitsamplitude $F(N_{G(exp)})$ für die dort gewählte Grenzschwingspielzahl $N_{G(exp)}$ ermittelt. Anschließend wird die Grenzschwingspielzahl N_G ausgehend von $N_{G(exp)}$ bis zu einer minimalen Grenzschwingspielzahl $N_{G,min}$ schrittweise verringert. Für jede fiktive Grenzschwingspielzahl wird eine separate Datei angelegt und ausgewertet. Durchläuferhorizonte, die durch die Verringerung von N_G entstehen, werden nicht für die Auswertung herangezogen, weil sie keine Aussagen über die Lebensdauer liefern. Die ermittelten Parameter ermöglichen eine Extrapolation der mittleren Festigkeitsamplitude für die ursprüngliche Grenzschwingspielzahl $N_{G(exp)}$. Der extrapolierte Wert für die Festigkeitsamplitude $F_{extrapoliert}(N_{G(exp)})$ wird zuletzt mit $F(N_{G(exp)})$ der Originaldatei verglichen.

Die **Bilder 6.19a-f** und **6.20a-e** zeigen exemplarisch die Auswertungen der Schraubenversuche nach dem MGM mit sukzessiv kleiner gewähltem N_G. Brüche jenseits der fiktiven Grenzschwingspielzahl müssen nun als Durchläufer angesehen werden. Zu den Bildern 6.19a-f ist anzumerken, dass die eigentlich im Treppenstufenversuch ermittelten Versuchsergebnisse für die Schrauben der Festigkeitsklasse 8.8 für diese Studie nach dem Horizontverfahren abgelegt wurden, weil ansonsten bei Verringerung der Grenzschwingspielzahl sich unsinnige Auswerteergebnisse eingestellt hätten. Dementsprechend weicht Bild 6.19a leicht von Bild 6.12b ab. Die Auswertung der Versuchsergebnisse an den Schrauben der Festigkeitsklasse 12.9 bei $N_G = N_{G(exp)} = 10^8$ ist 6.14e zu entnehmen.

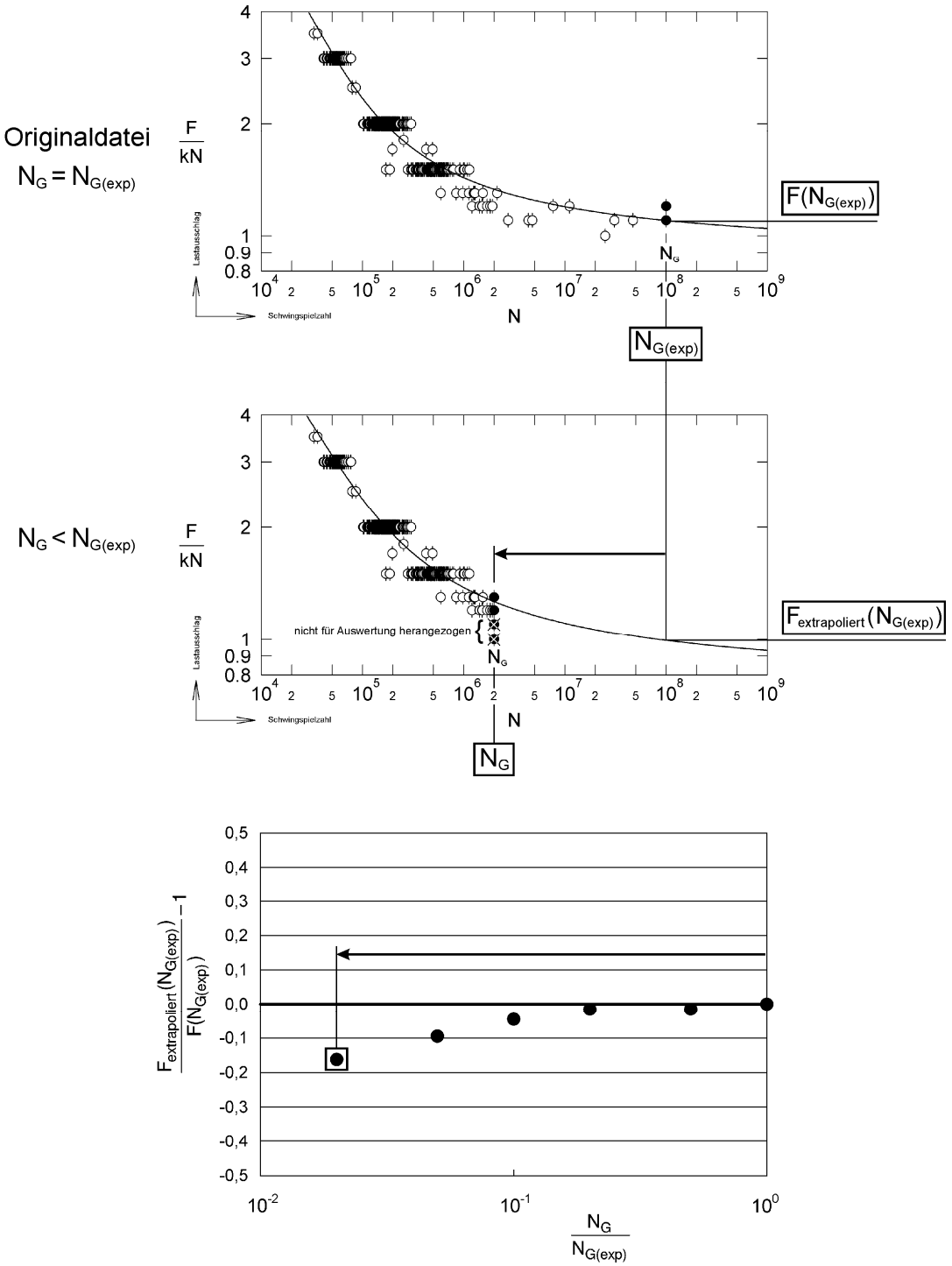


Bild 6.18: Vorgehensweise für die Verifikation der Extrapolationsfähigkeit des MGM: Vergleich von $F(N_{G(exp)})$ mit $F_{extrapoliert}(N_{G(exp)})$ in Abhängigkeit von N_G
$N_{G(exp)}$: Grenzschwingspielzahl, die für die Originalversuche gewählt wurde; hier $N_{G(exp)} = 10^8$ (Bild oben)
N_G : Grenzschwingspielzahl, die ausgehend von $N_{G(exp)}$ bis $N_{G,min}$ schrittweise verringert wird; Beispiel: $N_G = N_{G,min} = 2 \cdot 10^6$ (Bild Mitte)
$F(N_{G(exp)})$: Festigkeitsamplitude, die anhand der Originaldaten für $N_{G(exp)}$ ermittelt wird (Bild oben)
$F_{extrapoliert}(N_{G(exp)})$: Festigkeitsamplitude, die ausgehend von der aktuellen Grenzschwingspielzahl N_G durch Extrapolation für $N_{G(exp)}$ ermittelt wird (Bild Mitte)

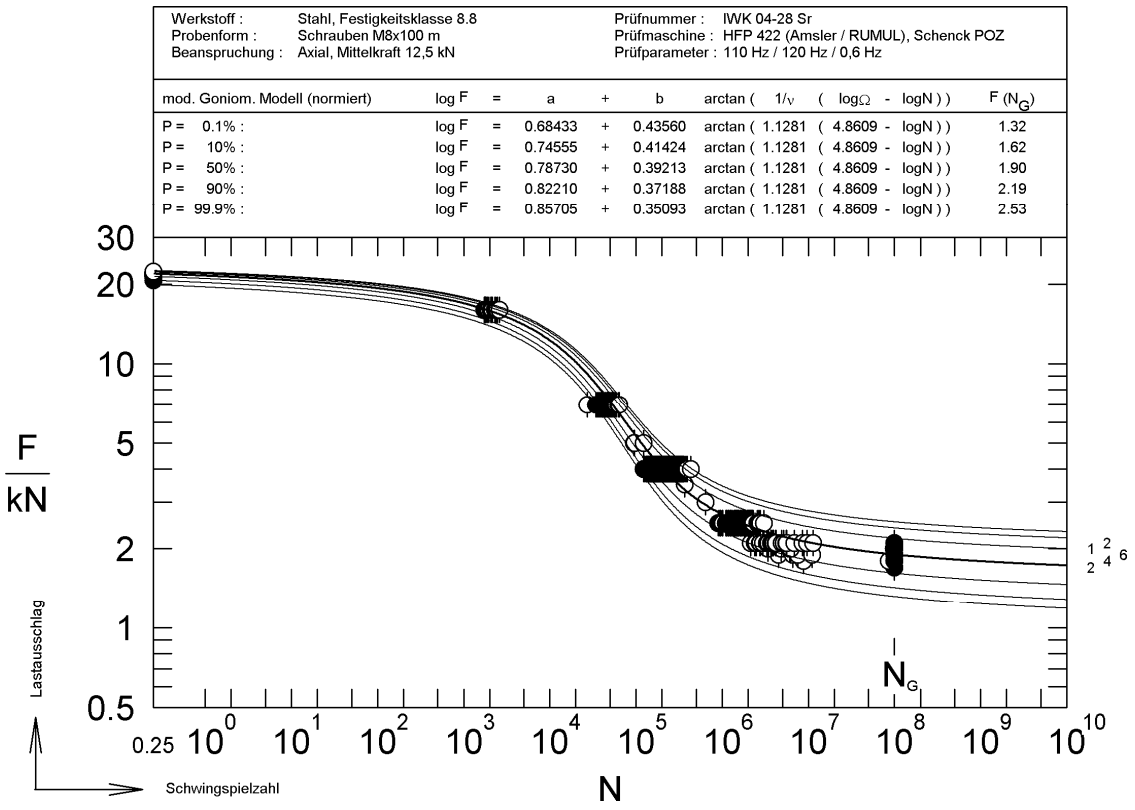


Bild 6.19a: Wöhlerkurve für $N_G = N_{G(exp)} = 10^8$, Schwingversuche an Schrauben der Festigkeitsklasse 8.8 (Auswertung im Horizontverfahren)

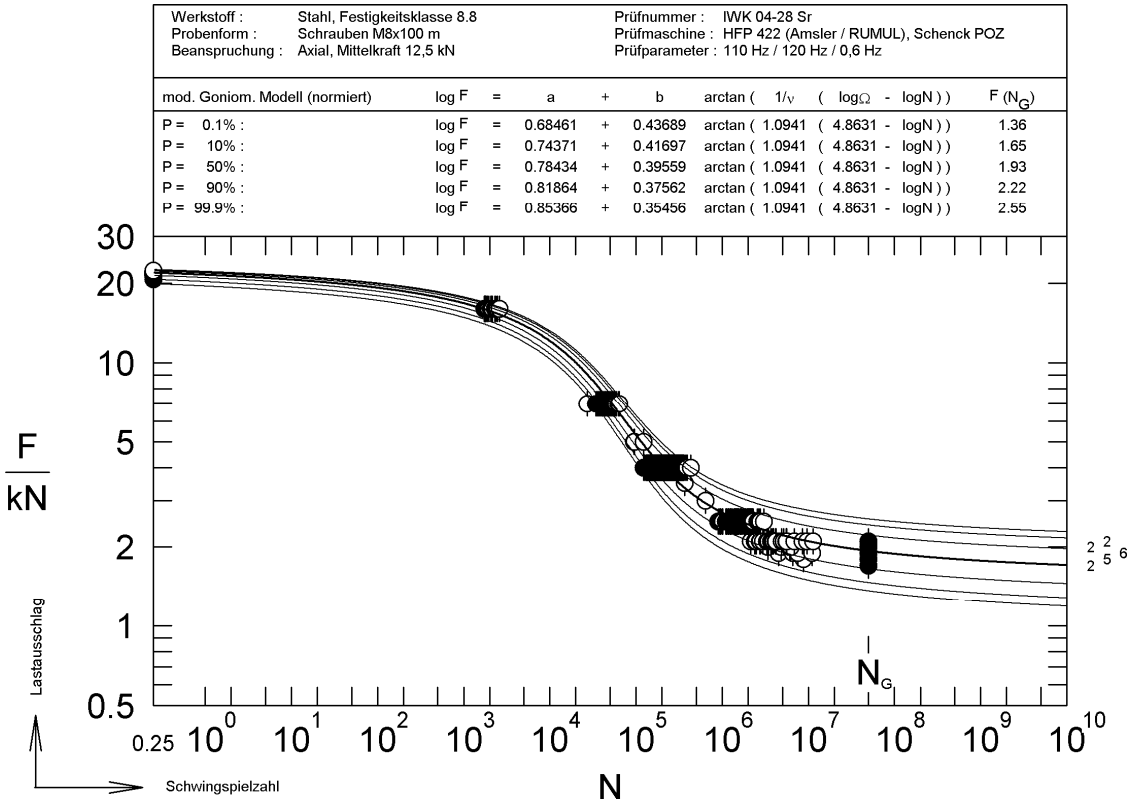


Bild 6.19b: Wöhlerkurve für $N_G = 5 \cdot 10^7$, Schwingversuche an Schrauben der Festigkeitsklasse 8.8 (Auswertung im Horizontverfahren)

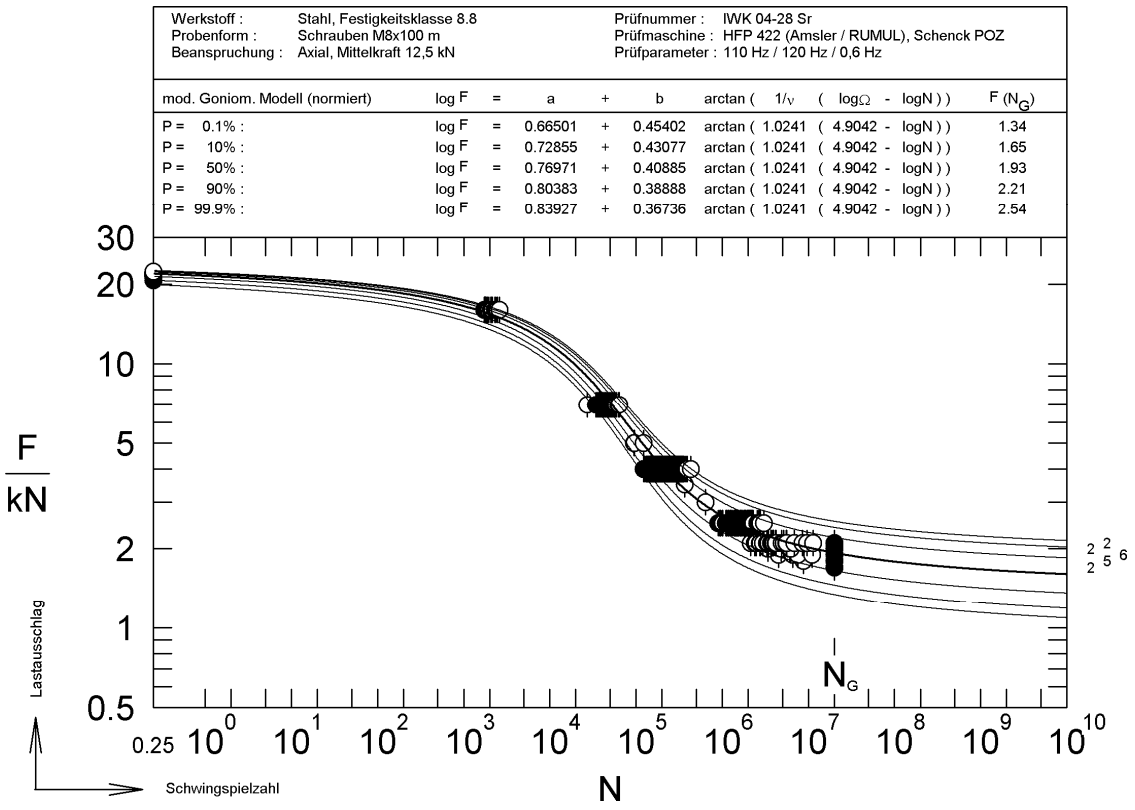


Bild 6.19c: Wöhlerkurve für $N_G = 2 \cdot 10^7$, Schwingversuche an Schrauben der Festigkeitsklasse 8.8 (Auswertung im Horizontverfahren)

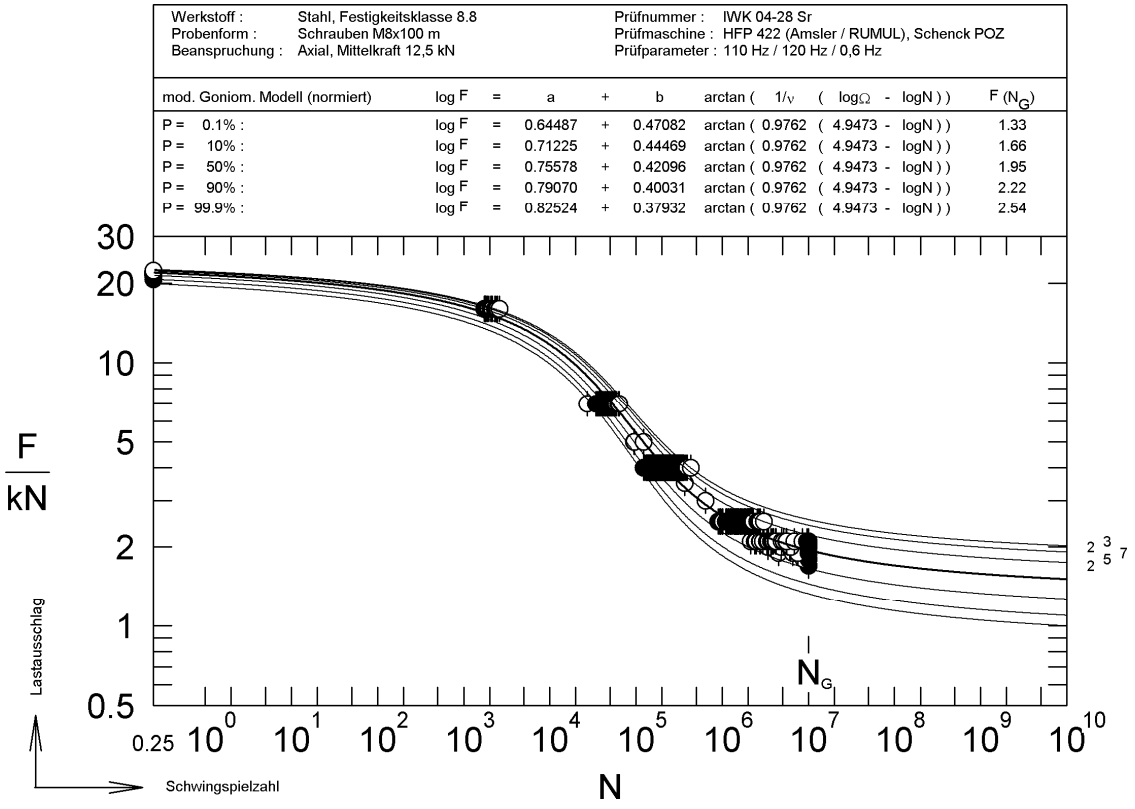


Bild 6.19d: Wöhlerkurve für $N_G = 10^7$, Schwingversuche an Schrauben der Festigkeitsklasse 8.8 (Auswertung im Horizontverfahren)

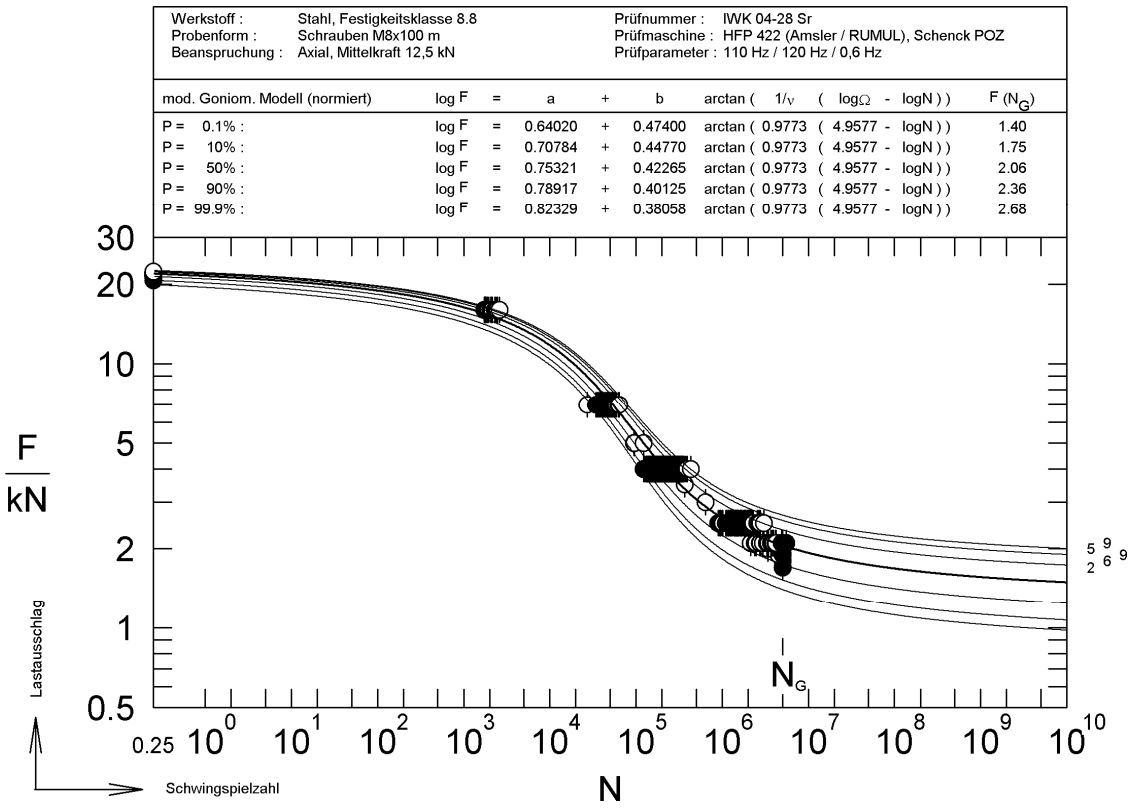


Bild 6.19e: Wöhlerkurve für $N_G = 5 \cdot 10^6$, Schwingversuche an Schrauben der Festigkeitsklasse 8.8 (Auswertung im Horizontverfahren)

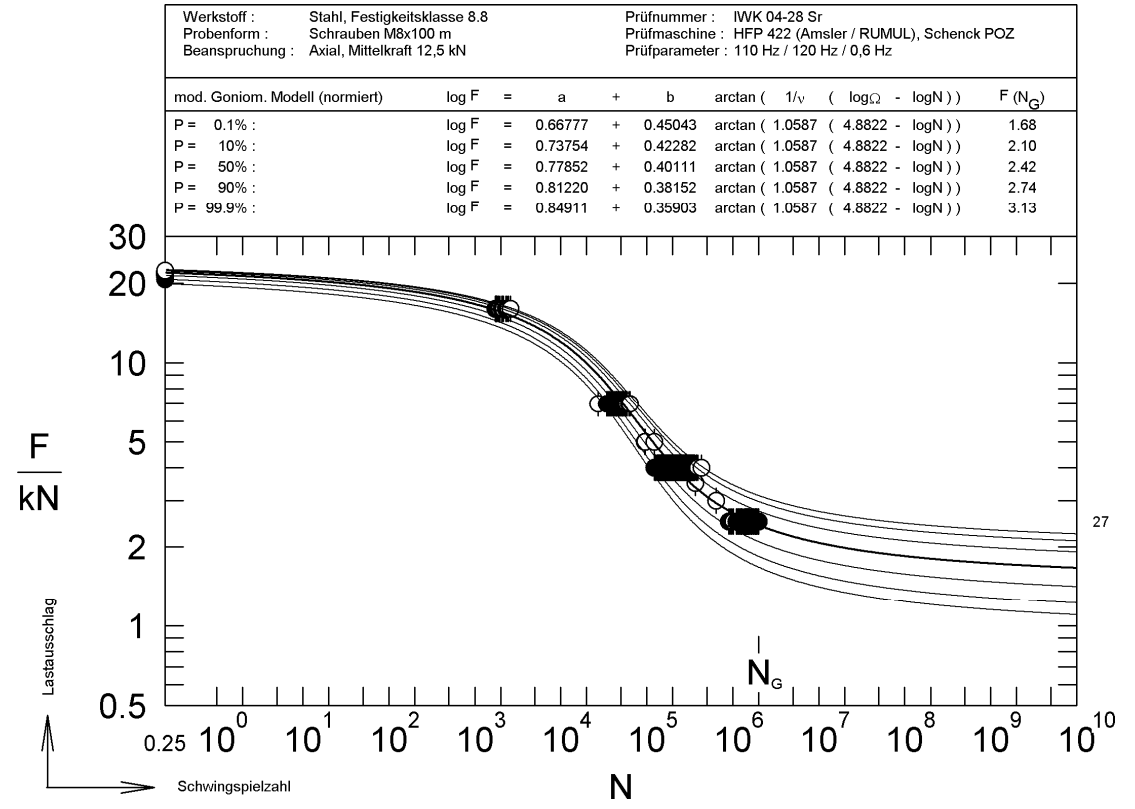


Bild 6.19f: Wöhlerkurve für $N_G = 2 \cdot 10^6$, Schwingversuche an Schrauben der Festigkeitsklasse 8.8 (Auswertung im Horizontverfahren)

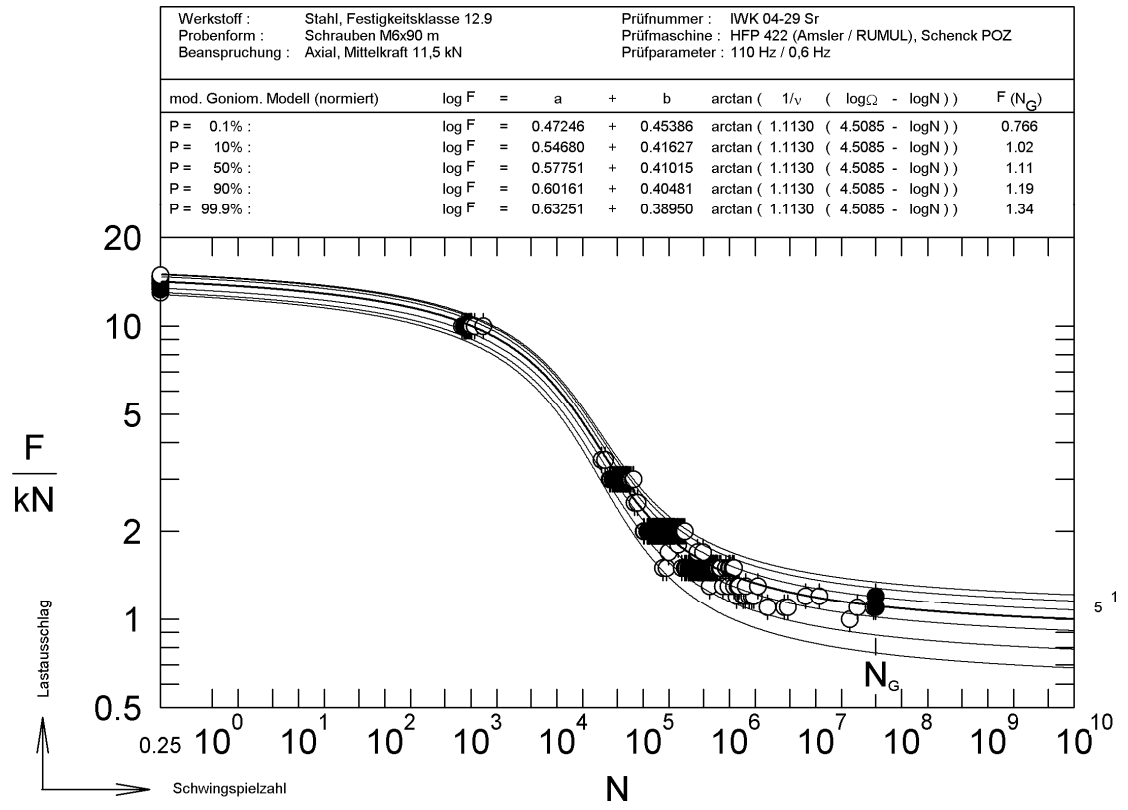


Bild 6.20a: Wöhlerkurve für $N_G = 5 \cdot 10^7$, Schwingversuche an Schrauben der Festigkeitsklasse 12.9

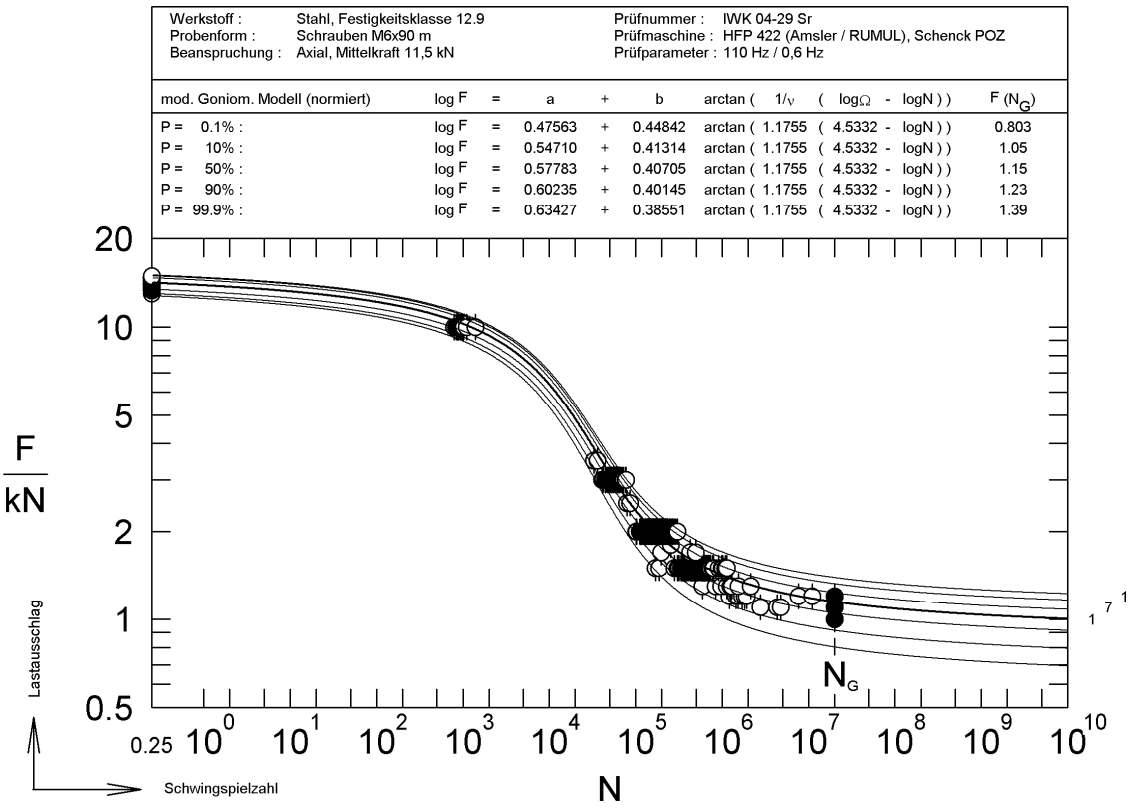


Bild 6.20b: Wöhlerkurve für $N_G = 2 \cdot 10^7$, Schwingversuche an Schrauben der Festigkeitsklasse 12.9

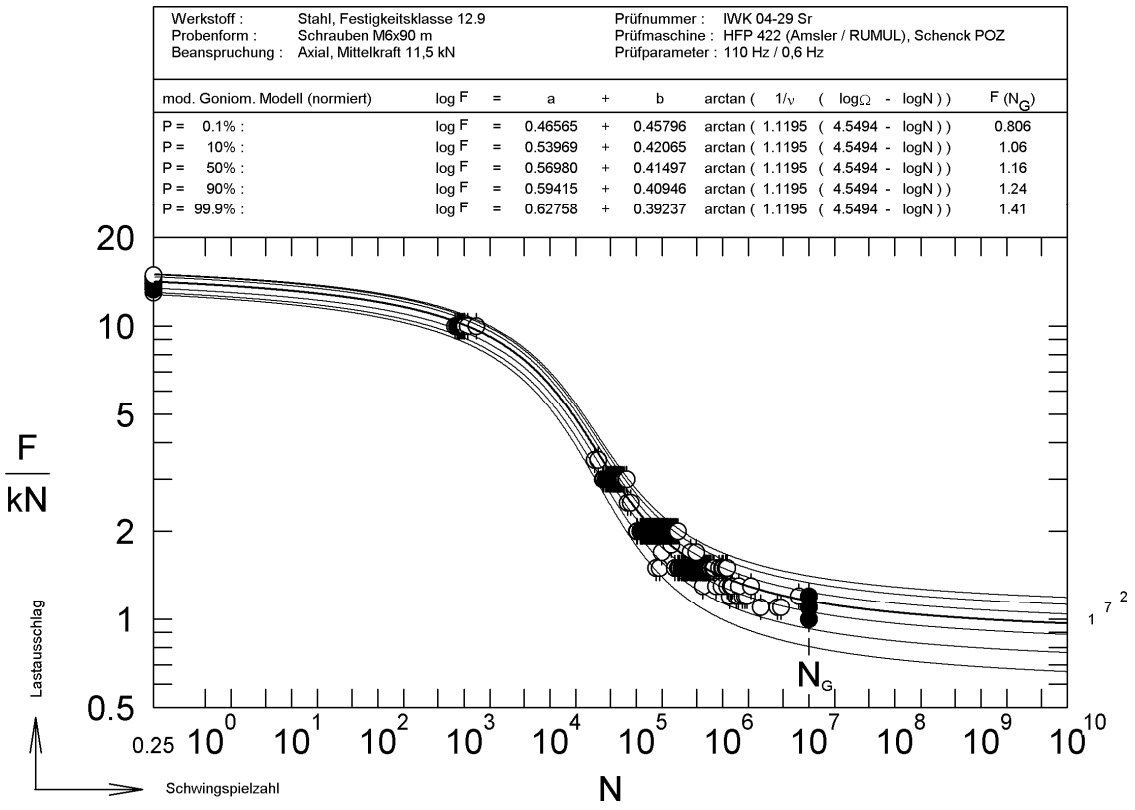


Bild 6.20c: Wöhlerkurve für $N_G = 10^7$, Schwingversuche an Schrauben der Festigkeitsklasse 12.9

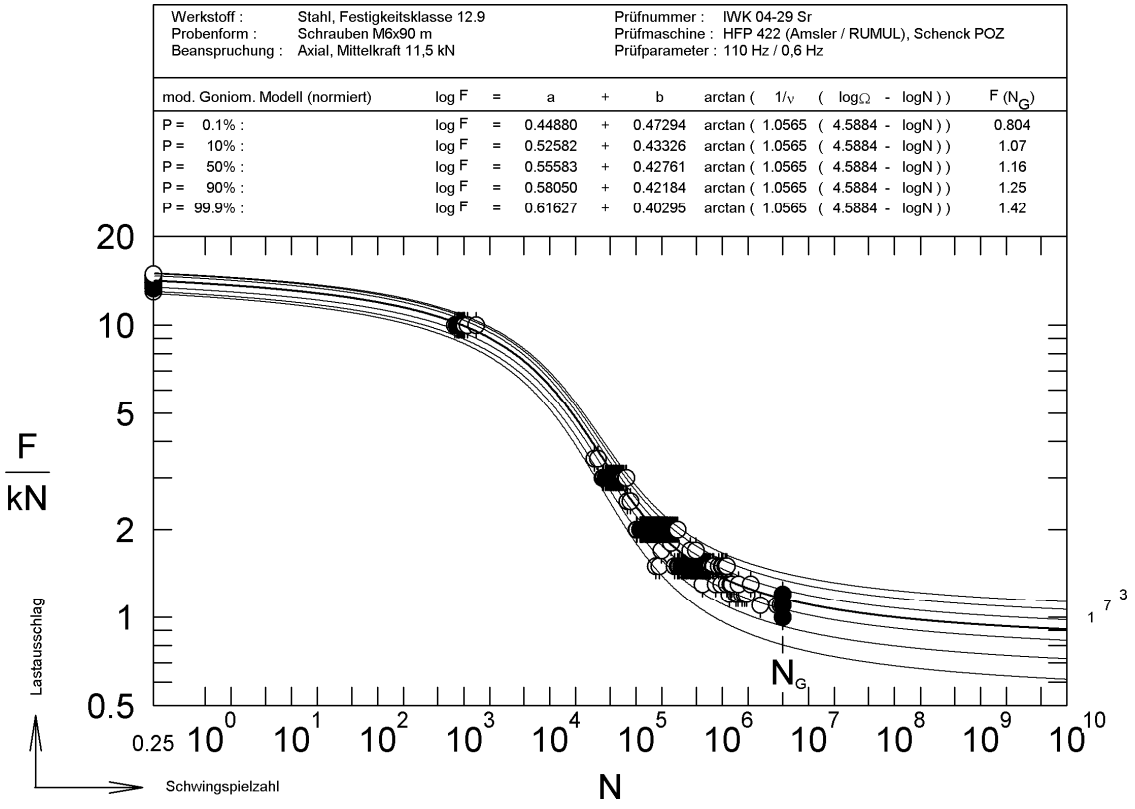


Bild 6.20d: Wöhlerkurve für $N_G = 5 \cdot 10^6$, Schwingversuche an Schrauben der Festigkeitsklasse 12.9

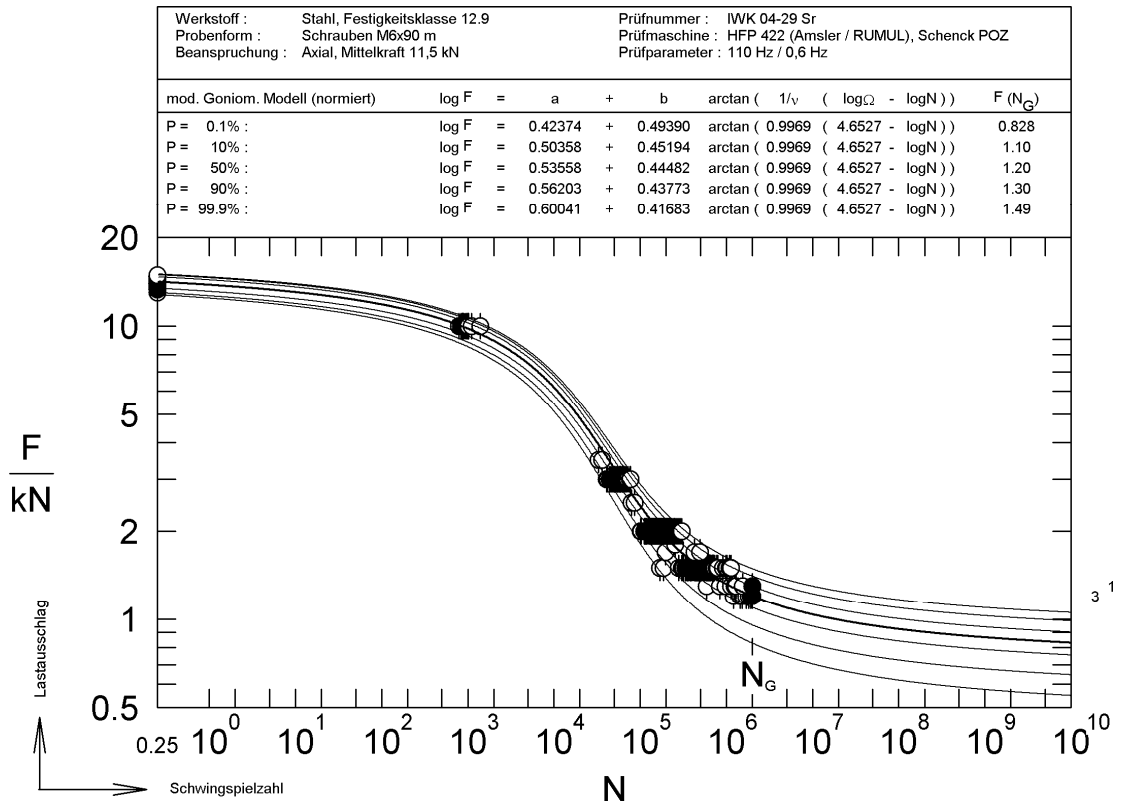


Bild 6.20e: Wöhlerkurve für $N_G = 2 \cdot 10^6$, Schwingversuche an Schrauben der Festigkeitsklasse 12.9

In **Bild 6.21** wird anhand der Bilder 6.19 und 6.20 die Extrapolationsfähigkeit des MGM bezüglich der Schwingfestigkeit der Schrauben getestet. Für die Versuche an den Stahlschrauben der Festigkeitsklasse 12.9 wurde beispielsweise die Grenzschwingspielzahl $N_{G(exp)} = 10^8$ gewählt, und die mittlere Festigkeitsamplitude bei $N_{G(exp)}$ beträgt $F(N_{G(exp)}) = 1{,}10$ kN, Bild 6.14e. Mit der minimalen Grenzschwingspielzahl $N_{G,min} = 2 \cdot 10^6$ für Stahl sind die Versuche noch auswertbar (Bild 6.20e), und die Festigkeitsamplitude für $F(N_{G(exp)})$ lässt sich anhand der Parameter a, b, $1/\nu$ und $\log\Omega$ für die ursprünglich gewählte Grenzschwingspielzahl $N_{G(exp)} = 10^8$ extrapolieren, in diesem Fall $F_{extrapoliert}(N_{G(exp)}) = 0{,}925$. Mit dem extrapolierten Wert lässt sich ein Datenpunkt in Bild 6.21 eintragen:
$N_G / N_{G(exp)} = 2 \cdot 10^{-2}$ und
$F_{extrapoliert}(N_{G(exp)}) / F(N_{G(exp)}) - 1 = -0{,}16$.
Analog ist die Vorgehensweise für $N_G = 5 \cdot 10^6$, 10^7, $2 \cdot 10^7$ und $5 \cdot 10^7$. Für $N_G = 10^8$ hat der Datenpunkt die Koordinaten {1 , 0}, weil 10^8 der ursprünglich gewählten Grenzschwingspielzahl entspricht. Die Versuchsreihe aus Bild 6.20 ist mit schwarzen Kreisen wiedergegeben. Erwartungsgemäß nähert sich die extrapolierte Festigkeitsamplitude der im Versuch ermittelten Festigkeitsamplitude für steigende Grenzschwingspielzahl an. Gelegentlich kann aber auch schon bei niedriger Grenzschwingspielzahl ein Zufallstreffer erzielt werden, wie der weiße Kreis bei $N_G / N_{G(exp)} = 2 \cdot 10^{-2}$ für die Versuchsreihe aus Bild 6.19 verdeutlicht.

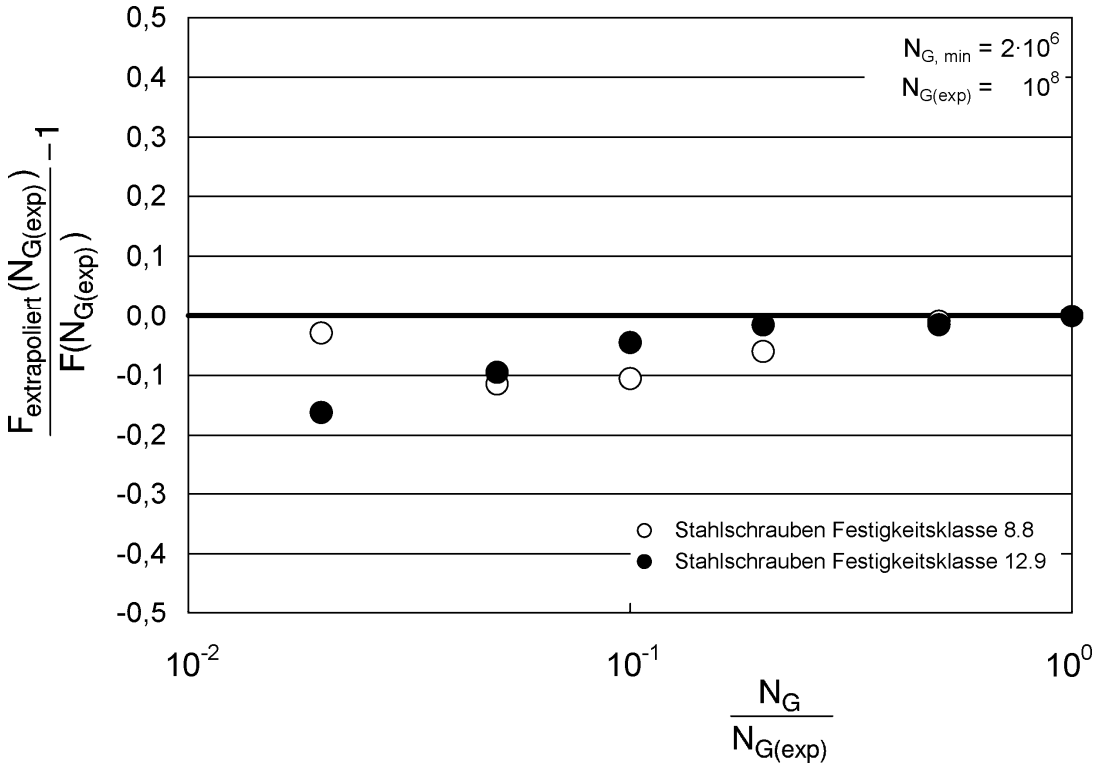


Bild 6.21: Vergleich von $F(N_{G(exp)})$ mit $F_{extrapoliert}(N_{G(exp)})$ in Abhängigkeit von N_G anhand der Schraubenversuche gemäß Bild 6.19 und 6.20

$N_{G(exp)}$: Grenzschwingspielzahl, die für die Originalversuche gewählt wurde (bei den Schraubenversuchen jeweils $N_{G(exp)} = 10^8$)
N_G : Grenzschwingspielzahl, die ausgehend von $N_{G(exp)}$ bis $N_{G,min}$ schrittweise verringert wird
$F(N_{G(exp)})$: Festigkeitsamplitude, die anhand der Originaldaten für $N_{G(exp)}$ ermittelt wird
$F_{extrapoliert}(N_{G(exp)})$: Festigkeitsamplitude, die ausgehend von der aktuellen Grenzschwingspielzahl N_G durch Extrapolation für $N_{G(exp)}$ ermittelt wird
$N_{G,min} = 2 \cdot 10^6$ für Stahl

Um die Aussagekraft bezüglich der Extrapolationsfähigkeit des MGM zu verbessern, dienen als Datengrundlage neben den eigenen Ergebnissen aus Kap. 3 Versuchsdaten aus der Literatur. In [Son05] wurden Versuchsergebnisse an unterschiedlichen Werkstofftypen in grafischer Form mit Lebensdauern bis in den UHCF-Bereich zusammengestellt. Rohdaten in Zahlenform liegen weder in diesem Aufsatz noch in den dort zitierten Originalquellen vor, daher wurden die Wöhlerdiagramme direkt aus [Son05] eingescannt und in Excel™ mit virtuellen Bildpunkten zur Deckung gebracht, deren Koordinaten in geeigneter Form abgelegt und anschließend anstelle der Originaldaten neu ausgewertet werden können [Bor05]. Da in [Son05] die zugehörigen Zugfestigkeiten angegeben sind, wurden sie als stabilisierende Stützwerte für N = 0,25 herangezogen. Darüber hinaus wurden Axialversuche auf einer Ultraschallprüfmaschine [Fuc02] und eine gut belegte Reihe aus Umlaufbiegeversuchen [JSMS96] in die Studie eingebunden.

Bild 6.22a-f zeigt zusammenfassend den Vergleich von $F(N_{G(exp)})$ mit $F_{extrapoliert}(N_{G(exp)})$ in Abhängigkeit von N_G, wobei $N_{G,min}$ variiert wird. Das MGM liefert ab $N_{G,min(Stahl)} = 2 \cdot 10^6$ und $N_{G,min(Leichtmetall)} = 2 \cdot 10^7$ mit Abweichungen von maximal 20% überwiegend brauchbare Extrapolationen für die Schwingfestigkeit. Die Extrapolationsfähigkeit ist dabei nicht signifikant abhängig vom Werkstoff. Die Einhaltung der Grenzschwingspielzahlen nach [DIN50100] mit $N_{G,min(Stahl)} = 10^7$ und $N_{G,min(Leichtmetall)} = 10^8$ erscheint hinsichtlich der Extrapolation nicht erforderlich, jedoch wird auf eine abschließende quantitative Aussage aus zweierlei Gründen verzichtet: Zum einen sind zur besseren Abdeckung des Lebensdauerspektrums in [Son05] teilweise Ergebnisse aus Versuchen auf Ultraschallprüfmaschinen und auf herkömmlichen Prüfmaschinen in einem Diagramm zusammengefasst, wobei Unstetigkeiten durch den Frequenzeinfluss nicht ausgeschlossen werden können. Zum anderen wurden Versuche meist nur mit wenigen Proben durchgeführt, somit ist für niedrige Grenzschwingspielzahlen das Datenmaterial entsprechend mager und die Extrapolation unsicher.

Tabelle 6.1 gibt eine Übersicht der untersuchten Daten, der Grenzschwingspielzahlen, der 50%-Parameter des Modells zur Extrapolation sowie der zugehörigen extrapolierten Festigkeitsamplituden.

Die hohe Extrapolationsfähigkeit des MGM wird in **Bild 6.23a-f** für die Umlaufbiegeversuche an GD-AlMg4,5Mn demonstriert. Anders als mit der herkömmlichen Auswertung in Bild 1.1 werden die Daten nun kontinuierlich beschrieben. Obwohl im Gegensatz zu den anderen Datenreihen in Tabelle 6.1 ein adäquater Stützwert für N = 0,25 fehlt, da in [JSMS96] keine Biegefestigkeit angegeben wurde, ist aufgrund der hohen Belegung der Lastniveaus die Extrapolation bis 10^8 sehr treffsicher, selbst ausgehend von einer fiktiven Grenzschwingspielzahl $N_G = 2 \cdot 10^6$, die deutlich niedriger liegt als in [DIN50100] empfohlen. Ausgehend von den Parametern in Bild 6.23f ergibt sich als Extrapolation für $N_G = 10^8$ die mittlere Schwingfestigkeit $\sigma_{b,a} = 132{,}3$ MPa gegenüber dem tatsächlich für 10^8 ermittelten Wert $\sigma_{b,a} = 130{,}9$ MPa, siehe Tabelle 6.1a.

In den **Bildern 6.24** bis **6.33** sind die Bezugsauswertungen der Daten aus [Fuc02] und [Son05] angegeben. Offensichtlich ist das MGM in der Lage, Ergebnisse aus Schwingversuchen bis $N = 10^{10}$ ganzheitlich zu beschreiben.

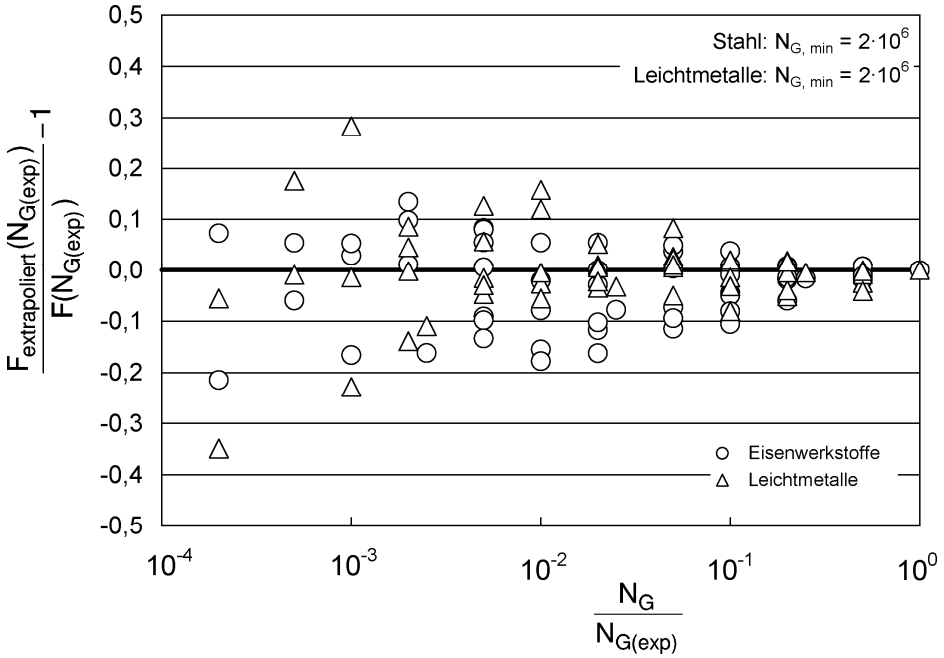


Bild 6.22a: Vergleich von $F(N_{G(exp)})$ mit $F_{extrapoliert}(N_{G(exp)})$ in Abhängigkeit von N_G $N_{G,min} = 2 \cdot 10^6$ für Stahl und Leichtmetalle

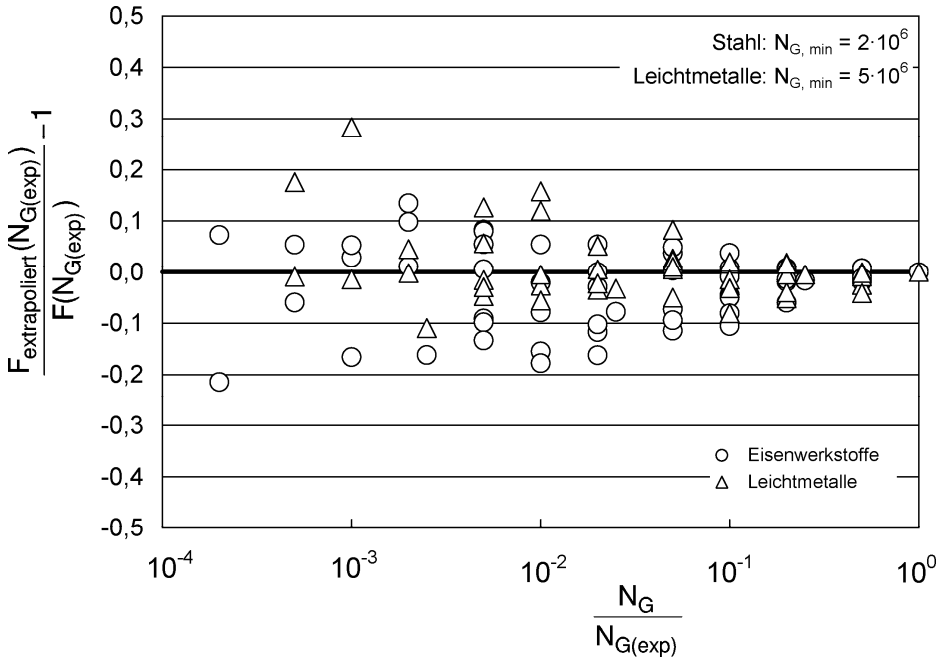


Bild 6.22b: Vergleich von $F(N_{G(exp)})$ mit $F_{extrapoliert}(N_{G(exp)})$ in Abhängigkeit von N_G $N_{G,min} = 2 \cdot 10^6$ für Stahl und $N_{G,min} = 5 \cdot 10^6$ für Leichtmetalle

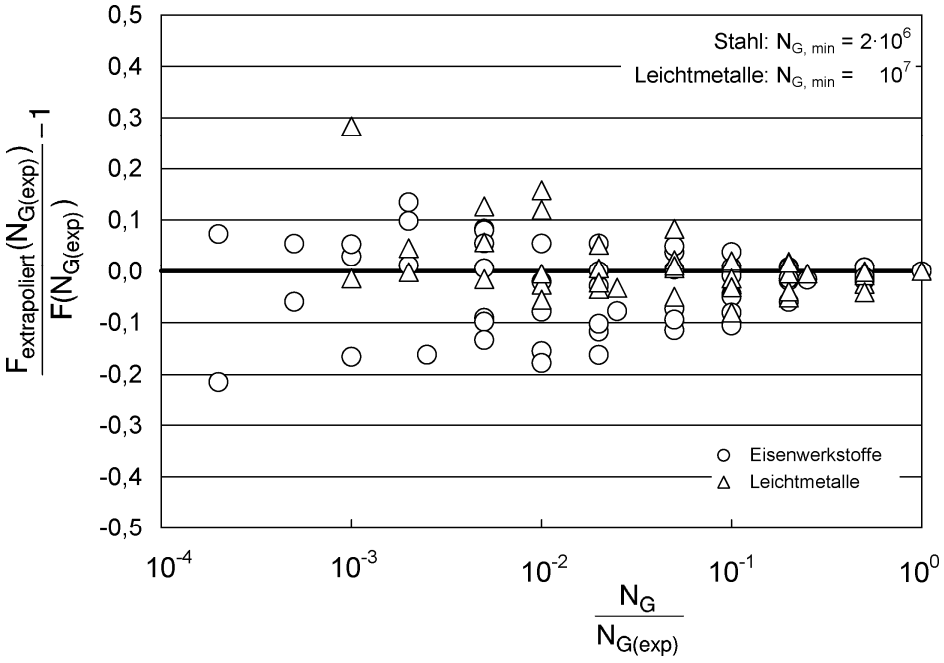


Bild 6.22c: Vergleich von $F(N_{G(exp)})$ mit $F_{extrapoliert}(N_{G(exp)})$ in Abhängigkeit von N_G
$N_{G,min} = 2 \cdot 10^6$ für Stahl und $N_{G,min} = 10^7$ für Leichtmetalle

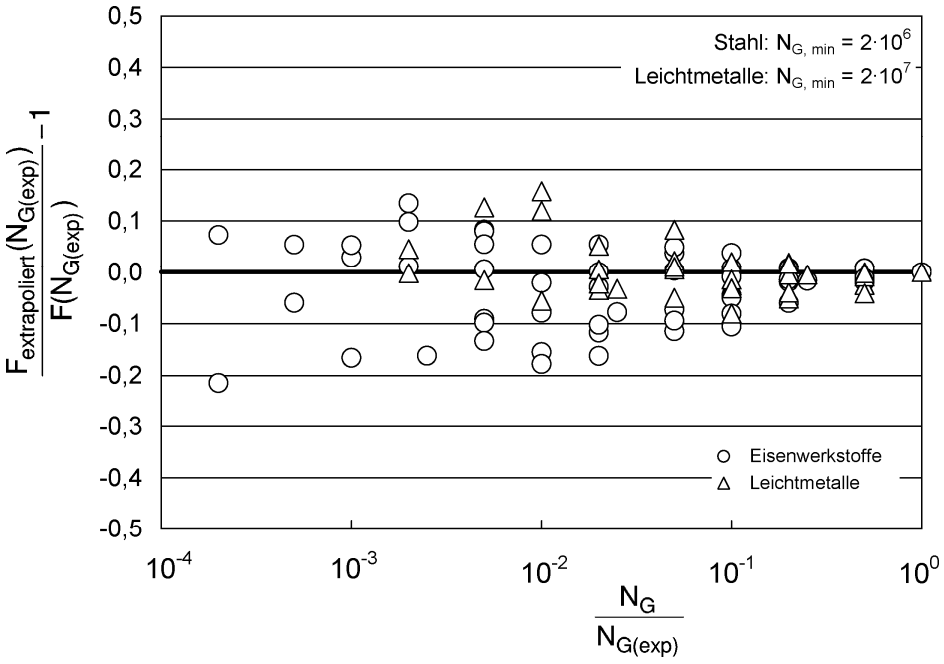


Bild 6.22d: Vergleich von $F(N_{G(exp)})$ mit $F_{extrapoliert}(N_{G(exp)})$ in Abhängigkeit von N_G
$N_{G,min} = 2 \cdot 10^6$ für Stahl und $N_{G,min} = 2 \cdot 10^7$ für Leichtmetalle

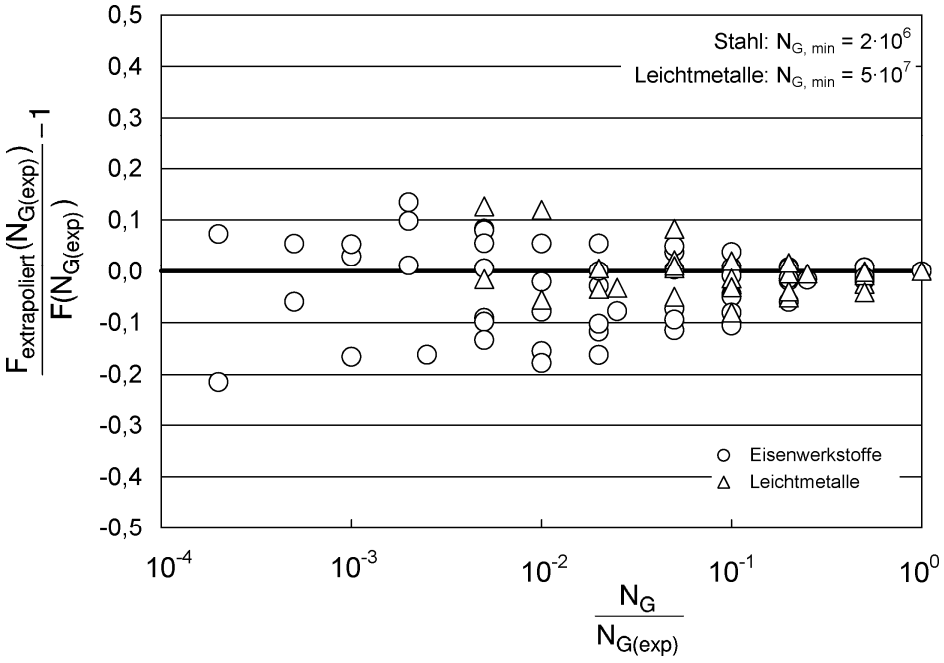


Bild 6.22e: Vergleich von $F(N_{G(exp)})$ mit $F_{extrapoliert}(N_{G(exp)})$ in Abhängigkeit von N_G
$N_{G,min} = 2 \cdot 10^6$ für Stahl und $N_{G,min} = 5 \cdot 10^7$ für Leichtmetalle

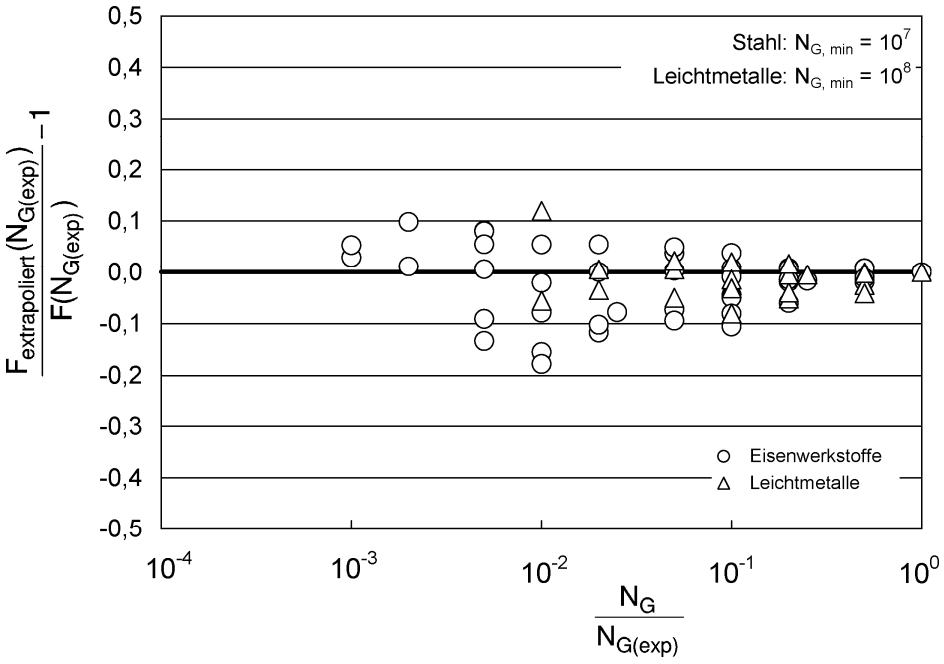


Bild 6.22f: Vergleich von $F(N_{G(exp)})$ mit $F_{extrapoliert}(N_{G(exp)})$ in Abhängigkeit von N_G
$N_{G,min} = 10^7$ für Stahl und $N_{G,min} = 10^8$ für Leichtmetalle (nach [DIN50100])

Werkstoff	N_G	$\log N_G$	a	b	1/ν	Ω	$N_{G(exp)}$	log $F_{extrapoliert}(N_{G(exp)})$	$F_{extrapoliert}(N_{G(exp)})$	$F_{extrapoliert}(N_{G(exp)}) / F(N_{G(exp)}) - 1$	$\log(N_G/N_{G(exp)})$	Prüfnummer
Stahl-schrauben, Festigkeits-klasse 8.8	2,E+06	6,3	0,77852	0,40111	1,0587	4,8822	1,E+08	0,2665	1,847	-0,03	-1,7	IWK04-28
	5,E+06	6,7	0,75321	0,42264	0,9773	4,9577	1,E+08	0,2265	1,684	-0,11	-1,3	
	1,E+07	7,0	0,75578	0,42096	0,9762	4,9473	1,E+08	0,2308	1,701	-0,11	-1,0	
	2,E+07	7,3	0,78971	0,40885	1,0241	4,9041	1,E+08	0,2524	1,788	-0,06	-0,7	
	5,E+07	7,7	0,78434	0,39559	1,0941	4,8631	1,E+08	0,2751	1,884	-0,01	-0,3	
	1,E+08	8,0	0,78730	0,39213	1,1281	4,8609	1,E+08	0,2793	1,902	0,00	0,0	
Stahl-schrauben, Festigkeits-klasse 12.9	2,E+06	6,3	0,53558	0,44482	0,9969	4,6527	1,E+08	-0,0336	0,925	-0,16	-1,7	IWK04-29
	5,E+06	6,7	0,55583	0,42761	1,0565	4,5884	1,E+08	-0,0001	1,000	-0,10	-1,3	
	1,E+07	7,0	0,56980	0,41497	1,1195	4,5494	1,E+08	0,0231	1,055	-0,05	-1,0	
	2,E+07	7,3	0,57783	0,40705	1,1755	4,5332	1,E+08	0,0364	1,087	-0,02	-0,7	
	5,E+07	7,7	0,57751	0,41015	1,1130	4,5085	1,E+08	0,0366	1,088	-0,02	-0,3	
	1,E+08	8,0	0,58169	0,40489	1,1660	4,5097	1,E+08	0,0432	1,105	0,00	0,0	
3.2162 (GD-AlSi9Cu3)	2,E+06	6,3	2,03176	0,22199	0,7967	5,2793	1,E+09	1,7553	56,9	-0,14	-2,7	Fuc02-a
	5,E+06	6,7	2,05656	0,20019	0,8770	5,1142	1,E+09	1,7992	63,0	-0,05	-2,3	
	1,E+07	7,0	2,05514	0,22801	0,4632	4,9436	1,E+09	1,8085	64,3	-0,03	-2,0	
	2,E+07	7,3	2,07846	0,19508	0,6254	4,7483	1,E+09	1,8422	69,5	0,05	-1,7	
	5,E+07	7,7	2,08532	0,18870	0,6313	4,6558	1,E+09	1,8549	71,6	0,08	-1,3	
	1,E+08	8,0	2,04036	0,23992	0,4696	5,1186	1,E+09	1,7839	60,8	-0,08	-1,0	
	2,E+08	8,3	2,05034	0,22849	0,5030	5,0235	1,E+09	1,7974	62,7	-0,05	-0,7	
	5,E+08	8,7	2,05874	0,21868	0,5380	4,9454	1,E+09	1,8092	64,5	-0,03	-0,3	
	1,E+09	9	2,06720	0,21123	0,5729	4,8938	1,E+09	1,8203	66,1	0,00	0,0	
3.3547 (GD-AlMg4,5Mn, A5083BE)	2,E+06	6,3	246,157	91,2022	0,8332	4,4022	1,E+08		132,3	0,01	-1,7	JSMS204-205-1
	5,E+06	6,7	258,123	97,1137	0,8775	4,2769	1,E+08		134,4	0,03	-1,3	
	1,E+07	7,0	227,144	76,7027	0,8316	4,6363	1,E+08		133,0	0,02	-1,0	
	2,E+07	7,3	227,266	76,2610	0,8395	4,6320	1,E+08		133,4	0,02	-0,7	
	5,E+07	7,7	250,976	100,2360	0,7116	4,2881	1,E+08		129,8	-0,01	-0,3	
	1,E+08	8,0	238,848	88,8682	0,7566	4,4524	1,E+08		130,9	0,00	0,0	
38MnVS6 BY (D38MSV5S)	2,E+06	6,3	370,683	112,090	0,8257	6,2712	1,E+10		229,8	-0,21	-3,7	Son05-03
	5,E+06	6,7	397,325	107,996	0,5562	6,1681	1,E+10		275,1	-0,06	-3,3	
	1,E+07	7,0	415,965	104,858	0,4750	5,8981	1,E+10		301,0	0,03	-3,0	
	2,E+07	7,3	437,377	99,9467	0,5027	5,4238	1,E+10		321,4	0,10	-2,7	
	5,E+07	7,7	974,521	707,890	0,1342	-1,6309	1,E+10		265,9	-0,09	-2,3	
	1,E+08	8,0	360,940	116,018	0,5129	7,0913	1,E+10		247,2	-0,16	-2,0	
	2,E+08	8,3	369,362	114,571	0,4792	6,9578	1,E+10		258,3	-0,12	-1,7	
	5,E+08	8,7	2,75238	0,55845	0,0941	3,1648	1,E+10	2,4332	271,1	-0,07	-1,3	
	1,E+09	9,0	746,201	448,555	0,1905	0,9792	1,E+10		278,0	-0,05	-1,0	
	2,E+09	9,3	664,937	342,335	0,2548	2,2142	1,E+10		287,0	-0,02	-0,7	
	5,E+09	9,7	402,277	107,683	0,4661	6,1925	1,E+10		288,4	-0,01	-0,3	
	1,E+10	10,0	408,079	106,204	0,4823	6,0479	1,E+10		292,6	0,00	0,0	
GGG 50 (GS51)	2,E+06	6,3	529,710	169,084	93,8500	5,2788	1,E+10		264,5	0,08	-2,3	Son05-04
	5,E+06	6,7	530,109	168,758	147,990	5,2940	1,E+10		265,3	0,08	-2,3	
	1,E+07	7,0	529,855	168,990	94,6495	5,2789	1,E+10		264,8	0,08	-2,3	
	2,E+07	7,3	529,695	169,137	76,7663	5,2693	1,E+10		264,5	0,08	-2,3	
	5,E+07	7,7	526,492	172,035	17,4353	5,1239	1,E+10		258,3	0,05	-2,3	
	1,E+08	8,0	526,438	172,112	16,8076	5,1169	1,E+10		258,2	0,05	-2,0	
	2,E+08	8,3	526,412	172,156	16,4264	5,1124	1,E+10		258,1	0,05	-1,7	
	5,E+08	8,7	524,310	174,369	9,7048	4,9976	1,E+10		254,0	0,04	-1,3	
	1,E+09	9,0	524,352	174,331	9,7544	4,9986	1,E+10		254,1	0,04	-1,0	
	2,E+09	9,3	521,023	179,649	4,1573	4,6551	1,E+10		246,9	0,01	-0,7	
	5,E+09	9,7	521,008	179,837	4,0376	4,6348	1,E+10		246,8	0,01	-0,3	
	1,E+10	10	520,380	181,951	3,1963	4,4803	1,E+10		244,9	0,00	0,0	
100Cr6 (100C6)	2,E+06	6,3	4918,43	2596,87	3,1653	-1,1032	1,E+10		913,1	0,07	-3,7	Son05-05
	5,E+06	6,7	8476,08	4886,03	4,5052	-1,3028	1,E+10		897,1	0,05	-3,3	
	1,E+07	7,0	6981,86	3936,76	3,5504	-1,3042	1,E+10		896,1	0,05	-3,0	
	2,E+07	7,3	9665,40	5703,62	3,1530	-1,7076	1,E+10		860,6	0,01	-2,7	
	5,E+07	7,7	18251,60	11179,40	5,7426	-1,8038	1,E+10		856,0	0,01	-2,3	
	1,E+08	8,0	24304,40	15075,00	5,9674	-2,1040	1,E+10		833,3	-0,02	-2,0	
	2,E+08	8,3	7975,91	4645,46	2,2801	-1,8079	1,E+10		851,3	0,00	-1,7	
	5,E+08	8,7	13580,90	8208,55	4,1712	-1,8076	1,E+10		853,6	0,00	-1,3	
	1,E+09	9,0	9984,37	5908,14	3,2853	-1,7041	1,E+10		857,5	0,01	-1,0	
	2,E+09	9,3	8318,71	4849,77	2,6610	-1,7026	1,E+10		856,4	0,01	-0,7	
	5,E+09	9,7	14814,80	8981,03	5,1110	-1,6972	1,E+10		857,6	0,01	-0,3	
	1,E+10	10,0	10258,40	6086,20	3,3986	-1,7004	1,E+10		851,2	0,00	0,0	

Tabelle 6.1a: Tabellarische Auflistung der in Bild 6.22 gezeigten Ergebnisse inklusive der Parameter für die Extrapolation

Werkstoff	N_G	$\log N_G$	a	b	$1/\nu$	Ω	$N_{G(exp)}$	$\log F_{extrapoliert}(N_{G(exp)})$	$F_{extrapoliert}(N_{G(exp)})$	$F_{extrapoliert}(N_{G(exp)}) / F(N_{G(exp)}) - 1$	$\log(N_G/N_{G(exp)})$	Prüfnummer
G-AlSi5Cu3Mg0,4 T5 (AS5U3GY35)	2,E+06	6,3	1,96632	0,28082	0,7031	6,0123	1,E+10	1,6214	41,8	-0,35	-3,7	Son05-06
	5,E+06	6,7	2,06688	0,20114	0,8133	5,4132	1,E+10	1,8036	63,6	-0,01	-3,3	
	1,E+07	7,0	141,602	58,3497	0,8326	4,8429	1,E+10		63,3	-0,01	-3,0	
	2,E+07	7,3	2,08707	0,21793	0,7666	5,5439	1,E+10	1,8068	64,1	0,00	-2,7	
	5,E+07	7,7	2,06709	0,19899	0,9240	5,4299	1,E+10	1,8008	63,2	-0,02	-2,3	
	1,E+08	8,0	140,382	59,7512	0,8097	4,8687	1,E+10		60,6	-0,06	-2,0	
	2,E+08	8,3	140,627	58,5005	0,8487	4,8779	1,E+10		62,0	-0,04	-1,7	
	5,E+08	8,7	142,091	56,7454	0,9395	4,8608	1,E+10		64,5	0,01	-1,3	
	1,E+09	9,0	142,596	56,5739	0,9147	4,8218	1,E+10		65,5	0,02	-1,0	
	2,E+09	9,3	141,351	59,4719	0,8296	4,8743	1,E+10		61,7	-0,04	-0,7	
	5,E+09	9,7	141,235	59,5435	0,8279	4,8760	1,E+10		61,5	-0,04	-0,3	
	1,E+10	10,0	2,07129	0,19847	0,8784	5,3978	1,E+10	1,8077	64,2	0,00	0,0	
Fe-4,0Ni-1,5Cu-0,5Mo+0,5C	2,E+06	6,3	605,011	261,343	5,0732	4,2878	1,E+09		205,4	0,13	-2,7	Son05-07
	5,E+06	6,7	239,208	54,7347	1,8731	6,1290	1,E+09		163,3	-0,10	-2,3	
	1,E+07	7,0	2,89769	1,09635	0,0854	-0,1110	1,E+09	2,1727	148,9	-0,18	-2,0	
	2,E+07	7,3	7,06351	3,65297	0,2104	-10,2210	1,E+09	2,2110	162,5	-0,10	-1,7	
	5,E+07	7,7	6,99348	3,60250	0,2090	-10,1920	1,E+09	2,2149	164,0	-0,09	-1,3	
	1,E+08	8,0	6,29248	3,10505	0,2063	-9,2483	1,E+09	2,2213	166,4	-0,08	-1,0	
	2,E+08	8,3	642,545	344,238	0,6431	2,1273	1,E+09		178,4	-0,01	-0,7	
	5,E+08	8,7	2,72912	0,44644	0,2653	2,0416	1,E+09	2,2495	177,6	-0,02	-0,3	
	1,E+09	9,0	2,68381	0,37284	0,3476	2,6983	1,E+09	2,2578	181,1	0,00	0,0	
AlZnMgCu1,5 T66	2,E+06	6,3	2,35716	0,49875	0,1943	5,6935	2,E+09	2,0655	116,3	-0,23	-3,0	Son05-08a
	5,E+06	6,7	2,41951	0,75604	0,0978	5,1469	2,E+09	2,1278	134,2	-0,11	-2,6	
	1,E+07	7,0	2,54260	0,40424	0,1906	3,4176	2,E+09	2,2020	159,2	0,06	-2,3	
	2,E+07	7,3	2,53634	0,26554	0,3671	3,8205	2,E+09	2,2417	174,5	0,16	-2,0	
	5,E+07	7,7	248,625	86,5796	0,7357	5,9219	2,E+09		145,7	-0,03	-1,6	
	1,E+08	8,0	259,456	83,3220	0,9019	5,7793	2,E+09		154,0	0,02	-1,3	
	2,E+08	8,3	390,525	192,122	0,6738	4,5426	2,E+09		146,8	-0,03	-1,0	
	5,E+08	8,7	390,870	183,9690	0,8119	4,6962	2,E+09		150,0	0,00	-0,6	
	1,E+09	9,0	391,197	183,4420	0,8194	4,6944	2,E+09		150,6	0,00	-0,3	
	2,E+09	9,3	391,276	183,321	0,8210	4,6937	2,E+09		150,7	0,00	0,0	
AlCuMg2 T351	2,E+06	6,3	2,29862	0,27000	0,6758	5,9463	1,E+10	1,9690	93,1	-0,06	-3,7	Son05-08b
	5,E+06	6,7	286,411	127,142	0,8553	5,0023	1,E+10		115,9	0,18	-3,3	
	1,E+07	7,0	292,122	120,933	0,9715	4,9649	1,E+10		126,5	0,28	-3,0	
	2,E+07	7,3	279,157	141,081	0,5954	4,9754	1,E+10		103,1	0,05	-2,7	
	5,E+07	7,7	283,729	134,890	0,6598	4,9347	1,E+10		111,1	0,13	-2,3	
	1,E+08	8,0	283,400	135,935	0,6418	4,9266	1,E+10		110,4	0,12	-2,0	
	2,E+08	8,3	2,29550	0,30068	0,4014	6,1583	1,E+10	1,9962	99,1	0,01	-1,7	
	5,E+08	8,7	2,26930	0,33158	0,3499	6,4100	1,E+10	1,9714	93,6	-0,05	-1,3	
	1,E+09	9,0	276,148	147,537	0,5331	4,9783	1,E+10		97,1	-0,01	-1,0	
	2,E+09	9,3	276,706	146,675	0,5398	4,9735	1,E+10		98,1	0,00	-0,7	
	5,E+09	9,7	276,990	146,172	0,5443	4,9719	1,E+10		98,6	0,00	-0,3	
	1,E+10	10,0	276,990	146,170	0,5443	4,9719	1,E+10		98,6	0,00	0,0	
AZ91 (MgAl9Zn1)	2,E+06	6,3	138,784	42,5297	1,1426	4,2510	1,E+09		79,7	0,09	-2,7	Son05-10
	5,E+06	6,7	2,06671	0,19437	0,4696	4,7955	1,E+09	1,8525	71,2	-0,03	-2,3	
	1,E+07	7,0	136,031	57,8914	0,3709	3,8497	1,E+09		73,0	-0,01	-2,0	
	2,E+07	7,3	135,676	52,5060	0,5556	4,1164	1,E+09		71,7	-0,02	-1,7	
	5,E+07	7,7	136,965	50,3832	0,6046	4,0858	1,E+09		74,2	0,01	-1,3	
	1,E+08	8,0	134,973	54,9723	0,4765	4,1494	1,E+09		71,1	-0,03	-1,0	
	2,E+08	8,3	136,818	50,9980	0,5544	4,0682	1,E+09		74,6	0,02	-0,7	
	5,E+08	8,7	136,254	52,8695	0,5113	4,0952	1,E+09		73,3	0,00	-0,3	
	1,E+09	9,0	136,334	52,6650	0,5164	4,0954	1,E+09		73,4	0,00	0,0	
VDSiCr	2,E+06	6,3	2,75555	0,22487	0,4850	6,3799	2,E+09	2,5405	347,2	-0,17	-3,0	Son05-11
	5,E+06	6,7	2,74282	0,24706	0,3899	6,6111	2,E+09	2,5427	348,9	-0,16	-2,6	
	1,E+07	7,0	2,75370	0,23907	0,3846	6,5010	2,E+09	2,5571	360,7	-0,13	-2,3	
	2,E+07	7,3	2,77709	0,22041	0,3921	6,2268	2,E+09	2,5835	383,3	-0,08	-2,0	
	5,E+07	7,7	721,242	328,268	0,4113	5,2689	2,E+09		383,7	-0,08	-1,6	
	1,E+08	8,0	759,579	252,482	0,8390	5,3226	2,E+09		436,5	0,05	-1,3	
	2,E+08	8,3	742,542	290,193	0,5254	5,1843	2,E+09		412,4	-0,01	-1,0	
	5,E+08	8,7	741,918	299,258	0,4887	5,1594	2,E+09		409,2	-0,02	-0,6	
	1,E+09	9,0	741,524	290,982	0,5229	5,1930	2,E+09		411,2	-0,01	-0,3	
	2,E+09	9,3	745,261	276,238	0,6203	5,2588	2,E+09		416,2	0,00	0,0	

Tabelle 6.1b: Tabellarische Auflistung der in Bild 6.22 gezeigten Ergebnisse inklusive der Parameter für die Extrapolation

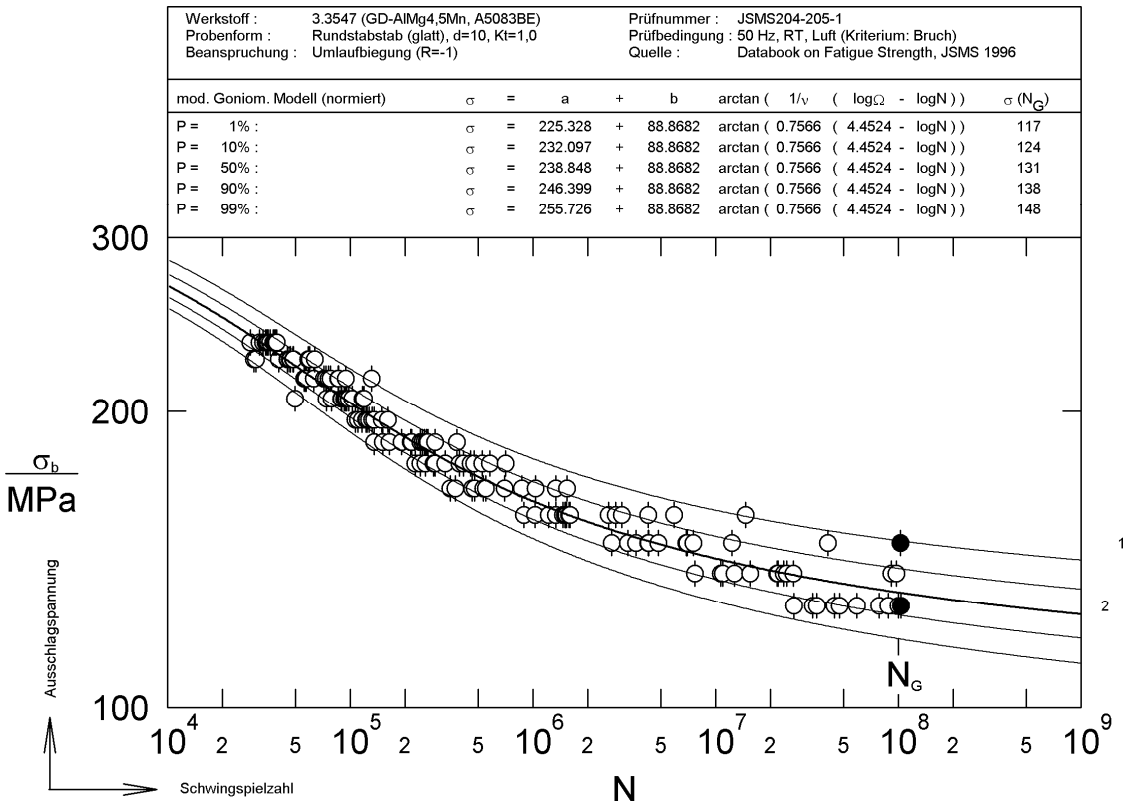


Bild 6.23a: Wöhlerkurve für $N_G = N_{G(exp)} = 10^8$, Umlaufbiegeversuche an GD-AlMg4,5Mn, Datenquelle: [JSMS96]

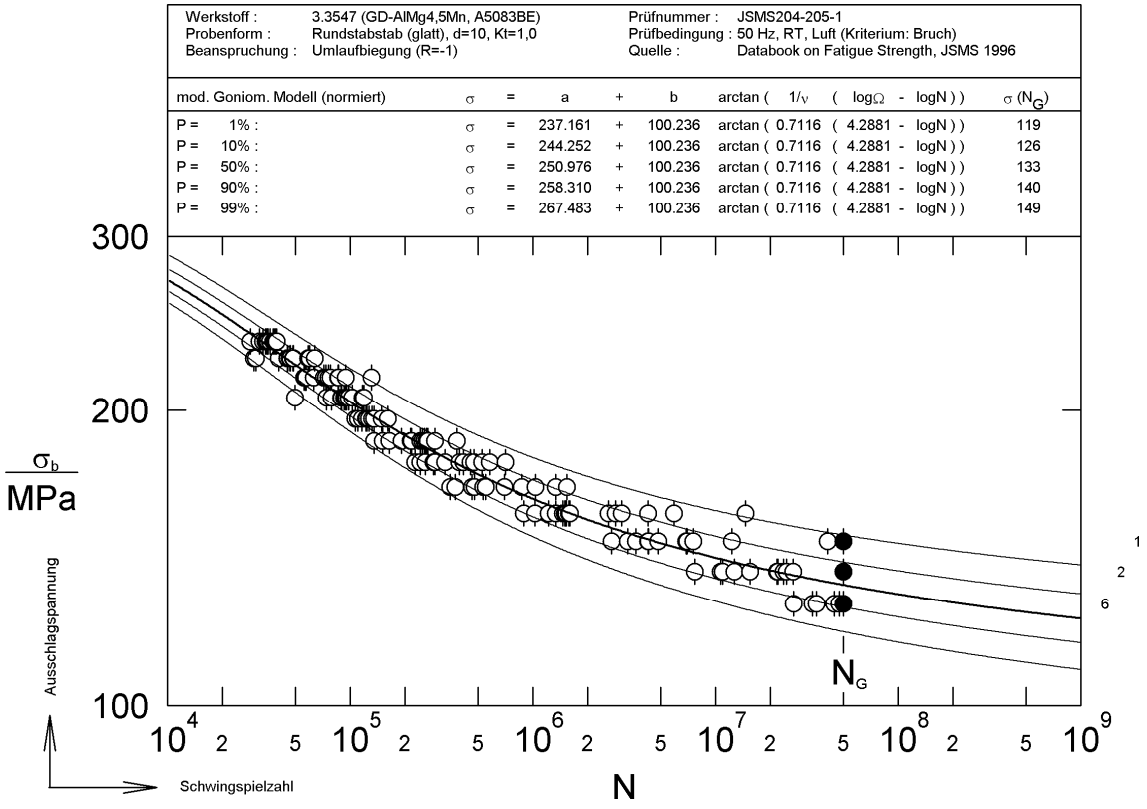


Bild 6.23b: Wöhlerkurve für $N_G = 5 \cdot 10^7$, Umlaufbiegeversuche an GD-AlMg4,5Mn, Datenquelle: [JSMS96]

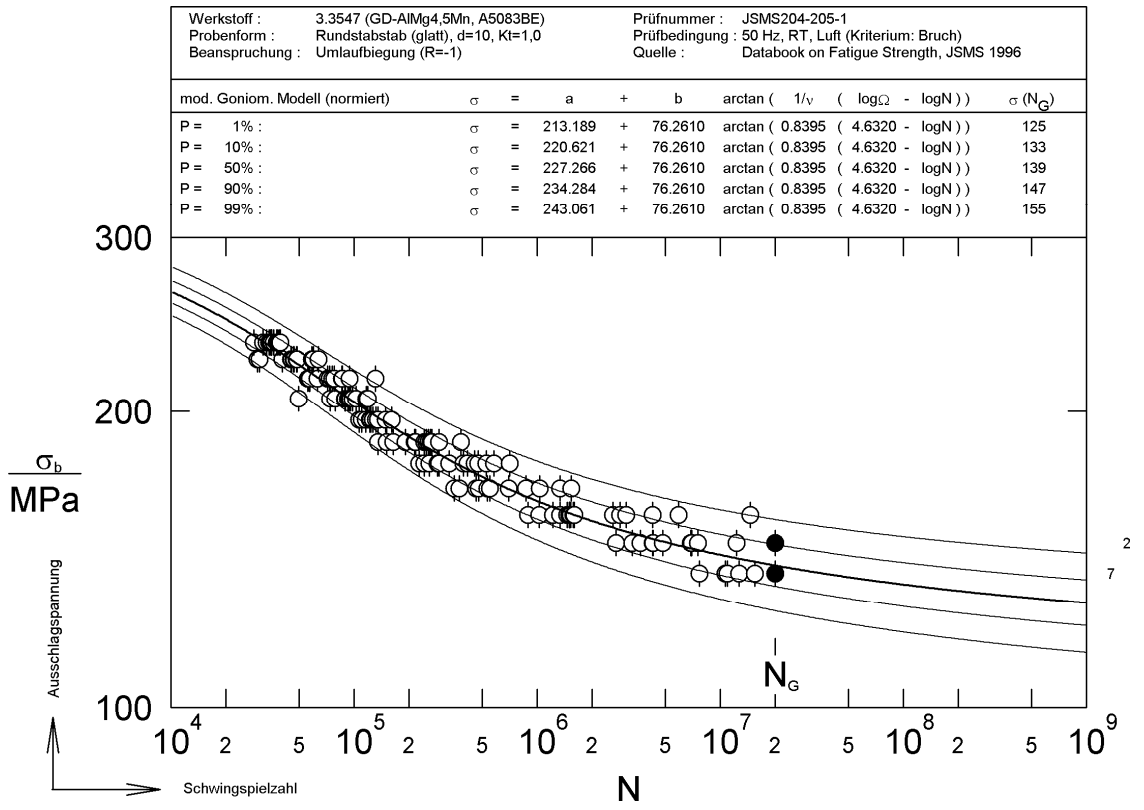


Bild 6.23c: Wöhlerkurve für $N_G = 2 \cdot 10^7$, Umlaufbiegeversuche an GD-AlMg4,5Mn, Datenquelle: [JSMS96]

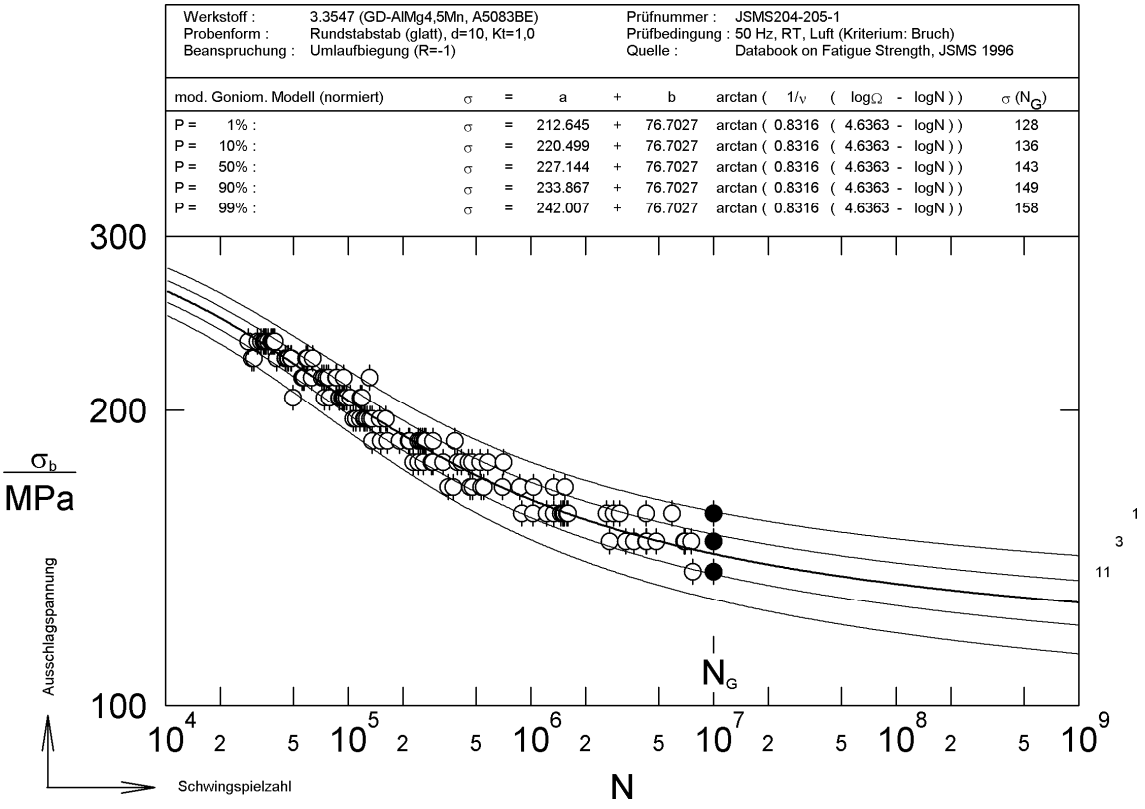


Bild 6.23d: Wöhlerkurve für $N_G = 10^7$, Umlaufbiegeversuche an GD-AlMg4,5Mn, Datenquelle: [JSMS96]

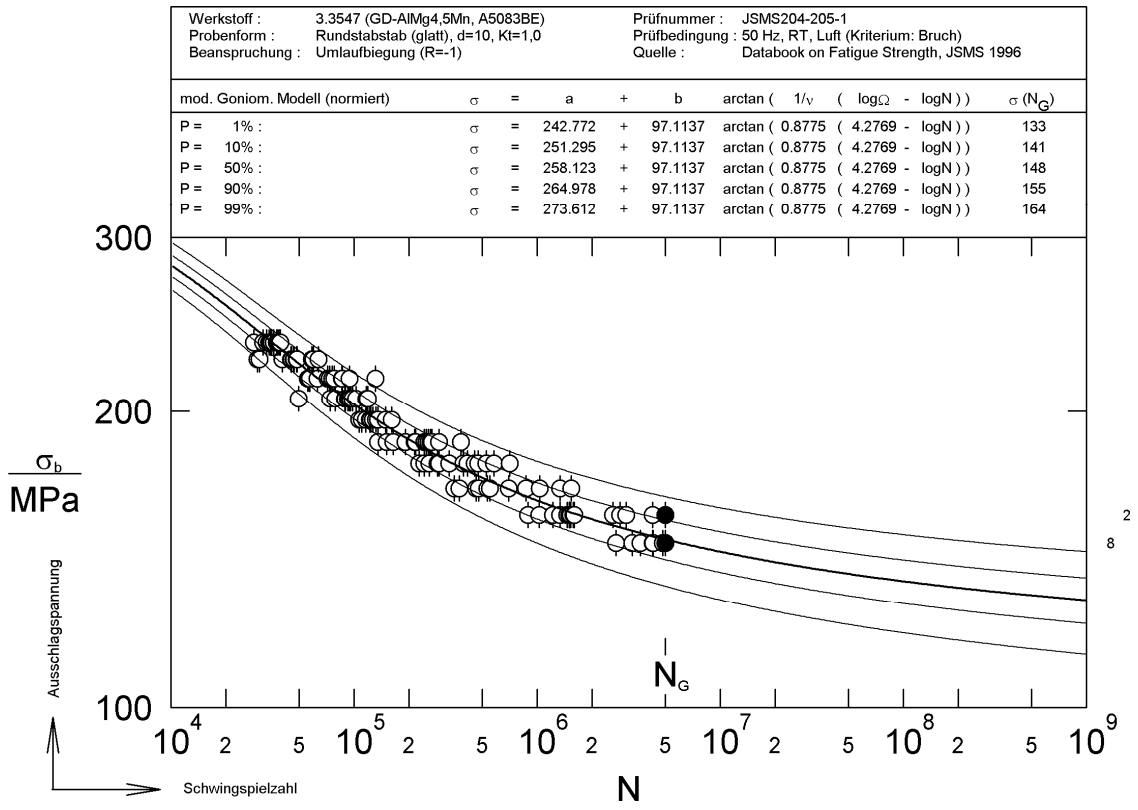


Bild 6.23e: Wöhlerkurve für $N_G = 5 \cdot 10^6$, Umlaufbiegeversuche an GD-AlMg4,5Mn, Datenquelle: [JSMS96]

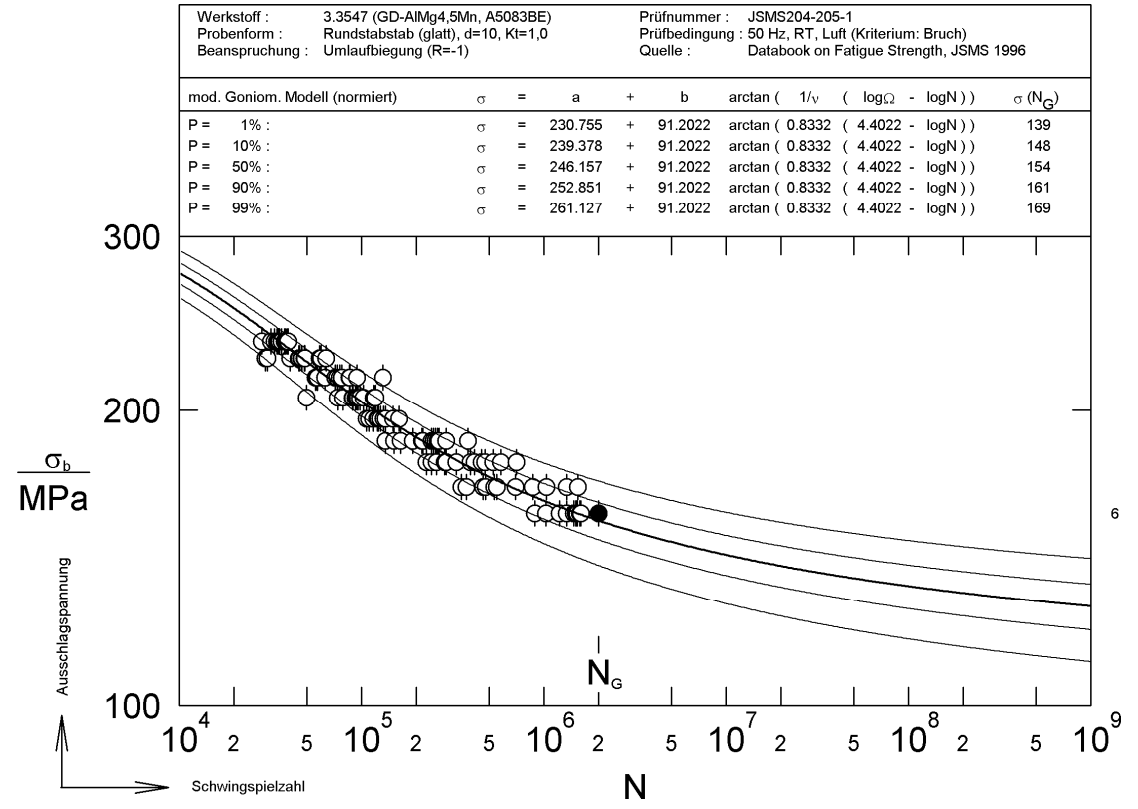


Bild 6.23f: Wöhlerkurve für $N_G = 2 \cdot 10^6$, Umlaufbiegeversuche an GD-AlMg4,5Mn, Datenquelle: [JSMS96]

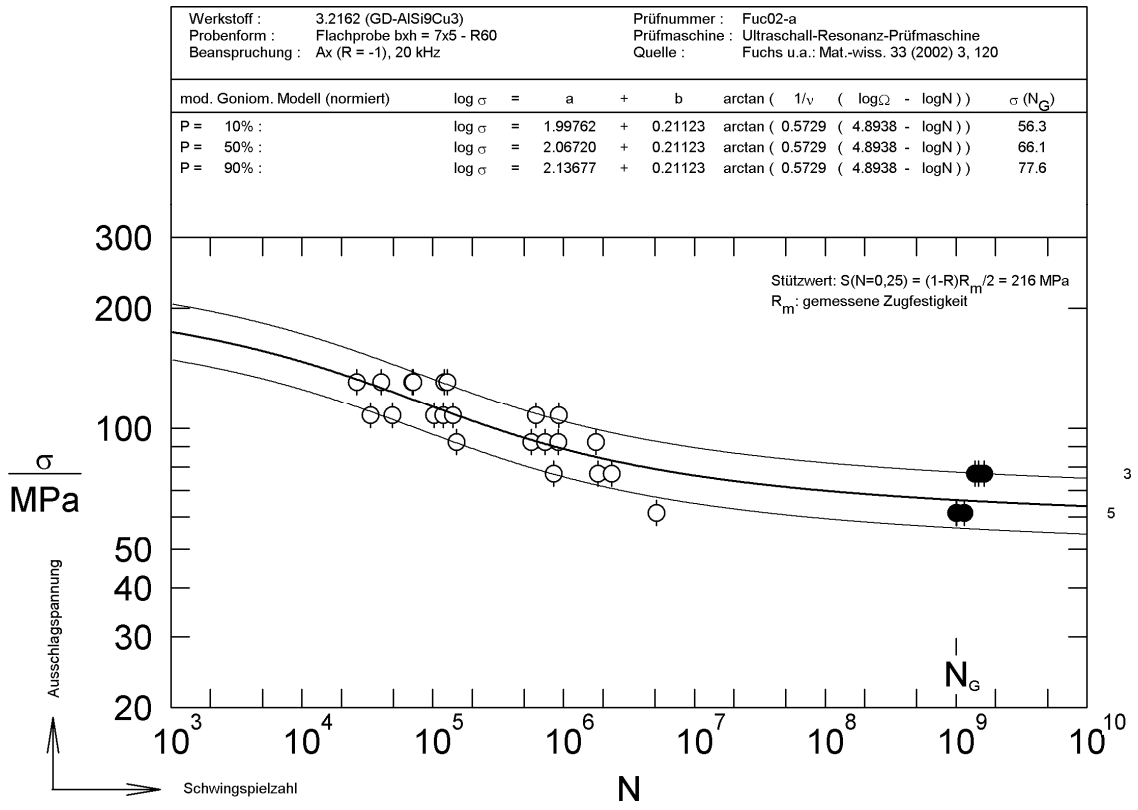


Bild 6.24: Neuauswertung von Schwingversuchen an GD-AlSi9Cu3
Datenquelle: [Fuc02]

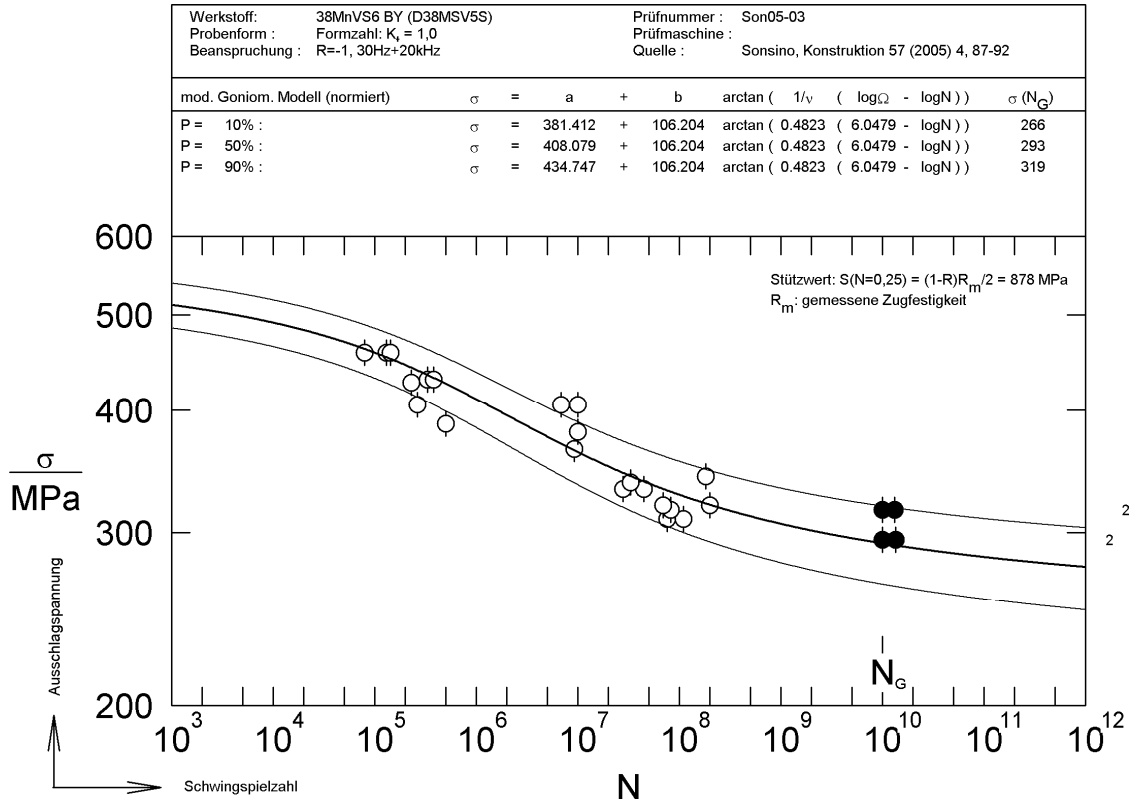


Bild 6.25: Neuauswertung von Schwingversuchen an 38MnVS6 BY
Datenquelle: [Bat99, Son05]

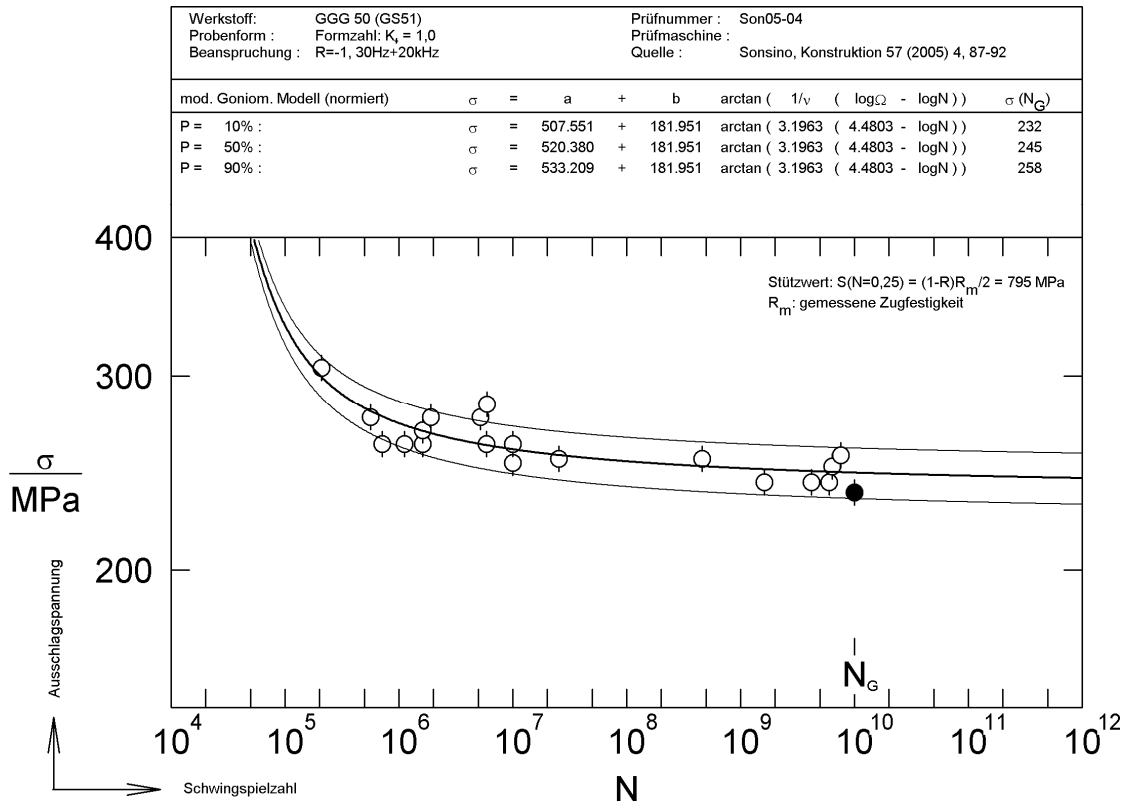


Bild 6.26: Neuauswertung von Schwingversuchen an GGG 50
Datenquelle: [Mar03a, Son05]

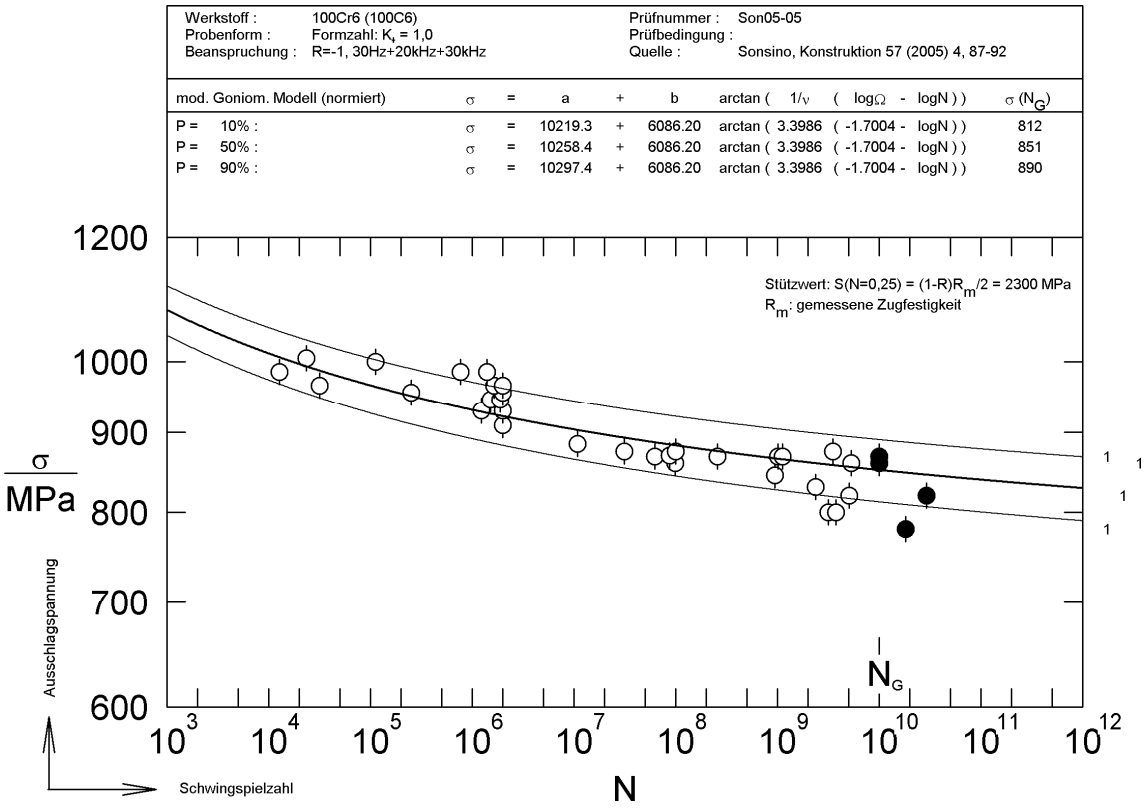


Bild 6.27: Neuauswertung von Schwingversuchen an 100Cr6
Datenquelle: [Mar03b, Son05]

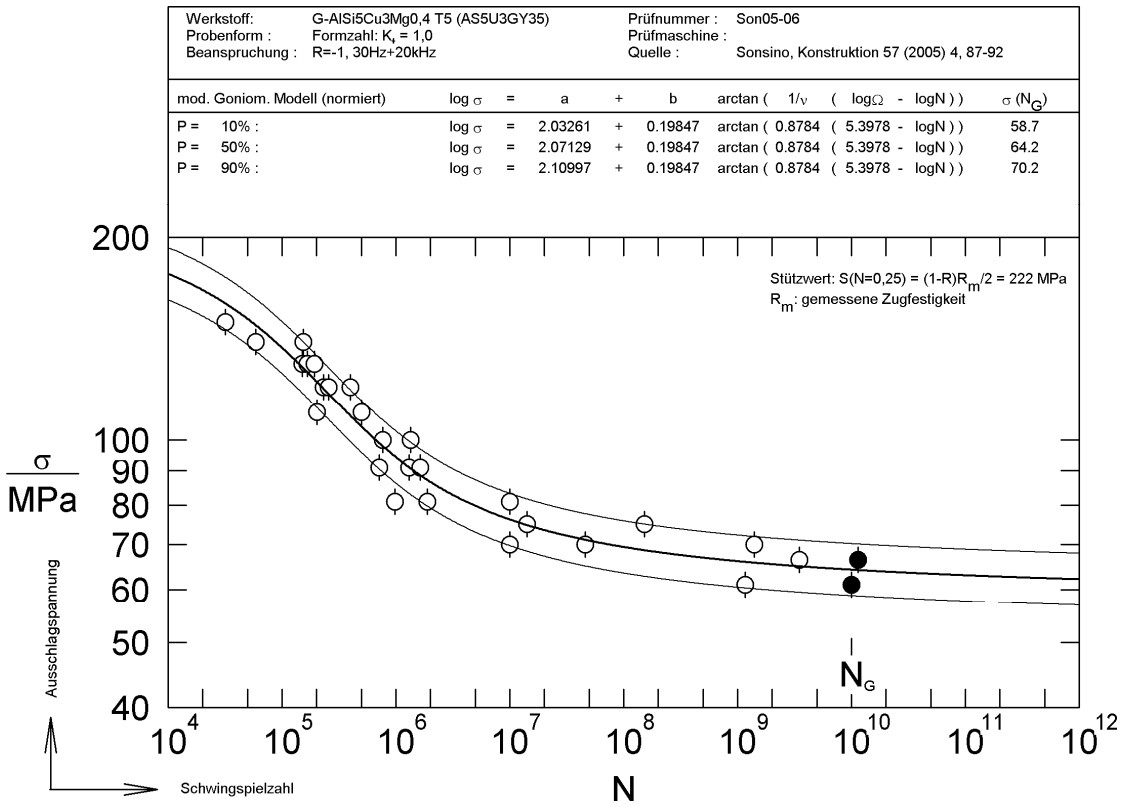


Bild 6.28: Neuauswertung von Schwingversuchen an G-AlSi5CuMg0,4 T5
Datenquelle: [Mar03c, Son05]

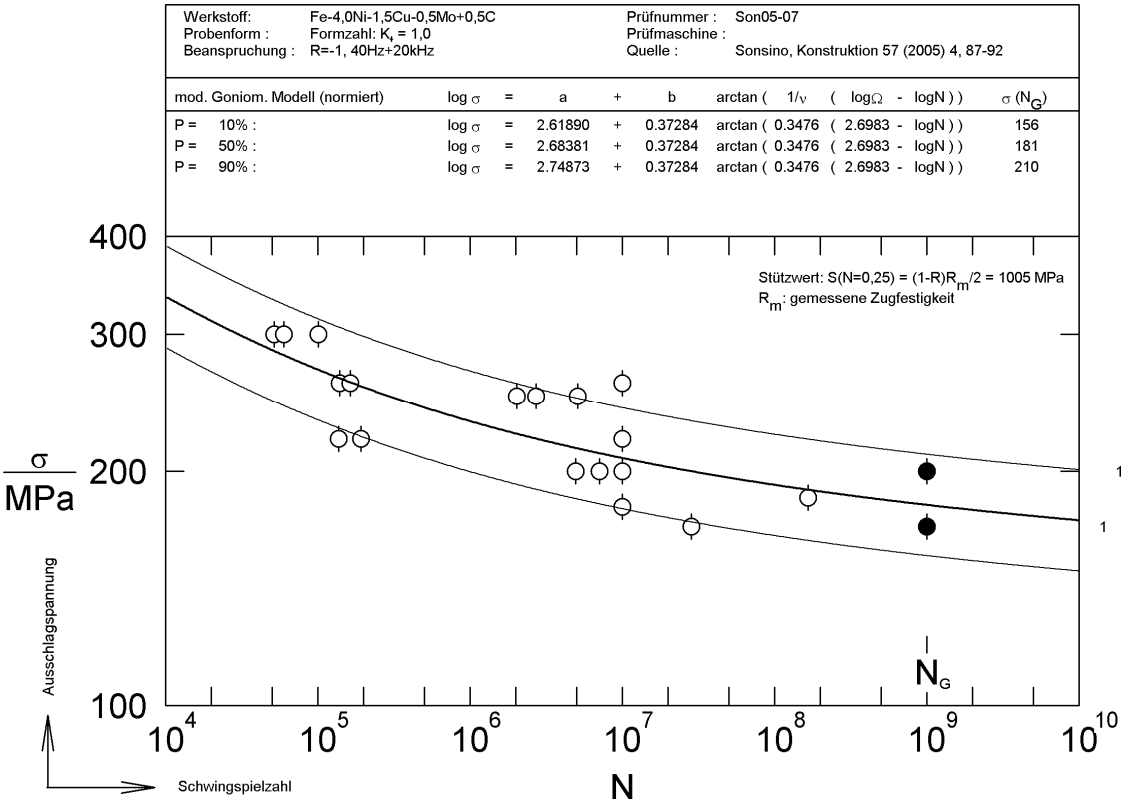


Bild 6.29: Neuauswertung von Schwingversuchen an Fe-4,0Ni-1,5Cu-0,5Mo+0,5C
Datenquelle: [Spo96, Son05]

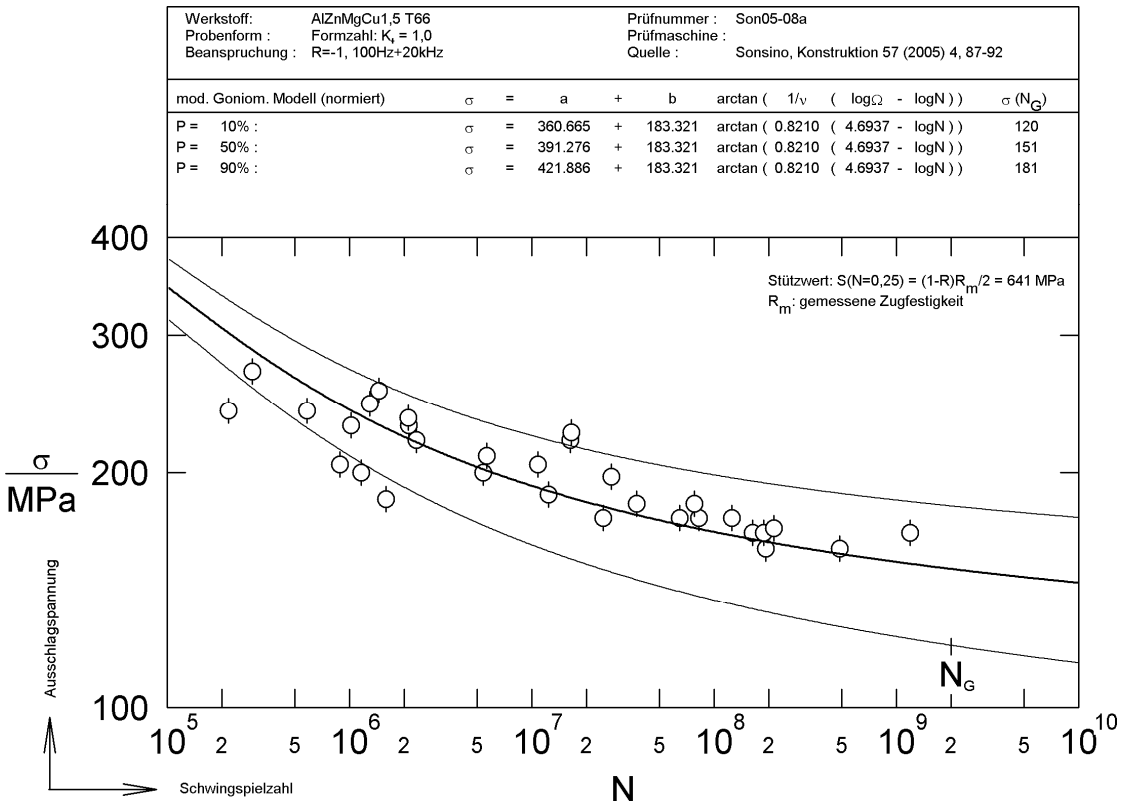


Bild 6.30: Neuauswertung von Schwingversuchen an AlZnMgCu1,5 T66
Datenquelle: [May01, Son05]

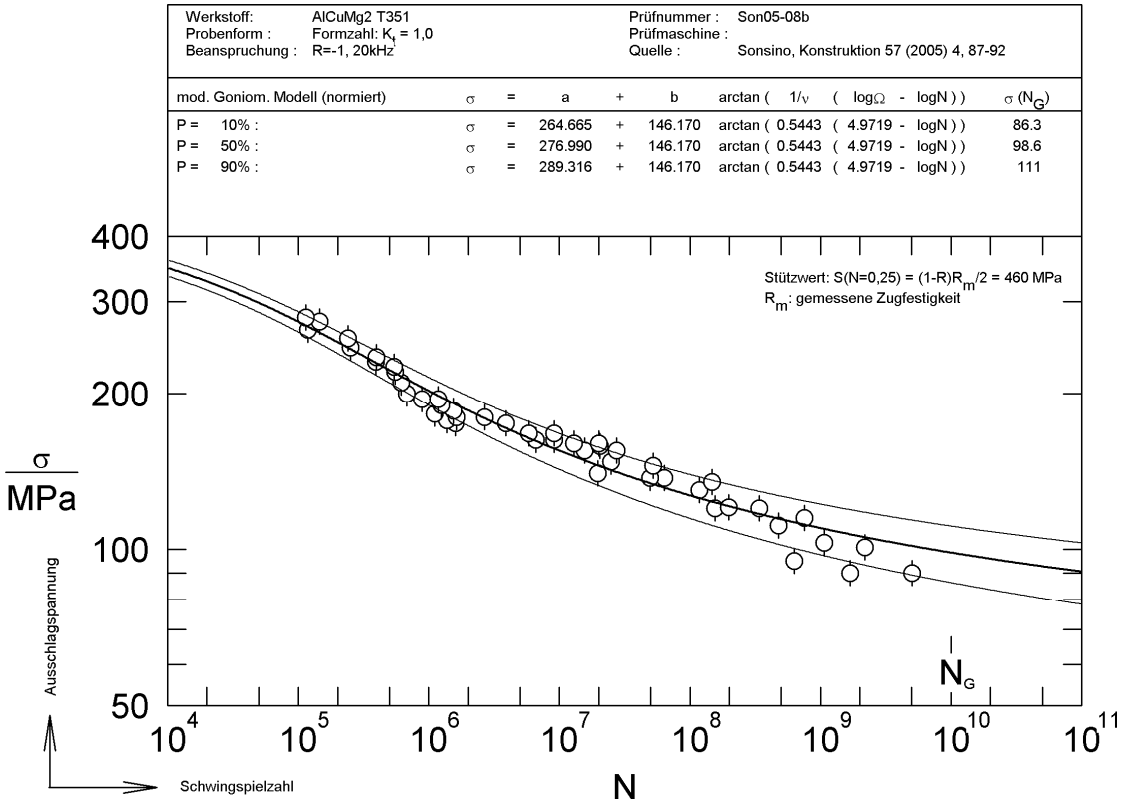


Bild 6.31: Neuauswertung von Schwingversuchen an AlCuMg2 T351
Datenquelle: [Sta01, Son05]

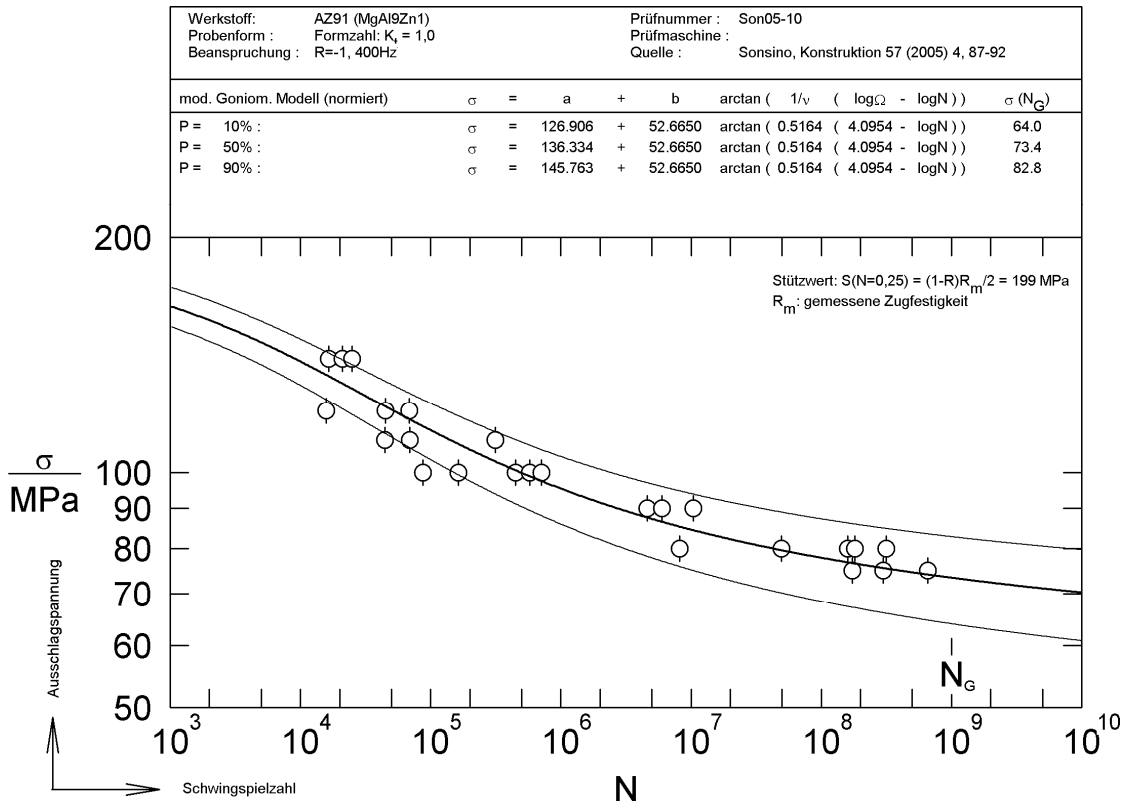


Bild 6.32: Neuauswertung von Schwingversuchen an MgAl9Zn1
Datenquelle: [Ber04a, Son05]

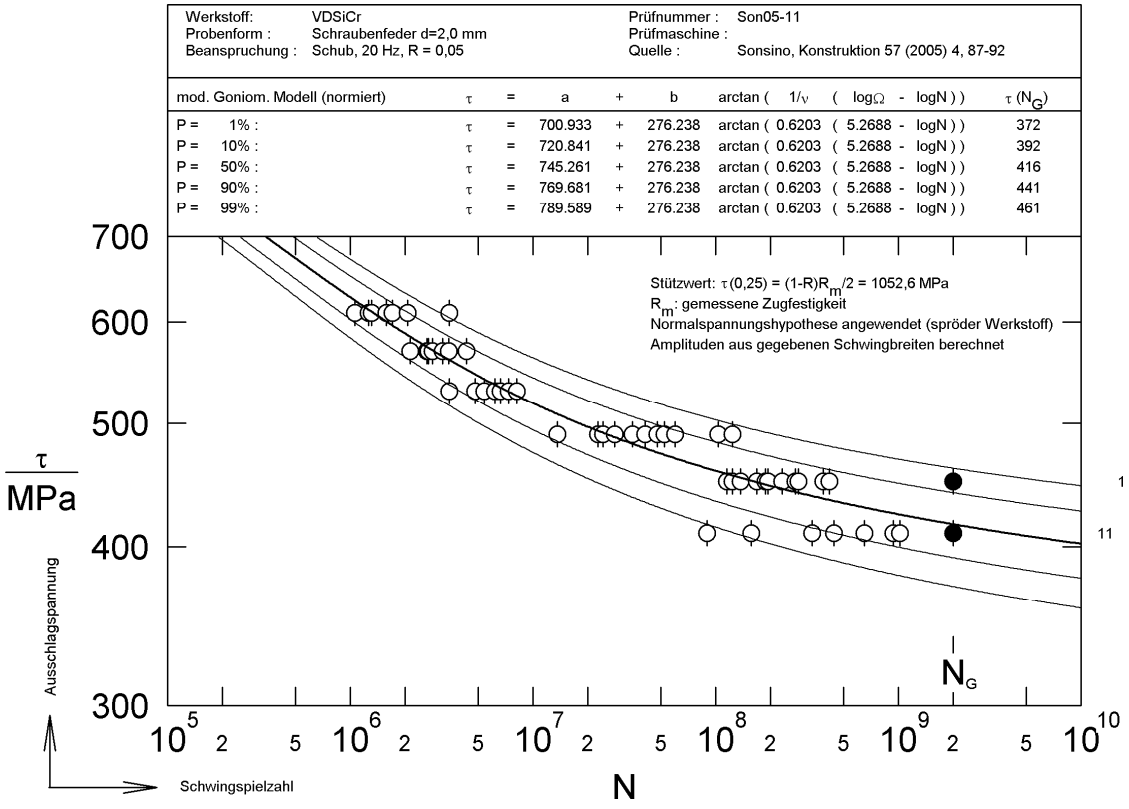


Bild 6.33: Neuauswertung von Schwingversuchen an VDSiCr
Datenquelle: [Ber04b, Son05]

Anmerkung zu Bild 6.33: Der Stützwert $\tau(N = 0{,}25)$ wurde zunächst aus R_m über die Normalspannungshypothese, die für den untersuchten spröden Federwerkstoff als am besten geeignet angesehen wird, angenähert über

$$\tau_{max} = \sigma_I = R_m , \tag{6.7}$$

siehe **Bild 6.34**, und anschließend nach (5.7) über das Spannungsverhältnis R = 0,05 in eine Amplitude umformuliert. Die restlichen Amplituden wurden analog über R aus den „korrigierten Hubspannungen“, wie sie in [Son05] und [Ber04b] bezeichnet werden, berechnet.

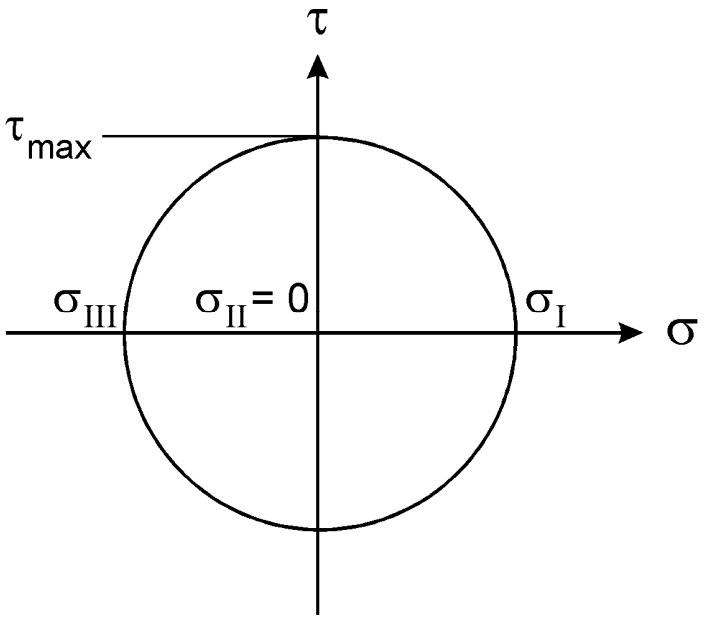


Bild 6.34: Darstellung einer Torsionsbelastung im Mohrschen Spannungskreis

7 Zusammenfassung

Im Rahmen dieser Arbeit wurde zur ganzheitlichen Beschreibung der Wöhlerkurve und ihrer Streuung auf der Basis eines modifizierten Goniometrischen Modells (MGM) ein flexibler Auswertealgorithmus generiert, erprobt sowie als praxistauglich bestätigt.

Damit die durchgeführten theoretischen Analysen nicht ausschließlich auf Literaturdaten beruhen, wurden umfangreiche eigene Datenpools generiert mit Schwingversuchen an Stahlschrauben zweier Festigkeitsklassen bei Raumtemperatur bis zum Bruch oder einer Grenzschwingspielzahl $N_G = 10^8$. Inklusive statischer Versuche wurden 830 M8-Schrauben der Festigkeitsklasse 8.8 und 630 M6-Schrauben der Klasse 12.9 geprüft.

Damit ein Auswertemodell Akzeptanz findet, muss nicht nur die Wöhlerkurve an sich, sondern auch die Streuung ganzheitlich optimal beschrieben werden. Daher wurden hinsichtlich der Korrelation Analysen anhand der Versuchsergebnisse zahlreicher HCF-Lastniveaus durchgeführt und dabei verschiedene Ansätze beleuchtet. Vier Gesichtspunkte sind festzuhalten:

- Allgemein ist keine Verteilung durchgängig am besten geeignet zur Beschreibung von Lebensdauern. Insofern sind aus Gründen der Flexibilität vielfältige Auswahlmöglichkeiten erforderlich. Die Verteilung nach Müller und die hier entwickelte tan-Verteilung sind herkömmlichen Verteilungsfunktionen ebenbürtig und bieten brauchbare Alternativen.

- Mit einer variablen Schätzfunktion wird der Korrelationskoeffizient im Wahrscheinlichkeitsnetz generell verbessert, jedoch ist der Zuwachs vereinzelt trotz niedrigem Koeffizienten nicht signifikant.

- Weitaus stärker lässt sich der Korrelationskoeffizient für alle Verteilungen über eine Tangens-Transformation des Merkmals verbessern. Die tan-Transformation liefert jedoch erst bei großer Probenanzahl und erkennbarem systematischem Fehler der Verteilung verlässliche Extrapolationen für Quantile mit sehr hoher oder niedriger Bruchwahrscheinlichkeit.

- Die Beurteilung eines Auswertemodells bezüglich des Korrelationskoeffizienten muss an umfangreich belegten Stichproben vorgenommen werden. Für zu kleine Stichprobenzahlen werden Aussagen dieser Art zweifelhaft. Die Unsicherheit aufgrund der spärlichen Belegung kann durch Korrelationsoptimierung nicht kompensiert werden.

Das rein empirische MGM erfasst stetig den kontinuierlichen Abfall der Wöhlerkurve bis in den UHCF-(Ultra-High-Cycle-Fatigue-)Bereich. Gleichzeitig wird ein nachvollziehbarer Übergang vom LCF-(Low-Cycle-Fatigue-) zum HCF-(High-Cycle-Fatigue-) Bereich hergestellt. Folglich können Lastkollektivanteile sowohl unterhalb der herkömmlichen „Dauerfestigkeit“ als auch im elastisch-plastischen Bereich für das Nennspannungskonzept berücksichtigt werden. Bezüglich der Auswertung mit dem generierten Modell sind folgende Aspekte erwähnenswert:

- Bei normierter Auswertung nach dem MGM werden Perlschnurversuche und hohe Stichprobenumfänge gleichermaßen gut beschrieben. Brüche auf Mischhorizonten, die mit linearen Modellen nur bedingt berücksichtigt werden können, werden mitbewertet.

- Für die Regressionsrechnung zur Bestimmung der Wöhlerkurve können mit dem vorgestellten Algorithmus Fehlerquadrate wahlweise in Lastrichtung oder in Richtung der Lebensdauer minimiert werden.

- Die Einbindung der Stützwerte $S(N = N_G)$ für die Grenzschwingspielzahl und insbesondere $S(N = 0{,}25)$ für statische Beanspruchung erweist sich als vorteilhaft zur Stabilisierung der Kurve.

Das MGM wurde mit Erfolg an den Daten der Schraubenversuche erprobt. Angesichts derart großer Stichprobenumfänge hat sich für die Beschreibung der Streuung die Anwendung der tan-Transformation des Merkmals als vorteilhaft erwiesen.

Über eine Studie wurde anhand von Beispielen aus der Literatur sowie von eigenen Versuchsdaten gezeigt, dass das MGM werkstoffunabhängig über mehrere Dekaden jenseits der genormten Grenzschwingspielzahl plausible Extrapolationen der Schwingfestigkeit liefert.

8 Literatur

[Bar63] W. Barrois, E.L. Ripley:
Fatigue of aircraft structures. Pergamon Press (1963)

[Bas61] F. Bastenaire:
Thèse de doctorat (1961)

[Bas71] F. Bastenaire, G. Pomey, P. Rabbe:
Mém. Sci. Rev. Mét. LXVIII, n° 10 (1971)

[Bat99] C. Bathias:
There is no Infinite Fatigue Life in Metallic Materials. Fatigue and Fracture of Engineering Materials and Structures 11 (1999), S. 559-565

[Ber04a] C. Berger, B. Pyttel, T. Trossmann:
High Cycle Fatigue Tests with Smooth and Notched Specimens and Screws Made of Light Metal Alloys. Proc. 3rd Int. Conf. on Very High Cycle Fatigue (Kusatsu/Japan, Sept. 2004), S. 561-568

[Ber04b] C. Berger, B. Kaiser:
Results of Long-Term Fatigue Tests on Helical Compression Springs. Proc. 3rd Int. Conf. on Very High Cycle Fatigue (Kusatsu/Japan, Sept. 2004), S. 342-349

[Bor05] G. Borchers:
Durchführung von Zeitfestigkeits-Schwingversuchen an M6 Schraubenverbindungen sowie Literaturrecherche zum Themengebiet Giga Cycle Fatigue. Studienarbeit IWK Aachen (2005)

[Chr05] H.-J. Christ:
Von VHCF bis TMF – neuere Aspekte des Ermüdungsverhaltens metallischer Werkstoffe.
DVM/VDEh/DGM Tagungsbd. Werkstoffprüfung 2005, S. 191-200

[Den67] D. Dengel:
Vergleich einiger Auswertverfahren für dynamische Festigkeitsuntersuchungen mit konstanter und mit steigender Belastung an Stahl in verschiedenen Wärmebehandlungszuständen und unter dem Einfluss schwingender Vorbeanspruchung. Diss. TU Berlin (1967)

[DIN969] DIN 969, Ausgabe: 1997-12
Verbindungselemente mit Gewinde – Schwingfestigkeitsversuch bei Axialbelastung – Prüfverfahren und Auswertung der Ergebnisse

[DIN50100] DIN 50100, Ausgabe: 1978-02:
Werkstoffprüfung; Dauerschwingversuch, Begriffe, Zeichen, Durchführung, Auswertung

[Dix48] W.J. Dixon, A.M. Mood:
A method for obtaining and analyzing sensitivity data.
J. Am. Stat. Assoc. 43 (1948) 241, S. 109-126

[EN26157-1] DIN EN 26157-1, Ausgabe: 1991-12
Verbindungselemente; Oberflächenfehler, Teil 1: Schrauben für allgemeine Anforderungen.

[EN26157-3] DIN EN 26157-3, Ausgabe: 1991-12
Verbindungselemente; Oberflächenfehler, Teil 3: Schrauben für spezielle Anforderungen.

[ENISO898] DIN EN ISO 898-1, Ausgabe: 1999-11
Mechanische Eigenschaften von Verbindungselementen aus Kohlenstoffstahl und legiertem Stahl. Teil 1: Schrauben

[ENV1993] ENV 1993-1-1, Eurocode 3:
Bemessung und Konstruktion von Stahlbauten. Kap. 9: Werkstoffermüdung, Deutscher Ausschuss für Stahlbau DASt, Beuth Verlag Berlin (1992), S. 214-237

[Erk58] A. Erker:
Sicherheit und Bruchwahrscheinlichkeit.
MAN-Forschungsheft Nr. 8 (1958), S. 49-62

[Ete98] S. Etemadi:
Optimierung einer medianzentrierten Schätzfunktion in Abhängigkeit verschiedener Verteilungsfunktionen. Studienarbeit IWK Aachen (1998)

[Eul99] K.-G. Eulitz:
Beurteilung der Zuverlässigkeit von Lebensdauervorhersagen nach dem Nennspannungskonzept und dem Örtlichen Konzept anhand einer Sammlung von Betriebsfestigkeitsversuchen. Habil. TU Dresden (1999)

[Fre50] M.F. Freeman, J.W. Tukey:
Transformations related to the angular and the square root.
Ann. Math. Statist. 21 (1950), S. 607-611

[Fuc02] U. Fuchs, Hj. Lipowsky, H. Mayer, M. Papakyriacou, A. Stich, S. Tschegg, B. Zettl:
Einfluss von Gussfehlern auf die Dauerfestigkeit von Aluminium- und Magnesiumgusslegierungen. Mat.-wiss. u. Werkstofftech. 33 (2002), S. 117-127

[Grü91] P. Grün, A. Troost, O. Akin, F. Klubberg:
Langzeit- und Dauerschwingfestigkeit des Vergütungsstahls 25CrMo4 bei mehrachsiger Beanspruchung durch drei schwingende Lastspannungen.
Mat.-wiss. u. Werkstofftech. 22 (1991) 3, S. 73-80

[Gum56] E.J. Gumbel:
Statistische Theorie der Ermüdungserscheinungen bei Metallen.
13. Mitt.-Bl. Math. Statistik 8 (1956), S. 97-130

[Hai73] E. Haibach:
Moderne lineare Schadensakkumulationshypothesen zur Lebensdauervorhersage bei schwingender Beanspruchung – ein kritischer Überblick.
Zeitschrift für Werkstofftechnik 4 (1973), S. 25-33 und S. 97-102

[Hai75] E. Haibach, R. Olivier:
Streuanalysen der Ergebnisse aus systematischen Schwingfestigkeitsuntersuchungen mit Schweißverbindungen aus Feinkornbaustahl.
Materialprüf. 17 (1975) 11, S. 399-401

[Hai79] E. Haibach:
Fatigue Investigation of Typical Welded Joints in Steel Fe E 460 as Compared to Fe E 355. LBF-Bericht Nr. FB-147, Darmstadt (1979)

[Hai81] E. Haibach, C. Matschke:
Normierte Wöhlerlinien für ungekerbte und gekerbte Formelemente aus Baustahl. Stahl und Eisen 101 (1981) 3, S. 21-27

[Hem02] M. Hempen, F. Klubberg, H.J. Schäfer, P. Beiss:
Auswertesoftware SAFD 5 mit integrierter Fatigue-Datenbank. Amsler Symposium 2002 – World of Dynamic Testing, Bd. 02/5, S.93-112, Hrsg.: F. Klubberg u. I. Klopfer, Wissenschaftsverlag Mainz, ISBN 3-89653-274-X, Aachen (2002)

[Hem04] M. Hempen:
Festigkeitshypothese für mehrachsig schwingende Beanspruchung im linearelastischen Bereich der Zeitfestigkeit. Dr.-Ing.-Diss., RWTH Aachen (2004)

[Hüc83] M. Hück:
Ein verbessertes Verfahren für die Auswertung von Treppenstufenversuchen. Z. Werkstofftech. 14 (1983) 12, S. 406-417

[Hüc94] M. Hück:
Auswertung von Stichproben normalverteilter, quantitativer Merkmalsgrößen. Mat.-wiss. u. Werkstofftech., 25 (1994) 1, S. 20-29

[ISO12107] ISO 12107: 2003 (E)
Metallic materials – Fatigue testing – Statistical planning and analysis of data

[ISO3800] ISO 3800: 1993-(E)
Threaded fasteners – Axial load fatigue testing – Test methods and evaluation of results

[Jah97] J. Jahn, W.-W. Maennig:
Safe evaluation of fatigue data in the range of finite endurance.
Int. J. Fatigue 19 (1997), S. 335-344

[JSMS96] Databook on Fatigue Strength of Metallic Materials.
The Society of Materials Science JSMS, Japan, Vol. 1-3, Elsevier, ISBN 0-444-82514-2 (1996)

[Klu95] F. Klubberg, P. Beiss:
Modifizierte Prüf- und Auswertemethodik im Übergangsgebiet zur Dauerschwingfestigkeit. VDI-Berichte Nr. 1151 (1995), S. 777-780

[Klu97] F. Klubberg, M. Hempen, P. Beiss:
SAFD – Neue Software zur statistischen Auswertung von Schwingversuchen. Vorträge (dt./engl.), Amsler Symposium 1997 in Gottmadingen und Zwick/Roell Fachmesse am 14.10.1997 in Ulm

[Klu98] F. Klubberg, M. Hempen, P. Beiss:
PC-Software SAFD, Statistical Analysis of Fatigue Data.
DVM Berichtsbd. 638 zur Vortragsveranstaltung des DVM "Werkstoffprüfung 1998" in Bad Nauheim, S. 303-312

[Klu99] F. Klubberg, M. Hempen, P. Beiss:
Ermüdungsversuche statistisch auswerten - Anwendungsmöglichkeiten der PC-Software SAFD, Statistical Analysis of Fatigue Data, Materialprüfung 41 (1999) 9, 362-367

[Klu00] F. Klubberg, M. Hempen, H.J. Schäfer, P. Beiss:
Weiterentwicklung der PC-Software SAFD zur statistischen Auswertung von Ermüdungsversuchen. Amsler Symposium 98/99 "World of Dynamic Testing", Bd. 00/2, S.317-342, Hrsg.: F. Klubberg u. I. Klopfer, Wissenschaftsverlag Mainz, ISBN 3-89653-883-7, Aachen (2000)

[Klu03] F. Klubberg, M. Hempen, H.J. Schäfer, P. Beiss:
Fatigue Evaluation Software SAFD 5. Amsler Symposium 2003 "World of Dynamic Testing", Bd. 03/6, S.49-60, 1. Aufl. 2003, Hrsg.: F. Klubberg u. I. Klopfer, Wissenschaftsverlag Mainz, ISBN 3-89653-275-8, Aachen (2003)

[Klu04a] F. Klubberg, M. Hempen, H.J. Schäfer, P. Beiss:
Praxisgerechte Auswertung von Wöhlerversuchen mit der Software SAFD. Conf. Proc., Session: Fatigue/Fracture, Part: 2.1.3, 22nd CAD-FEM Users' Meeting 2004, International Congress on FEM Technology

[Klu04b] F. Klubberg, H.J. Schäfer, M. Hempen, P. Beiss:
Wöhler Fatigue-Datenbank FatDat. Tagungsbd. "Werkstoffprüfung 2004", Hrsg.: M. Pohl, Werkstoff-Informationsgesellschaft, Frankfurt (2004), S. 99-104

[Mae67] W.-W. Maennig:
Untersuchungen zur Planung und Auswertung von Dauerschwingversuchen an Stahl in den Bereichen der Zeit- und der Dauerfestigkeit.
Fortschr.-Ber. VDI-Z., Reihe 5, Nr. 5 (1967)

[Mae70] W.-W. Maennig:
Bemerkungen zur Beurteilung des Dauerschwingverhaltens von Stahl und einige Untersuchungen zur Bestimmung des Dauerfestigkeitsbereichs. Materialprüf. 12 (1970) 4, S. 124-131

[Mar03a] I. Marines, G. Dominguez, G. Baudry, J.-F. Vittori, S. Rathery, J.-P. Doucet, C. Bathias:
Ultrasonic Fatigue Tests of Bearing Steel AISI-SAE 52100 at Frequency of 20 and 30 kHz. Int. J. Fatigue 25 (2003), S. 1037-1046

[Mar03b] I. Marines, X. Bin, C. Bathias:
An Understanding of Very High Cycle Fatigue of Metals.
Int. J. Fatigue 25 (2003), S. 1101-1107

[Mar03c] I. Marines, G. Baudry, J.-F. Vittori, S. Rathery, J.-P. Doucet, S. Cantini, L. Manes, C. Bathias:
Fatigue à tres Grande Nombre de Cycles d'une Gamme Etendue de Materiaux issus de Differentes Filieres. 22e Journee de Printemps (Senlis/France, 21./22. Mai 2003), S. 22.1-22.8

[Mat67] M. Matolcsy:
Praktische Durchführung der wahrscheinlichkeitstheoretischen Auswertung von Dauerschwingversuchen. Materialprüf. 9 (1967) 6, S. 213-217

[May01] H. Mayer, M. Papakyriacou, R. Pippan, S.E. Stanzl-Tschegg:
Influence of Loading Frequency on the High Cycle Fatigue Properties of AlZnMgCu1.5 Aluminium Alloy. Materials Science and Engineering A314 (2001), S. 48-54

[Min45] M.A. Miner:
Cumulative damage in fatigue. J. Appl. Mech. 12 (1945), S. 159-164

[Mog89] H. Mogwitz:
Anwendung statistischer Methoden bei der Berechnung und experimentellen Bestimmung der Ermüdungsfestigkeit. Dr.-Ing.-Diss., TU Dresden (1989)

[Mül65] R. Müller:
Eine approximative Bestimmung des Wöhlerfeldes.
Materialprüf. 7 (1965) 1, S. 6-11

[Mül74a] R. Müller:
Zur Struktur des Wöhlerfelds. Teil 1: Modelle der Wöhlerkurve.
VDI-Z 116 (1974) 8, S. 610-616

[Mül74b] R. Müller:
Zur Struktur des Wöhlerfelds. Teil 2: Die Verteilung der Schwingfestigkeit.
VDI-Z 116 (1974) 13, S. 1070-1076

[Mug02] H. Mughrabi:
On 'multi-stage' fatigue life diagrams and the relevant life-controlling mechanisms in ultrahigh-cycle fatigue.
Fatigue & Fract. Engng. Mater. Struct. 25 (2002), S. 755-764

[Mur99] Y. Murakami, T. Nomoto, T. Ueda:
Factors influencing the superlong fatigue failure in steels.
Fatigue & Fract. Engng. Mater. Struct. 22 (1999), S. 581-590

[Nis99] S. Nishijima, K. Kanazawa:
Stepwise S-N curve and fish-eye failure in gigacycle fatigue.
Fatigue & Fract. Engng. Mater. Struct. 22 (1999), S. 601-607

[Pal24] A. Palmgren:
Die Lebensdauer von Kugellagern. Z. VDI Bd. 68 (1924) 14, S. 339-341

[Pfe01] R. Pfeifer:
Effektive Messauswertung mit der Gauß'schen Fehlerquadratmethode. Sport und Buch Strauß (ISBN 3-89001-251-5), Köln (2001), S. 78-80

[Ross64] E. Rossow:
Eine einfache Rechenschiebernäherung an die den normal scores entsprechenden Prozentpunkte.
Z. wirtsch. Fertigung 59 (1964), S. 596-597
Qualitätskontrolle 9 (1964) 12, S. 146-147

[Sack98] W. Sack, F. Klubberg:
Dynamische Prüfung von Bauteilen und Proben – Prüfen mit Hochfrequenz. Werkstoffwoche Band X Wiley-VCH '98, Symposium 13: Werkstoffprüfung, 1. Aufll. 1999, Weinheim, ISBN 3-527-29947-5, S. 219-224

[SAFD5-5] F. Klubberg, M. Hempen, H.J. Schäfer:
Bedienungsanleitung SAFD, Version 5.5 (November 2006)

[Schä01] H.J. Schäfer, F. Klubberg, M. Hempen, P. Beiss:
Formulierung einer variablen Schätzfunktion für die Bruchwahrscheinlichkeit von Schwingversuchen. Schadensanalyse und Schadensvermeidung, DGM/DVM Tagungsbd. Werkstoffprüfung 2001, Hrsg.: G. Lange, M. Pohl, Wiley-VCH Verlag, 2001, S. 226-231

[Schä06] H.J. Schäfer, P. Beiss:
Goniometrisches Auswertemodell zur stetigen Beschreibung der Wöhlerkurve bis in den Ultra-High-Cycle-Fatigue-Bereich.
VDEh/DVM/DGM Tagungsbd. Werkstoffprüfung 2006, S. 313-318

[Schr55] W. Schreiber:
Beitrag zur Lösung einiger Probleme der Dauerschwingbeanspruchung im Gebiet der Zeitfestigkeit durch Anwendung statistischer Verfahren.
Dr.-Ing.-Diss., TH Braunschweig (1955)

[Son05] C.M. Sonsino:
„Dauerfestigkeit" – eine Fiktion. Konstruktion 4 (2005), S. 87-92

[Spo96] D. Spoljaric, H. Danninger, B. Weiss, D.L. Chen, R. Ratzi:
Influence of the Testing Frequency on the Fatigue Properties of PM-Steels. Proc. of the Int. Conf. Deformation and Fracture in Structural PM Materials (Kosice/Slovakia) Vol. 1 (1996), S. 147-158

[Sta01] S.E. Stanzl-Tschegg, H. Mayer:
Fatigue and Fatigue Crack Growth of Aluminium Alloys at very High Number of Cycles. Int. J. Fatigue 23 (2001), S. 231-237

[Ste65] V.N. Stepnov:
Zavodskaja Laboratorija 31(1965) 3, S. 349-354

[Stei93] W. Steinhilper, R. Röper:
Maschinen- und Konstruktionselemente, Bd. 2: Verbindungselemente. Springer-Lehrbuch (ISBN 3-540-55863-2) Berlin Heidelberg (1993), S. 235

[Stro14] C.E. Stromeyer:
The Determination of Fatigue Limits under Alternating Stress Conditions. Proc. Roy. Soc. A90 (1914), S. 411-425

[Stü56] F. Stüssi:
Grundzüge einer Theorie der Dauerfestigkeit.
Minutes of the Fourth Conference of the International Committee on Aeronautical Fatigue (ICAF), ETH Zürich (23.-25. Mai 1956)

[TGL19336] TGL 19336:
Ermüdungsfestigkeit, Planung und Auswertung von Ermüdungsfestigkeitsversuchen. DDR-Standard (Dezember 1983)

[VDI2227] VDI-Richtlinie 2227 (Entwurf):
Festigkeit bei wiederholter Beanspruchung, Zeit- und Dauerfestigkeit metallischer Werkstoffe, insbesondere von Stählen. VDI-Handbuch Konstruktion (April 1974)

[VDI2300] VDI-Richtlinie 2300:
Systematische Berechnung hochbeanspruchter Schraubenverbindungen. Blatt 1: Zylindrische Einschraubenverbindungen (Februar 2003), S. 24

[Wei51] W. Weibull:
A Statistical Distribution Function of Wide Applicability.
Journal of Applied Mechanics, Sept. 1951, S. 293-297

[Wei52] W. Weibull:
Statistical design of fatigue experiments.
J. Appl. Mechanics (1952), S. 109-113

[Wei54] W. Weibull:
A new method for statistical treatment of fatigue data, Saab Aircraft Company. Technical Note 30 (1954)

[Zen92] H. Zenner, J. Liu:
Vorschlag zur Verbesserung der Lebensdauerabschätzung nach dem Nennspannungskonzept. Konstruktion 44 (1992), S. 9-17

A Anhang

A.1 Nichtlineare Regression mit dem Gauß-Newton-Verfahren

A.1.1 Prinzipielle Vorgehensweise

Das Gauß-Newton-Verfahren [Pfe01] kann eingesetzt werden, wenn eine nichtlineare Modellfunktion f(x) = y mit p Parametern a_1 bis a_p gefunden werden muss, die möglichst gut den Zusammenhang zwischen Abszisse x und Ordinate y beschreibt. Wie bei der linearen Regression ist der grundlegende Ansatz die Minimierung der Fehlerquadrate über

$$\sum_{i=1}^{k} (f(x_i) - y_i)^2 \,. \tag{A.1}$$

Zur iterativen Bestimmung der Parameter bei k Messwerten ist die Vorgehensweise wie folgt:

Zunächst werden die Vektoren und Matrizen gebildet, die für die Rechnung benötigt werden. Dazu gehören

- der Parametervektor $\underline{a}$,
- der Residuenvektor $\underline{r}$ und
- die Jacobi-Matrix $\underline{\underline{D}}$ des Residuenvektors:

$$\underline{a} = \begin{pmatrix} a_1 \\ a_2 \\ \vdots \\ a_p \end{pmatrix} \qquad \underline{r} = \begin{pmatrix} r_1 \\ r_2 \\ \vdots \\ r_k \end{pmatrix} \quad \text{mit } r_i = f(x_i) - y_i \qquad \underline{\underline{D}} = \begin{pmatrix} \frac{\partial r_1}{\partial a_1} & \frac{\partial r_1}{\partial a_2} & \cdots & \frac{\partial r_1}{\partial a_p} \\ \frac{\partial r_2}{\partial a_1} & \frac{\partial r_2}{\partial a_2} & \cdots & \frac{\partial r_2}{\partial a_p} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \frac{\partial r_k}{\partial a_1} & \frac{\partial r_k}{\partial a_2} & \cdots & \frac{\partial r_k}{\partial a_p} \end{pmatrix} \tag{A.2}$$

Anschließend werden die gesuchten Parameter iterativ bestimmt. Der Parametervektor wird pro Iterationsschritt nach

$$\underline{a}_{m+1} = \underline{a}_m - \underline{s} \tag{A.3}$$

über den Änderungsvektor $\underline{s}$ verändert, der die Gleichung

$$\left(\underline{\underline{D}}^T \cdot \underline{\underline{D}}\right) \cdot \underline{s} = \underline{\underline{D}}^T \cdot \underline{r} \tag{A.4}$$

erfüllt. Pro Iterationsschritt müssen $\underline{r}$ und $\underline{\underline{D}}$ neu berechnet werden.

Der Änderungsvektor $\underline{s}$ wird aus (A.4) bestimmt über die Lösung einer pxp-Matrix, z.B. mit dem Gauß-Jordan-Algorithmus.

Um sicherzustellen, dass das Gauß-Newton-Verfahren konvergiert, wird ein Dämpfungsfaktor λ in (A.3) eingeführt:

$$\underline{a}_{m+1} = \underline{a}_m - \lambda \underline{s} \qquad 0 < \lambda \leq 1. \tag{A.5}$$

In einer Zwischeniteration wird λ so lange verringert, bis die Fehlerquadrate pro Iterationsschritt tatsächlich kleiner werden.

A.1.2 Anwendung auf das MGM

A.1.2.1 Fehlerquadratminimierung in Lastrichtung

Das MGM wird nach einer Gleichung der Form

$$y = a_1 + a_2 \arctan(a_3 + a_4 x) \qquad y = S \text{ bzw. } \log S \qquad x = \log N \tag{A.6}$$

beschrieben. In das Modell können bis zu zwei Stützwerte eingebunden werden, um die Kurve zu stabilisieren. Je nach Anzahl der Stützwerte variiert der Algorithmus für die Bestimmung der Parameter und wird im Folgenden jeweils separat dargestellt.

1) Keine Einbindung von Stützwerten

Geeignete Startwerte für die Parameter in (A.6) werden ermittelt über die korrelationsoptimierende Variation von a_3 und a_4 in einer Doppelschleife mit nicht zu kleiner Schrittweite (eine Nachkommastelle) und anschließender linearer Regression von a_1 und a_2. Die Matrix der partiellen Ableitungen der Residuen ergibt sich zu

$$\underline{\underline{D}} = \begin{pmatrix} 1 & \arctan(a_3 + a_4 x_1) & \dfrac{a_2}{1+(a_3+a_4x_1)^2} & \dfrac{a_2 x_1}{1+(a_3+a_4x_1)^2} \\ 1 & \arctan(a_3 + a_4 x_2) & \dfrac{a_2}{1+(a_3+a_4x_2)^2} & \dfrac{a_2 x_2}{1+(a_3+a_4x_2)^2} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ 1 & \arctan(a_3 + a_4 x_k) & \dfrac{a_2}{1+(a_3+a_4x_k)^2} & \dfrac{a_2 x_k}{1+(a_3+a_4x_k)^2} \end{pmatrix}. \tag{A.7}$$

Das Produkt dieser Matrix mit seiner Transponierten für die Lösung von (A.4) lautet

$$\underline{\underline{D}}^T \cdot \underline{\underline{D}} = \begin{pmatrix} k & \sum_{i=1}^{k} \arctan(a_3 + a_4 x_i) & \sum_{i=1}^{k} \dfrac{a_2}{1+(a_3+a_4x_i)^2} & \sum_{i=1}^{k} \dfrac{a_2 x_i}{1+(a_3+a_4x_i)^2} \\ \sum_{i=1}^{k} \arctan(a_3 + a_4 x_i) & \sum_{i=1}^{k} (\arctan(a_3 + a_4 x_i))^2 & \sum_{i=1}^{k} \dfrac{a_2 \arctan(a_3+a_4x_i)}{1+(a_3+a_4x_i)^2} & \sum_{i=1}^{k} \dfrac{a_2 x_i \arctan(a_3+a_4x_i)}{1+(a_3+a_4x_i)^2} \\ \sum_{i=1}^{k} \dfrac{a_2}{1+(a_3+a_4x_i)^2} & \sum_{i=1}^{k} \dfrac{a_2 \arctan(a_3+a_4x_i)}{1+(a_3+a_4x_i)^2} & \sum_{i=1}^{k} \left(\dfrac{a_2}{1+(a_3+a_4x_i)^2}\right)^2 & \sum_{i=1}^{k} \left(\dfrac{a_2}{1+(a_3+a_4x_i)^2}\right)^2 x_i \\ \sum_{i=1}^{k} \dfrac{a_2 x_i}{1+(a_3+a_4x_i)^2} & \sum_{i=1}^{k} \dfrac{a_2 x_i \arctan(a_3+a_4x_i)}{1+(a_3+a_4x_i)^2} & \sum_{i=1}^{k} \left(\dfrac{a_2}{1+(a_3+a_4x_i)^2}\right)^2 x_i & \sum_{i=1}^{k} \left(\dfrac{a_2 x_i}{1+(a_3+a_4x_i)^2}\right)^2 \end{pmatrix} \tag{A.8}$$

und das Produkt mit der Residuenmatrix

$$\underline{\underline{D}}^T \cdot \underline{r} = \begin{pmatrix} \sum_{i=1}^{k} r_i \\ \sum_{i=1}^{k} \arctan(a_3 + a_4 x_i)\, r_i \\ \sum_{i=1}^{k} \dfrac{a_2\, r_i}{1+(a_3+a_4x_i)^2} \\ \sum_{i=1}^{k} \dfrac{a_2 x_i\, r_i}{1+(a_3+a_4x_i)^2} \end{pmatrix}. \tag{A.9}$$

Die Bestimmung des Änderungsvektors $\underline{s}$ wird pro Iterationsschritt mit einer 4x4-Matrix gelöst.

2) Einbindung eines Stützwerts: $\{x_0 , y_0\}$

Die Startwerte werden erneut ermittelt über korrelationsoptimierende Variation von a_3 und a_4 (Schrittweite 0,1), wobei a_1 und a_2 nun anstatt über lineare Regression wie folgt bestimmt werden:
Die transformierte Abszisse kann zunächst substituiert werden über

$$y = a_1 + a_2 \xi \qquad \xi = \arctan(a_3 + a_4 x) . \tag{A.10}$$

Der Stützwert $\{x_0 , y_0\}$ eingesetzt in (A.10) ergibt

$$a_1 = y_0 - a_2 \xi_0 , \tag{A.11}$$

so dass a_1 durch a_2 und den Stützwert ausgedrückt werden kann:

$$y = y_0 + a_2(\xi - \xi_0) . \tag{A.12}$$

Die Summe der Fehlerquadrate Φ lautet explizit nun

$$\Phi(a_2) = \sum_{i=1}^{k} \left(y_0 + a_2(\xi_i - \xi_0) - y_i\right)^2 = \min . \tag{A.13}$$

Die Minimierung der Fehlerquadrate erfolgt über Ableitung von (A.13) nach a_2:

$$\frac{\partial \Phi}{\partial a_2} = \sum_{i=1}^{k} 2\left(y_0 + a_2(\xi_i - \xi_0) - y_i\right)(\xi_i - \xi_0) = 0 \tag{A.14}$$

mit der Lösung

$$a_2 = \frac{\sum_{i=1}^{k} (y_i - y_0)(\xi_i - \xi_0)}{\sum_{i=1}^{k} (\xi_i - \xi_0)^2} \tag{A.15}$$

und anschließender Bestimmung von a_1 nach (A.11).

Die Matrix der partiellen Ableitungen der Residuen unterscheidet sich von (A.7):

$$\underline{\underline{D}} = \begin{pmatrix} \arctan(a_3 + a_4 x_1) - \arctan(a_3 + a_4 x_0) & \frac{a_2}{1+(a_3 + a_4 x_1)^2} - \frac{a_2}{1+(a_3 + a_4 x_0)^2} & \frac{a_2 x_1}{1+(a_3 + a_4 x_1)^2} - \frac{a_2 x_0}{1+(a_3 + a_4 x_0)^2} \\ \arctan(a_3 + a_4 x_2) - \arctan(a_3 + a_4 x_0) & \frac{a_2}{1+(a_3 + a_4 x_2)^2} - \frac{a_2}{1+(a_3 + a_4 x_0)^2} & \frac{a_2 x_2}{1+(a_3 + a_4 x_2)^2} - \frac{a_2 x_0}{1+(a_3 + a_4 x_0)^2} \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ \arctan(a_3 + a_4 x_k) - \arctan(a_3 + a_4 x_0) & \frac{a_2}{1+(a_3 + a_4 x_k)^2} - \frac{a_2}{1+(a_3 + a_4 x_0)^2} & \frac{a_2 x_k}{1+(a_3 + a_4 x_k)^2} - \frac{a_2 x_0}{1+(a_3 + a_4 x_0)^2} \end{pmatrix} \tag{A.16}$$

Die Bestimmung des Änderungsvektors $\underline{s}$ wird pro Iterationsschritt mit einer 3x3-Matrix gelöst. Wiederum kann a_1 über (A.11) bestimmt werden.

3) Einbindung von zwei Stützwerten: $\{x_{0,I}\ ,\ y_{0,I}\}$ und $\{x_{0,II}\ ,\ y_{0,II}\}$

In diesem Fall werden die Startwerte ermittelt über korrelationsoptimierende Variation von a_3 und a_4 (Schrittweite 0,1) und direkter Bestimmung von a_1 und a_2 aus a_3 und a_4 durch Einbinden der Stützwerte in (A.6):

$$y_{0,I} = a_1 + a_2 \arctan(a_3 + a_4\ x_{0,I}) \text{ und} \tag{A.17a}$$

$$y_{0,II} = a_1 + a_2 \arctan(a_3 + a_4\ x_{0,II}). \tag{A.17b}$$

Daraus ergeben sich

$$a_2 = \frac{y_{0,II} - y_{0,I}}{\arctan(a_3 + a_4 x_{0,II}) - \arctan(a_3 + a_4 x_{0,I})} \text{ und} \tag{A.18}$$

$$a_1 = y_{0,I} - a_2 \arctan(a_3 + a_4\ x_{0,I}). \tag{A.19}$$

Eingesetzt in (A.6) wird deutlich, dass nur a_3 und a_4 variabel sind:

$$y = y_{0,I} + \frac{\arctan(a_3 + a_4 x) - \arctan(a_3 + a_4 x_{0,I})}{\arctan(a_3 + a_4 x_{0,II}) - \arctan(a_3 + a_4 x_{0,I})}(y_{0,II} - y_{0,I}). \tag{A.20}$$

Die Matrix der partiellen Ableitungen der Residuen lautet nun

$$\underline{\underline{D}} = \begin{pmatrix} \frac{\frac{\partial v_1}{\partial a_3} w - v \frac{\partial w_1}{\partial a_3}}{w^2} & \frac{\frac{\partial v_1}{\partial a_4} w - v \frac{\partial w_1}{\partial a_4}}{w^2} \\ \frac{\frac{\partial v_2}{\partial a_3} w - v \frac{\partial w_2}{\partial a_3}}{w^2} & \frac{\frac{\partial v_2}{\partial a_4} w - v \frac{\partial w_2}{\partial a_4}}{w^2} \\ \vdots & \vdots \\ \frac{\frac{\partial v_k}{\partial a_3} w - v \frac{\partial w_k}{\partial a_3}}{w^2} & \frac{\frac{\partial v_k}{\partial a_4} w - v \frac{\partial w_k}{\partial a_4}}{w^2} \end{pmatrix} \tag{A.21}$$

mit den Substitutionen

$$v_i = (\arctan(a_3 + a_4 x_i) - \arctan(a_3 + a_4 x_{0,I}))(y_{0,II} - y_{0,I}), \tag{A.22a}$$

$$w = \arctan(a_3 + a_4 x_{0,II}) - \arctan(a_3 + a_4 x_{0,I}), \tag{A.22b}$$

$$\frac{\partial v_i}{\partial a_3} = \left(\frac{1}{1 + (a_3 + a_4 x_i)^2} - \frac{1}{1 + (a_3 + a_4 x_{0,I})^2} \right)(y_{0,II} - y_{0,I}), \tag{A.22c}$$

$$\frac{\partial w}{\partial a_3} = \frac{1}{1 + (a_3 + a_4 x_{0,II})^2} - \frac{1}{1 + (a_3 + a_4 x_{0,I})^2}, \tag{A.22d}$$

$$\frac{\partial v_i}{\partial a_4} = \left(\frac{x_i}{1 + (a_3 + a_4 x_i)^2} - \frac{x_{0,I}}{1 + (a_3 + a_4 x_{0,I})^2} \right)(y_{0,II} - y_{0,I}) \text{ und} \tag{A.22e}$$

$$\frac{\partial w}{\partial a_4} = \frac{x_{0,II}}{1 + (a_3 + a_4 x_{0,II})^2} - \frac{x_{0,I}}{1 + (a_3 + a_4 x_{0,I})^2}. \tag{A.22f}$$

Die Bestimmung des Änderungsvektors $\underline{s}$ wird pro Iterationsschritt mit einer 2x2-Matrix gelöst. Für a_1 und a_2 gelten die Nebenbedingungen nach (A.18) und (A.19).

A.1.2.2 Fehlerquadratminimierung in Richtung der Lebensdauer

Nun ist die Ausgangsgleichung für das Gauß-Newton-Verfahren die Umkehrfunktion der Gleichung (A.6) in der Form

$$y = a_1 + a_2 \tan(a_3 + a_4 x) \qquad y = \log N \qquad x = S \text{ bzw. } \log S . \tag{A.23}$$

Im Folgenden werden lediglich die wesentlichen Gleichungen und die Matrizen der partiellen Ableitungen der Residuen in der neuen Form angegeben, da die Ermittlung der Parameter analog zu Kapitel A.1.2.1 abläuft.

1) Keine Einbindung von Stützwerten

$$\underline{\underline{D}} = \begin{pmatrix} 1 & \tan(a_3 + a_4 x_1) & \dfrac{a_2}{\cos^2(a_3 + a_4 x_1)} & \dfrac{a_2 x_1}{\cos^2(a_3 + a_4 x_1)} \\ 1 & \tan(a_3 + a_4 x_2) & \dfrac{a_2}{\cos^2(a_3 + a_4 x_2)} & \dfrac{a_2 x_2}{\cos^2(a_3 + a_4 x_2)} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ 1 & \tan(a_3 + a_4 x_k) & \dfrac{a_2}{\cos^2(a_3 + a_4 x_k)} & \dfrac{a_2 x_k}{\cos^2(a_3 + a_4 x_k)} \end{pmatrix} \tag{A.24}$$

2) Einbindung eines Stützwerts: $\{x_0 , y_0\}$

$$y = y_0 + a_2(\tan(a_3 + a_4 x) - \tan(a_3 + a_4 x_0)) = y_0 + a_2(\xi - \xi_0) \tag{A.25}$$

$$\underline{\underline{D}} = \begin{pmatrix} \tan(a_3 + a_4 x_1) - \tan(a_3 + a_4 x_0) & \dfrac{a_2}{\cos^2(a_3 + a_4 x_1)} - \dfrac{a_2}{\cos^2(a_3 + a_4 x_0)} & \dfrac{a_2 x_1}{\cos^2(a_3 + a_4 x_1)} - \dfrac{a_2 x_0}{\cos^2(a_3 + a_4 x_0)} \\ \tan(a_3 + a_4 x_2) - \tan(a_3 + a_4 x_0) & \dfrac{a_2}{\cos^2(a_3 + a_4 x_2)} - \dfrac{a_2}{\cos^2(a_3 + a_4 x_0)} & \dfrac{a_2 x_2}{\cos^2(a_3 + a_4 x_2)} - \dfrac{a_2 x_0}{\cos^2(a_3 + a_4 x_0)} \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ \tan(a_3 + a_4 x_k) - \tan(a_3 + a_4 x_0) & \dfrac{a_2}{\cos^2(a_3 + a_4 x_k)} - \dfrac{a_2}{\cos^2(a_3 + a_4 x_0)} & \dfrac{a_2 x_k}{\cos^2(a_3 + a_4 x_k)} - \dfrac{a_2 x_0}{\cos^2(a_3 + a_4 x_0)} \end{pmatrix} \tag{A.26}$$

3) Einbindung von zwei Stützwerten: $\{x_{0,I} , y_{0,I}\}$ und $\{x_{0,II} , y_{0,II}\}$

$\underline{\underline{D}}$ hat die gleiche Form wie (A.21), aber einen veränderten Inhalt:

$$v_i = (\tan(a_3 + a_4 x_i) - \tan(a_3 + a_4 x_{0,I}))(y_{0,II} - y_{0,I}) \tag{A.27a}$$

$$w = \tan(a_3 + a_4 x_{0,II}) - \tan(a_3 + a_4 x_{0,I}) \tag{A.27b}$$

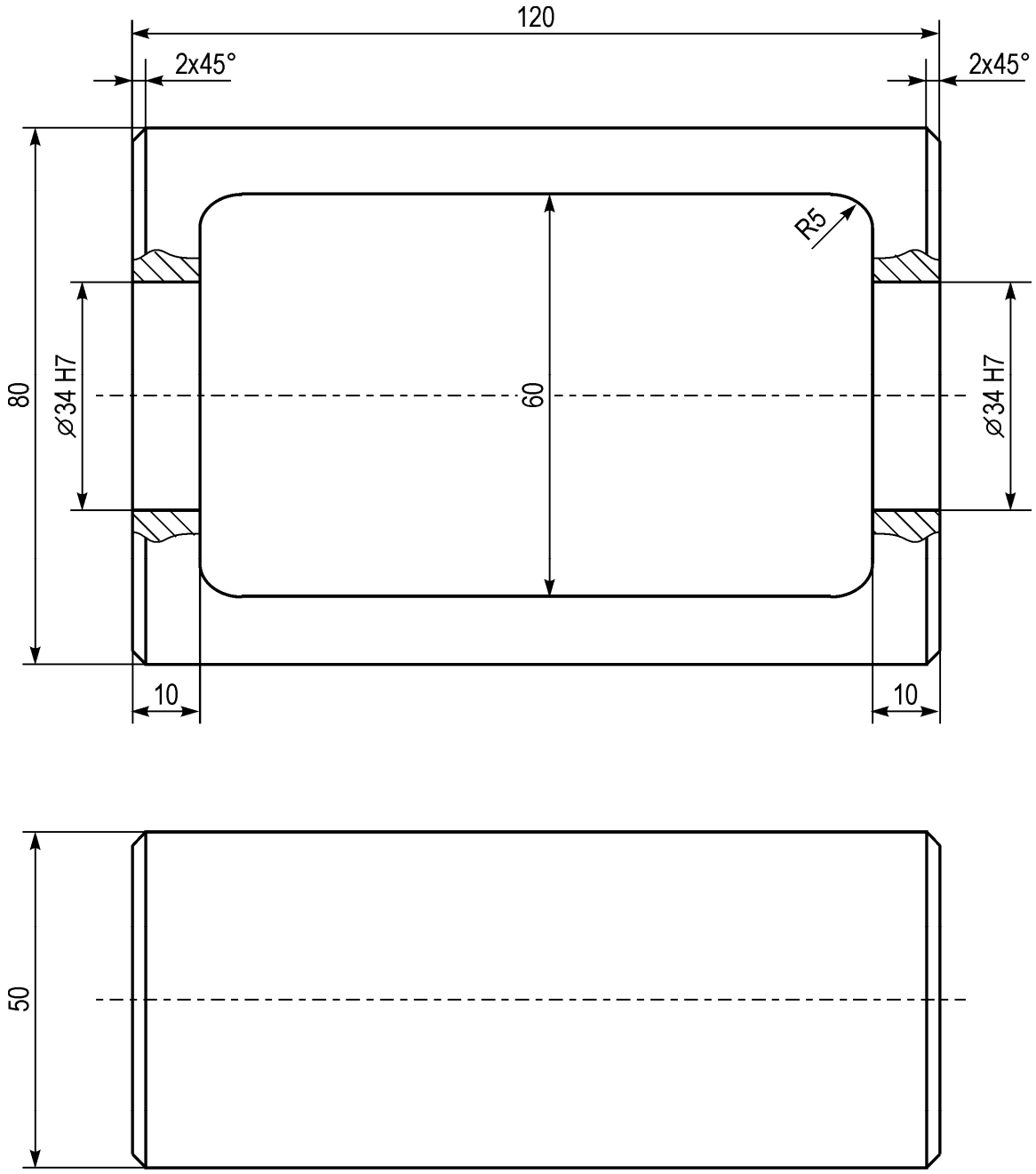
$$\frac{\partial v_i}{\partial a_3} = \left(\frac{1}{\cos^2(a_3 + a_4 x_i)} - \frac{1}{\cos^2(a_3 + a_4 x_{0,I})} \right)(y_{0,II} - y_{0,I}) \tag{A.27c}$$

$$\frac{\partial w}{\partial a_3} = \frac{1}{\cos^2(a_3 + a_4 x_{0,II})} - \frac{1}{\cos^2(a_3 + a_4 x_{0,I})} \tag{A.27d}$$

$$\frac{\partial v_i}{\partial a_4} = \left(\frac{x_i}{\cos^2(a_3 + a_4 x_i)} - \frac{x_{0,I}}{\cos^2(a_3 + a_4 x_{0,I})} \right)(y_{0,II} - y_{0,I}) \tag{A.27e}$$

$$\frac{\partial w}{\partial a_4} = \frac{x_{0,II}}{\cos^2(a_3 + a_4 x_{0,II})} - \frac{x_{0,I}}{(a_3 + a_4 x_{0,I})} \tag{A.27f}$$

A.2 Fertigungszeichnungen für die Hauptvorrichtung



1.0037 2x

Bild A.1: Rahmen

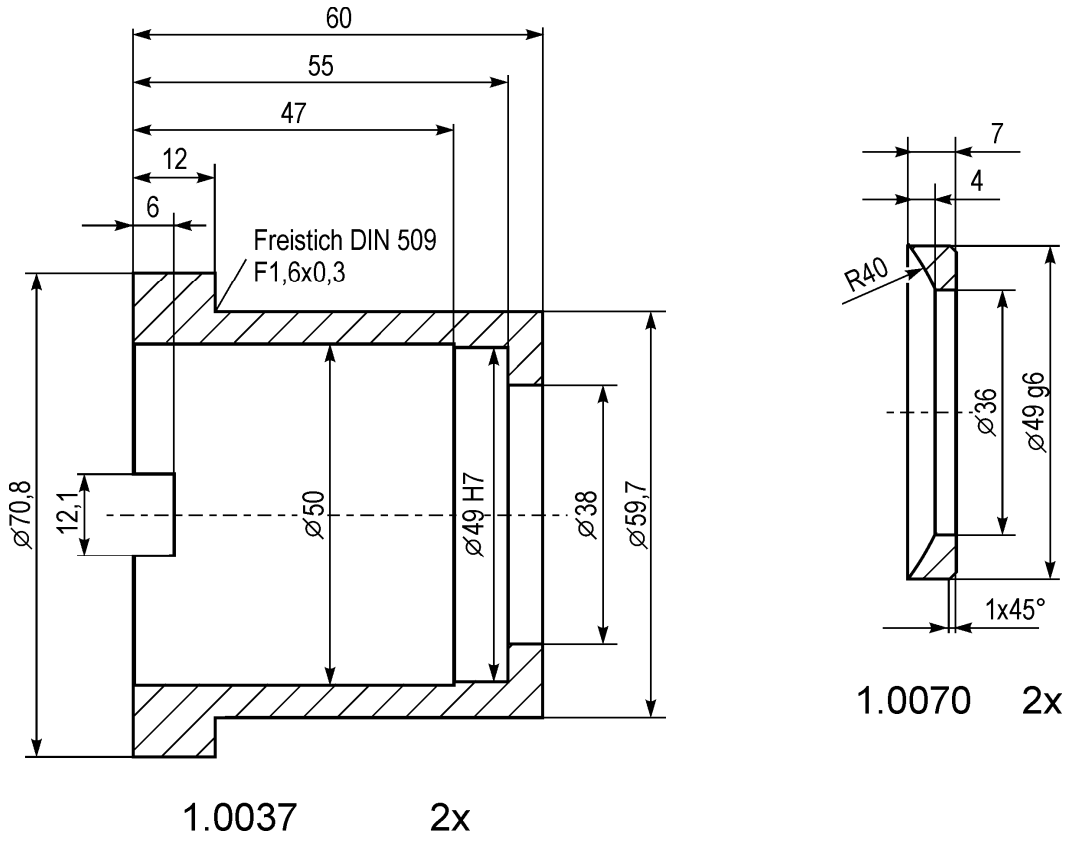


Bild A.2: links: Lagerbuchse zum Einbau in den HFP, rechts: Buchseneinsatz

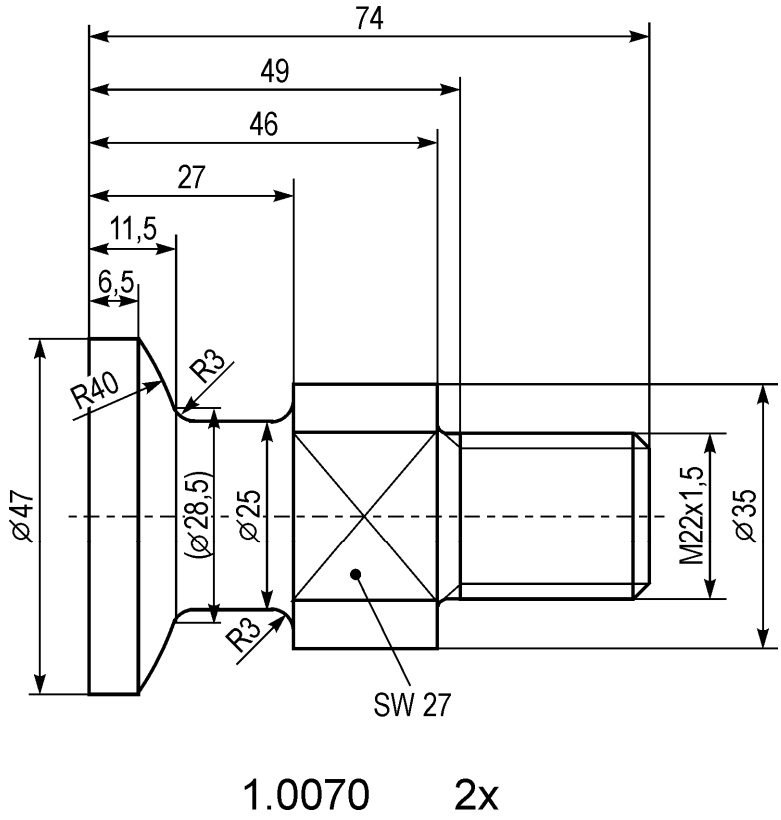
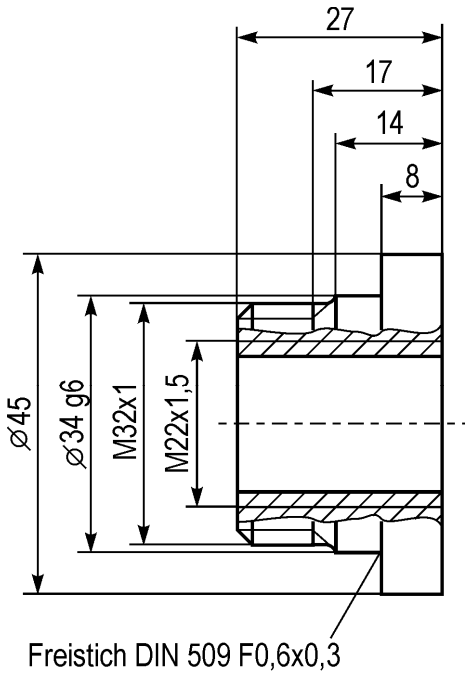
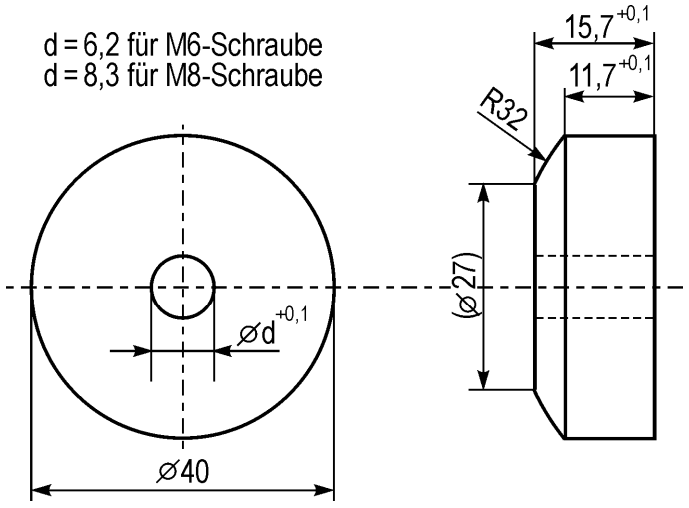


Bild A.3: Aufhängerbolzen als Übergang zwischen Rahmen und HFP



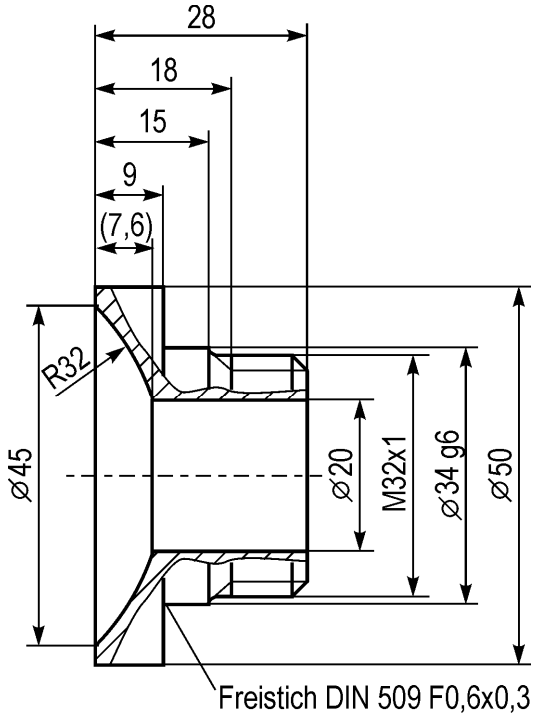
1.0070 2x

Bild A.4: Gewindeeinsatz im Rahmen für den Aufhängerbolzen



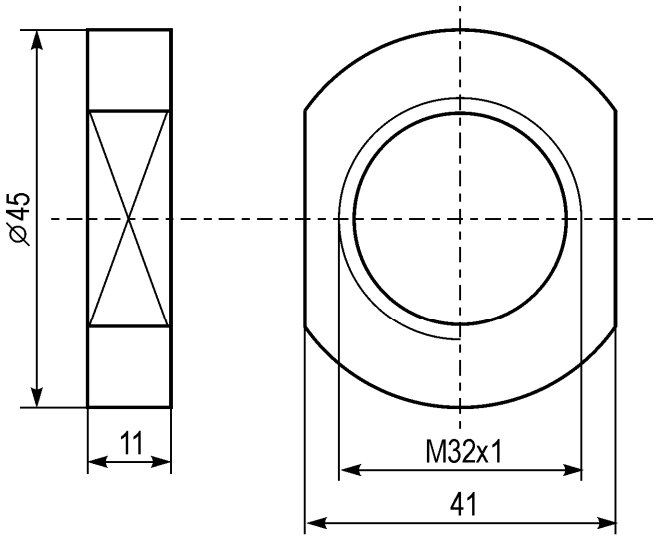
1.0070 2x

Bild A.5: Schraubenauflage



1.0070 2x

Bild A.6: Schale für Schraubenauflage zum Einbau in den Rahmen



1.0070 4x

Bild A.7: Muttern zum Verspannen der Teile nach Bild A.4 und A.6 in den Rahmen

A.3 Formelzeichen und Abkürzungen

Formelzeichen

Geometrie

d, D	:	Innen-, Außendurchmesser
d	:	mittlere Diagonalenlänge des Abdrucks nach Vickers
d_1, d_2	:	Diagonalenlängen des Abdrucks nach Vickers
K_t	:	Kerbwirkungszahl
r	:	Kerbradius
t	:	Kerbtiefe

Wöhlerversuch

c_{red}	:	reduzierte Federsteifigkeit
ΔS	:	Stufensprung im Treppenstufenverfahren
f	:	Frequenz
F	:	Kraft
F_a	:	Kraftamplitude
F_m	:	Mittelkraft
F_{stat}	:	statische Bruchlast
F_o	:	Oberkraft
l_S	:	Schraubenverbindungslänge
m_{red}	:	reduzierte Masse
N	:	Schwingspielzahl (Lebensdauer)
N_G	:	Grenzschwingspielzahl; $N < N_G$: Bruch, $N > N_G$: Durchläufer
R	:	Spannungsverhältnis σ_u / σ_o
R_m	:	Zugfestigkeit
S	:	Normalkraft, -spannung
σ	:	Normalspannung
σ_a	:	Normalspannungsamplitude
σ_b	:	Biegespannung
σ_{ba}	:	Biegespannungsamplitude
S_{neu}	:	neues Lastniveau im Treppenstufenverfahren
σ_o	:	Oberspannung
σ_u	:	Unterspannung
τ	:	Schubspannung
τ_a	:	Schubspannungsamplitude
ω_0	:	Eigenfrequenz

Statistische Auswertung

a	:	Achsenabschnitt
$a_{Perlschnur}$	:	vorläufiger Achsenabschnitt nach 1. Iteration im MGM
b	:	Steigung
B	:	Parameter nichtlineares Modell

$b_{Perlschnur}$	:	vorläufige Steigung nach 1. Iteration im MGM
c	:	Parameter nichtlineares Modell oder Multiplikator der tan-Transformation
c_{max}	:	nicht erreichbarer Maximalwert für c
d, D	:	Parameter nichtlineares Modell
Δx	:	Merkmalsdifferenz
F_A	:	„dauerfest“ ertragbare Kraftamplitude
F_{A1}	:	Abschätzung der Grenze zur „Dauerfestigkeit“ für Kraftamplituden (P = 1%)
F_{A50}	:	mittlere „Dauerfestigkeit“ für Kraftamplituden
F_{A99}	:	Abschätzung der Grenze zur Zeitfestigkeit für Kraftamplituden (P = 99%)
$F_{extrapoliert}$	:	extrapolierte Schwingfestigkeit mit dem MGM
f(x)	:	Wahrscheinlichkeitsdichtefunktion
F(x)	:	kumulative Verteilungsfunktion bzw. Summenhäufigkeit
i	:	Ordnungszahl
φ	:	Phasenwinkel der tan-Transformation
φ_{max}, φ_{min}	:	nicht erreichbare maximale und minimale Phasenwinkel in Abhängigkeit von c
k	:	Neigung der Zeitfestigkeitsgeraden im doppellogarithmischen Wöhlerdiagramm
K	:	Werkstoffkennwert
K*	:	aus K und Spannungsverhältnis R gebildeter statischer Kennwert
m	:	Exponent der tan-Verteilung
μ	:	Parameter nichtlineares Modell
n	:	Probenumfang auf einem Lastniveau
n_{max}, n_{min}	:	maximaler, minimaler Probenumfang
N_{01}, N_{10}, N_{50}, N_{90}, N_{99}	:	Quantile der Lebensdauer
N(90:10)	:	Streuspanne $T_{N90/10}$ = N(P = 90%) / N(P = 10%) im Zeitfestigkeitsgebiet
N(99:01)	:	Streuspanne $T_{N99/01}$ = N(P = 99%) / N(P = 1%) im Zeitfestigkeitsgebiet
$N_{G(exp)}$	:	im Versuch gewählte Grenzschwingspielzahl
$N_{G,min}$	:	minimale Grenzschwingspielzahl
N_K	:	Knickschwingspielzahl
$N_{K,rech}$	:	rechnerisch ermittelte Knickschwingspielzahl
N*	:	mittlere Lebensdauer des virtuellen Lastniveaus bei normierter Auswertung
ν	:	Parameter nichtlineares Modell
p	:	Bruch- oder Ausfallwahrscheinlichkeit (p = P/100%)
P	:	Bruch- oder Ausfallwahrscheinlichkeit [%]
r	:	Anzahl gebrochener Proben
R_{m10}, R_{m50}, R_{m90}	:	Quantile der Zugfestigkeit
σ_I, σ_{II}, σ_{III}	:	Hauptspannungen
σ_A	:	ertragbarer Normalspannungsausschlag („Dauerfestigkeit“)
σ_{A1}	:	Abschätzung der Grenze zur „Dauerfestigkeit“ für Normalspannungen (P = 1%)
σ_{A50}	:	mittlere „Dauerfestigkeit“ für Normalspannungen

S_{A50}	:	mittlere Schwingfestigkeit bei N_G
σ_{A99}	:	Abschätzung der Grenze zur Zeitfestigkeit für Normalspannungen (P = 99%)
S_D	:	Parameter nichtlineares Modell
S_{mittel}, σ_{mittel}	:	arithmetischer bzw. geometrischer Mittelwert
S*	:	Lastkoordinate des virtuellen Lastniveaus bei normierter Auswertung
$T_{N90/10}$	:	siehe N(90:10)
$T_{N99/01}$	:	siehe N(99:01)
T_F	:	Streuspanne im Übergangsgebiet: T_F = 1 : F(P = 90%) / F(P = 10%)
τ_{max}	:	maximale Schubspannung im Mohrschen Spannungskreis
u(p)	:	Transformation der Wahrscheinlichkeit nach der Normalverteilung
v	:	freier Parameter der variablen Schätzfunktion
w	:	freier Parameter der variablen Schätzfunktion
Ω	:	Parameter nichtlineares Modell
x	:	Merkmal oder transformierte Schwingspielzahl
x_0	:	charakteristisches Merkmal der tan-Verteilung
x_{10}, x_{50}, x_{90}	:	Quantile des Merkmals oder der transformierten Schwingspielzahl
x_{HP}, x_{TP}	:	Abszisse Hoch- und Tiefpunkt von f(x)
x_{max}, x_{min}	:	größter, kleinster Merkmalswert der Stichprobe
x_W	:	Abszisse eines Wendepunkts von f(x)
ξ	:	Laufvariable
y	:	Substitutionsvariable
z	:	Substitutionsvariable
z(p)	:	Verteilungsfunktion

Betriebsfestigkeitsrechnung

D	:	Schadenssumme
H_0	:	Teilfolgenumfang des Kollektivs
i	:	Laufindex
j	:	Anzahl Stufen des Beanspruchungskollektivs
k*	:	neue Steigung der Wöhlerlinie jenseits der Knickschwingspielzahl
m	:	Steigung der Rissfortschrittswöhlerlinie
$N_D = N_K$	:	Knickschwingspielzahl
n_i	:	Schwingspiele je Stufe i
N_i	:	zur i-ten Stufe gehörige ertragbare Lebensdauer aus der Bezugswöhlerlinie
$\hat{\sigma}_a$	:	Kollektivhöchstwert
$\sigma_D = \sigma_A$	:	ertragbarer Spannungsausschlag („Dauerfestigkeit“)
$\sigma_D^* = \frac{\sigma_D}{2}$	:	Spannungsausschlag nach Liu und Zenner

Gauß-Newton-Verfahren

$\underline{a}$	:	Parametervektor
$\underline{\underline{D}}$	:	Jacobi-Matrix des Residuenvektors
$\underline{\underline{D}}^T$	:	Transponierte der Jacobi-Matrix
f(x)	:	Modellfunktion
Φ	:	Summe der Fehlerquadrate
i	:	Laufindex
k	:	Anzahl der Messwerte
λ	:	Dämpfungsfaktor
m	:	Laufindex
p	:	Anzahl der freien Parameter
$\underline{r}$	:	Residuenvektor
$\underline{s}$	:	Änderungsvektor
v	:	Substitutionsvariable
w	:	Substitutionsvariable
x	:	Abszisse
x_0	:	Abszisse Stützwert
ξ	:	transformierte Abszisse
y	:	Ordinate
y_0	:	Ordinate Stützwert

Abkürzungen

FB	:	Flachbiegung
GCF	:	Giga-Cycle-Fatigue
HCF	:	High-Cycle-Fatigue, Langzeitfestigkeitsgebiet
HFP	:	Hochfrequenzpulsator
HV	:	Vickershärte
IWK	:	Institut für Werkstoffkunde (ehemaliger Name des Instituts für Werkstoffanwendungen im Maschinenbau, Bereich Metalle)
LCF	:	Low-Cycle-Fatigue, Kurzzeitfestigkeitsgebiet
LLF	:	Long-Life-Fatigue, Übergangsgebiet zur „Dauerfestigkeit“
MGM	:	Modifiziertes Goniometrisches Modell
POZ	:	Typenbezeichnung einer servohydraulischen Prüfmaschine
REM	:	Rasterelektronenmikroskop
SAFD	:	Statistical Analysis of Fatigue Data (Software zur statistischen Auswertung von Schwingversuchen)
sqrt	:	square root (Wurzel)
UB	:	Umlaufbiegung
UHCF	:	Ultra-High-Cycle-Fatigue
VHCF	:	Very-High-Cycle-Fatigue

Lebenslauf

Name: Hans Joachim Schäfer
geboren: 16.09.1971 in Buffalo/USA

Ausbildung

Schule:	1982-84	Robert-Mayer-Gymnasium Heilbronn
	1984-91	Deutschorden-Gymnasium Bad Mergentheim
Studium Maschinenbau:	1992-95	Universität Kaiserslautern Abschluss: Vordiplom
	1995-99	RWTH Aachen Abschluss: Diplom

Praktische Tätigkeiten

15.04.1998 - 30.04.1999	Studentische Hilfskraft am Institut für Werkstoffkunde (IWK) der RWTH Aachen
01.05.1999 - 30.04.2000	Wissenschaftliche Hilfskraft am Institut für Werkstoffkunde (IWK)
seit 01.05.2000	Wissenschaftlicher Mitarbeiter am Institut für Werkstoffanwendungen im Maschinenbau (IWM) der RWTH Aachen, ehemals Institut für Werkstoffkunde (IWK)